Ad Bibliothecam
Canoniæ SS. Apoſt. Petri & Pauli
in Weyarn
comparavit
P. VALENTINUS HANSCH Conventualis ibid.

TITULUS SCRINII.	SERIES.	NUMERUS.

Math Un 83-2

Mathesis. Systemata & methodi

131.

R

Auszug
aus den
Anfangsgründen
und dem Lehrbegriffe
der
Mathematischen
Wissenschaften.

Aufgesetzt von
Wencesl. Johann Gustav Karsten,
der Phil. Doctor, Hofrath u. Professor der Mathematik u. Naturlehre auf der Universität in Halle, der Churf. Academie der Wissenschaften in München, der Holländischen Gesellschaft der Wissensch. zu Harlem, u. der Königl. Dän. Gesellschaft in Copenhagen, auch der ökonom. Gesellschaft in Leipzig u. der naturforschenden Gesellschaft in Halle Mitgliede.

Die zweyte Auflage.

Der II. Band mit den Kupfertafeln XI bis XXV.

Greifswald, verlegt von Anton Ferdinand Röse, 1785.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede
zum zweyten Bande
der zweyten Ausgabe.

Um auch hier eine kurze Nachricht von demjenigen zu ertheilen, wodurch sich dieser Theil der zweyten Ausgabe dieses Handbuches von der ersten Ausgabe unterscheidet, bemerke ich, daß vornemlich die mathematische Geographie, weil ich nicht mehr so sehr, als bey der ersten Ausgabe eingeschränkt war, etwas mehr Vollständigkeit habe erhalten können: sonst habe nur wenige einzelne Stellen zu ändern nöthig gefunden. Der Be-

weis des 2. Lehrsatzes der Dioptrik ist hier kürzer und einleuchtender vorgetragen, und eine ähnliche Veränderung hat der Beweis des 3. Lehrsatzes erlitten. Auſſer einigen andern Zusätzen in der Astronomie waren vornemlich diejenigen nothwendig, welche den vom Herrn Herschel entdeckten neuen Planeten betreffen. Die Gründe davon, warum ich auch hier noch Feldmeßkunst und mathematische Geographie lieber verbunden, als von einander getrennt, habe vortragen wollen, findet man in einer Anmerkung im 2. §. der Geographie angezeigt. Die Zusätze betreffen die Auflösung der vornehmsten geographischen Aufgabe, wie die Grösse des Halbmessers der Erde gefunden werden könne, wenn man voraussetzt, daß sie eine Kugel sey; sie sind im 21sten bis zum 36sten §. enthalten. Untersuchungen darüber, wie weit die Gestalt der Erde von der Kugelgestalt abweicht

weicht, konnten damit nicht verbunden werden, weil dieses Handbuch nur Anfangsgründe, keine höhere Geometrie, vortragen sollte: von der sphäroidischen Gestalt der Erde, und den Gründen, woraus man diese gefolgert hat, konnte also nur eine kurze historische Nachricht gegeben werden.

Der Verfasser.

Inhalt.

Inhalt
des zweyten Bandes.

Die Optik.

Die Perspectiv.

Die Dioptrik.

Die Catoptrik.

Die Astronomie.

Die Gnomonik.

Die Chronologie.

Die Feldmeßkunst und Geographie.

Die bürgerliche Baukunst.

Die Fortification.

Die
Optischen
Wissenschaften.

Erste Gründe der Optik.

Die 1. Erklärung.

1. Die Optik lehrt die mathematische Theorie von den Erscheinungen der Grösse, der Gestalt und Bewegung der Körper, in wiefern sie durchs Gesicht empfunden werden. Im besondern Sinn rechnet man hieher die Lehren von den Erscheinungen, welche die Körper selbst, nicht etwa nur Bilder von ihnen darstellen, die in Spiegeln, oder durch Gläser gesehen werden.

Die 2. Erklärung.

2. Was unser Auge rühren muß, wenn wir sehen sollen, nennen wir das Licht, und wir stellen uns dasselbe als eine zarte Masse vor, welche sich von den Körpern, die wir sehen, überall umher verbreitet.

Die 3. Erklärung.

3. Für sich leuchtende Körper sind solche, die eigenes und nicht anders woher empfangenes Licht in unser Auge senden, wie die Sonne und die Feuerflamme. Die übrigen heissen dunkle nicht für sich leuchtende Körper. Durchsichtige Massen sind sol-

che, die das Licht durchscheinen lassen, wie Glas und Wasser: die übrigen nennen wir undurchsichtig.

Die 1. Erfahrung.

4. Jeden Punct sowohl eines für sich leuchtenden, als auch eines anderswoher erleuchteten Körpers kann man überall sehen, wenn sich nur zwischen demselben und dem Auge nichts undurchsichtiges befindet.

Zusatz.

5. Demnach ist der Erfolg für unsre Empfindung eben so; als wenn das Licht von jedem sichtbaren Punct nach allen Seiten in graden Linien ausgienge.

Die 4. Erklärung.

6. Dasjenige Licht, was von einem Punct in der Linie ausgehet, heißt ein Lichtstrahl. Wird ein Theil desjenigen Lichts, was ein solcher Punct umherstrahlet, mit einer Ebene aufgefangen; so ist der Raum, welchen dieser Theil des Lichts erfüllt, eine Pyramide oder ein Kegel, nachdem die Figur, welche das Licht auffängt, gradlinicht, oder kreisförmig ist. Daher erklärt es sich leicht, was gemeint sey, wenn von einer Strahlenpyramide, oder einem Strahlenkegel die Rede ist.

Zusatz.

164 Fig. 7. Weil der Stern im Auge ein Kreis ist; so fällt von jedem sichtbaren Punct eines Objects, ein Strahlenkegel ins Auge. Es stelle der kleine Kreis AB den Stern im Auge vor, und O seinen Mittelpunct, LM sey ein sichtbares Object; so gehen zwar von jedem Punct C, L, M, nach allen Seiten Strahlen aus: ins Auge aber kommen nur die Strahlenkegel ACB, ALB, AMB.

Die 5. Erklärung.

8. Unter den Strahlen, die ein sichtbarer Punct ins Auge sendet: heißt derjenige der Hauptstrahl, welcher

welcher durch den Mittelpunct des Sterns ins Auge fällt. Er ist die Axe des von einem solchen Punct auf den Stern fallenden Strahlenkegels.

Die 6 Erklärung

9. Eine grade Linie OC durch den Mittelpunct des Sterns im Auge die auf seiner Ebene senkrecht ist, heißt die Gesichtsaxe. Wenn diese gegen die Mitte C eines Objects gerichtet ist, so ist sie zugleich der Hauptstrahl des von der Mitte des Objects ins Auge kommenden Strahlenkegels. Wenn alsdenn L und M ein Paar Puncte sind, die in der äussern sichtbaren Gränze des Objects, und zugleich mit der Gesichtsaxe in einer Ebene liegen, und wenn LO und MO die daher ins Auge kommenden Hauptstrahlen sind; so ist LOM der optische Winkel, unter welchem die Länge oder Breite des Objects in dieser Ebene genommen dem Auge erscheint. Er heißt auch der scheinbare Durchmesser, und COL, COM, sind alsdenn scheinbare Halbmesser, wenn diese Winkel gleich groß sind.

Die 2. Erfahrung.

10. Wir sind gewohnt, die Grösse der Gegenstände, welche wir durchs Gesicht warnehmen, nach dem Sehewinkel zu schätzen: sie scheinen uns bey einerley Sehewinkel gleich groß zu seyn, aber desto grösser oder kleiner, je grösser oder kleiner ihr Sehewinkel ist.

Der 1. Zusatz.

11. Einerley Sache kann in verschiedenen Entfernungen gleich groß zu seyn scheinen, wenn der Sehewinkel einerley bleibt. Ein Fall von der Art wäre der, wenn mehrere Personen in einem Kreisbogen ihre Stellen haben; die dazu gehörige Sehne würde allen gleich groß erscheinen. (130. §. Geom.)

Der 2. Zusatz.

165 12. Ist die Augenaxe OC gegen den Mittelpunct
Fig. C einer Kugel LAMN gerichtet und OL ein Haupt-
strahl, der von einem der äussersten Puncte kommt, die noch Licht ins Auge senden können; so ist COL der scheinbare Halbmesser der Kugel. Dem 29. §. der Trigonometrie gemäß hat man sin COL = $\frac{CL \cdot \text{sin tot}}{OC}$, weil CLO = 90° ist. (136. §. Geom.) Die Entfernung OC des Mittelpuncts der Kugel vom Auge, ihr wirklicher und scheinbarer Halbmesser, sind also drey Grössen, wovon jede gefunden werden kann, wenn zwey davon gegeben sind.

Der 3. Zusatz.

13. Die Sinus der scheinbaren Halbmesser gleichgrosser vom Auge aber ungleich weit entfernter Kugeln verhalten sich in umgekehrter Ordnung wie die Entfernungen vom Auge. Das Segment LAM der Kugel, welches das Auge auf einmahl übersehen kann, ist allemahl kleiner als die Halbkugel, und der Bogen AL von der Mitte dieses Segments bis an die äusserste sichtbare Gränze in Graden ausgedrückt ergänzt den scheinbaren Halbmesser zu 90°.

Der 4. Zusatz.

164 14. Wenn CL den Halbmesser eines Kreises vor-
Fig. stellet, auf dessen Ebene die Gesichtsaxe im Mittelpunct senkrecht ist, so sind die scheinbaren Halbmesser wie COL alle gleich groß, und man hat tang COL = $\frac{CL \cdot \text{sin tot}}{CO}$. Wenn also auch in diesem Fall von den dreyen Grössen CO, CL, COL, zwey gegeben sind, so kann die dritte gefunden werden: auch

stehen

stehen die Tangenten der scheinbaren Halbmesser mit den Entfernungen im umgekehrten Verhältnisse, wenn die wirklichen Halbmesser einerley sind.

Der 5. Zusatz.

15. Je kleiner die optischen Winkel, AOB, COD, ausfallen, desto mehr nähert sich ihr Verhältniß dem Verhältniß ihrer Sinus und Tangenten. Wenn also die wirklichen Halbmesser in Vergleichung mit den Entfernungen sehr klein sind, so verhalten sich die scheinbaren Halbmesser gleich grosser und ungleich weit entfernter Objecte beynahe in umgekehrter Ordnung, wie die Entfernungen. 166 Fig.

Die 3. Erfahrung.

16. Sehr weit entfernte Gegenstände entziehen sich unserm Gesichte, wenn ihr scheinbarer Durchmesser unter einer halben Minute abnimmt: doch bleiben sehr stark glänzende Körper uns auch noch unter einem viel kleinern Sehewinkel sichtbar. (M. s. Rob. Smiths Lehrbegriff der Optik 97. §. 29. S. nach der Kästnerischen Uebers.)

Der 1. Zusatz.

17. Die parallelen Seitenlinien einer Allee von Bäumen, wenn man sich mitten im Eingange befindet, scheinen desto mehr zusammen zu laufen, je länger die Allee ist. Wäre sie 5000mahl länger, als sie breit ist, so würde dem Auge ihr äusserstes Ende geschlossen scheinen.

Der 2. Zusatz.

18. Auf einer weit ausgebreiteten Ebene sind wir gewohnt, jede von unserm Standort auf dieser Ebene fortlaufende grade Linie AC (167. Fig.) mit einer durchs Auge O damit parallel laufenden wag- 167 Fig.

rechten Linie OL zu vergleichen. Daher scheint sich die Ebene zu heben, weil die optischen Winkel BOK, COL abnehmen.

Der 3. Zusatz.

19. Wenn die Fläche der Erde völlig eben wäre, so würde die ganze Strecke, welche das Auge grade vor sich hin übersehen könnte, nicht viel mehr betragen, als die Höhe des Auges über dieser Ebene 5000mahl genommen. Auf der sphärischen Erde erstreckt sich die Gesichtsgränze ohngefehr nur halb soweit. (M. s. die Anfangsgründe 3 Th. 27. 28. §. Optik. 25. u. f. S.) Eine solche nach allen Seiten weit ausgebreitete Ebene erscheint dem Auge, wie in einem Kreise eingeschlossen, welcher die Gesichtsgränze, Horizont, heißt, weil die äussersten Objecte, die das Auge erreichen kann, alle gleich weit vom Auge entfernt zu seyn scheinen.

Die 7. Erklärung.

168 Fig. 19. Die scheinbare Entfernung zweyer Objecte B, C, von einander ist der optische Winkel BOC unter welchem ihre wahre Entfernung BC dem Auge O erscheint.

Der 1. Zusatz.

20. Wenn A ein kenntliches Object in der äussersten Gesichtsgränze und O die Stelle des Auges ist, so hat die grade Linie OA eine bekannte Lage. Die Stelle mehrerer Objecte, B, C, die mit OA in einerley Ebene liegen, ist alsdenn bekannt, wenn nicht allein ihre scheinbare Entfernung AOB, AOC, von der graden Linie OA, sondern überdem auch ihre wahre Entfernung OB, OC, vom Auge bekannt ist. Wenn sie soweit entfernt sind, daß das

Auge

Auge den Unterscheid der Entfernungen OB und OC nicht bemerken kann, so erscheinen sie alle in der kreisförmigen Gesichtsgränze, die das Auge, als den Mittelpunct umgiebt.

Der 1. Zusatz.

21. Um die Stelle eines Objects P, das mit OA, B, und C nicht in einerley Ebene liegt, bestimmt anzugeben, stelle man sich PR auf der Ebene AOB senkrecht vor, so ist ROP der graden Linie OP Neigungswinkel gegen die Ebene AOB. (265. §. Geom.) Alsdenn kann man R die auf die Ebene AOB reducirte Stelle des Objects P nennen, und ROP ist die scheinbare Entfernung des Objects *P* von der Ebene *AOB*. Ferner ist AOR die scheinbare Entfernung der reducirten Stelle R von OA, und die eigentliche Stelle des Objects P ist bekannt, wenn ausser den beyden Winkeln AOR, ROP, auch die wahre Entfernung OP bekannt ist. Uebrigens scheinen alle um das Auge herum befindlichen Objecte in einer Kugelfläche zu liegen, wenn sie soweit entfernt sind, das der Zuschauer den Unterschied ihrer Entfernungen nicht bemerken kann. 168 Fig.

Die 8. Erklärung.

22. Wenn einerley Sache B aus zweyen verschiedenen Stellen O, *o*, unter verschiedenen scheinbaren Entfernungen AOB, A*o*B, von der graden Linie O*o* gesehen wird, so nennt man die Differenz beyder scheinbaren Entfernungen die ihnen zugehörige Parallaxe, und das Dreyeck O*B*o das parallactische Dreyeck.

Zusatz.

23. Im parallactischen Dreyeck ist der Winkel O*B*o = AOB — A*o*B (54. §. Geom.) die Paral-

lare. Die Entfernung Oo zwischen beyden Stellen des Auges, eine von beyden scheinbaren Entfernungen AOB, AoB, eine von beyden wahren Entfernungen OB, oB, und die Parallaxe, sind Grössen, die so von einander abhängen, daß wenn drey davon gegeben sind, die vierte gefunden werden kann. (29. §. Trig.) Je grösser übrigens die Entfernungen OB, oB, in Vergleichung, mit der Entfernung Oo zwischen beyden Stellen des Auges sind, desto kleiner ist die Parallaxe OBo.

Die 9. Erklärung.

169 Fig. 24. Die scheinbare Bewegung eines Puncts M, der sich in einer Ebene bewegt, worin auch das Auge O seine Stelle hat, wird dem Auge nur bemerklich, in wieweit der optische Winkel AOM, als die scheinbare Entfernung des Puncts M von der graden Linie OA, Aenderungen leidet, wenn OA in dieser Ebene eine bekannte Lage hat. Wenn alsdenn BOM den Winkel vorstellet, welchen der Punct M in einer Secunde, Minute, oder Stunde zurück zu legen scheint; so ist derselbe die optische Geschwindigkeit des Puncts M, nachdem man sie für eine Secunde, eine Minute, oder eine Stunde zu wissen verlangt.

Der 1. Zusatz.

25. Wäre N noch ein andrer Punct, welcher in derselben Ebene AOB, in eben der Zeit von C nach N fortrückt, worin B den Weg BM zurück legt; so würde das Auge diese Bewegung ebenfalls nur in soweit empfinden, als es die Aenderung des Winkels AON bemerken kann. Aus der Aenderung des Winkels NOM, den beyde Gesichtslinien einschliessen,

sen, wird dem Auge ferner die relative Bewegung der Puncte M und N gegen einander bemerklich: der Punct M scheint näher nach N hin, oder weiter von N wo gzurücken, nachdem der Winkel NOM nach und nach abnimmt, oder gröſſer wird.

Der 2. Zusatz.

26. Wenn der Punct P so in Bewegung wäre, daß er nicht immer in einerley Ebene AOB bliebe, so würde beydes seine scheinbare Entfernung ROP von der Ebene AOB, und die scheinbare Entfernung AOR seiner auf diese Ebene reducirten Stelle R von der graden Linie OA Aenderungen leiden. 168 Fig.

Die 7. Erfahrung.

27. Wenn wir mit einer Menge von Gegenständen umgeben sind, die sich mit uns selbst insgesammt auf einerley Art beständig nach parallelen Richtungen mit einerley Geschwindigkeit bewegen; so sind wir unsrer eigenen Bewegung uns um deßwillen nicht bewust, weil alle Gegenstände, womit wir uns umgeben sehen, sowohl gegen einander, als auch gegen uns selbst, einerley Lage behalten. Nur diejenigen Gegenstände scheinen uns in Bewegung zu seyn, deren Entfernung von andern Gegenständen, die dem Anschein nach in Ruhe sind, Aenderungen zu leiden scheint.

Der 1. Zusatz.

28. Wenn das Auge sich in einer graden oder krummen Linie in der Ebene AOB von O bis o bewegt, B aber in Ruhe ist; wenn ferner A ein bekannter Punct in der äussersten Gesichtsgränze und vom Auge soweit entfernt ist, daß derselbe gar keine merkliche Parallaxe hat, das Auge mag sich in seiner 170 Fig.

seiner Bahn, wo es wolle befinden; so ist oA mit OA parallel, und der Punct B scheint dem Auge in Bewegung zu seyn, in wie weit der Winkel AoB Aenderungen leidet.

Der 2. Zusatz.

170 Fig. 29. Bewegt sich der Punct B selbst mit dem Auge in einerley Ebene von B nach M, indem das Auge von O nach *o* fortrückt, so wird dem Auge die Bewegung des Puncts M in soweit bemerklich, inwieweit der Winkel A*o*M Aenderungen leidet. Man ziehe O*m* mit *o*M parallel, und mache O*m* = *o*M; so hat *o*M gegen *o*A eben die Lage, wie O*m* gegen OA. Verfährt man eben so für jeden andern Zeitpunct, wenn sich der bewegte Punct in N, das Auge aber in ω befindet; ziehet man nun O*n* mit ωN parallel und macht O*n* = ωN; so liegen die Puncte B, *n*, *m*, in der scheinbaren Bahn des Puncts M. Der Zuschauer, der seine eigene Bewegung nicht merkt, hat eben die Empfindung, die er hätte, wenn er in O in Ruhe wäre, der in Bewegung befindliche Punct aber die Bahn B*nm* durchliefe.

Die 10. Erklärung.

30. Wofern während der Fortpflanzung des Lichts von einem sichtbaren Punct bis ins Auge des Zuschauers etwas Zeit verfließt; so siehet der Zuschauer den sichtbaren Punct, wenn entweder alle beyde, oder wenigstens einer davon in Bewegung ist, nicht völlig in eben der Richtung, wie er würde gesehen werden, wenn das Licht gar keine Zeit brauchte, von einem Ort zum andern zu kommen. Der Winkel zwischen den Richtungslinien, nach welchen der Punct in dem einen oder dem andern Fall gesehen wird, heißt die Abirrung des Lichts.

Der

Der 1. Zusatz.

31. Es sey L ein leuchtender Punct, und O das Auge, *l* aber ein andrer leuchtender Punct, der vom Auge nicht so weit als L. entfernt ist. Wenn nun die Fortpflanzung des Lichts gleichförmig mit der Geschwindigkeit *c* erfolgt: so würde zwar L von dem Zuschauer in O später als *l* gesehen werden, wenn beyde zugleich leuchtend würden: die scheinbare Lage beyder Puncte gegen einander würde jedoch keine Aenderung leiden. 171 Fig.

Der 2. Zusatz.

32. Der leuchtende Punct L bewege sich in der graden Linie CD gleichförmig, das Auge O sey in Ruhe, und OL sey die Richtung, worin der Punct L dem Auge in einem gewissen Zeitpunct erscheint: so kann der Punct L in eben diesem Augenblick nicht mehr in L seyn, wofern das Licht den Weg LO in einer gewissen Zeit zurück gelegt hat. In eben dieser Zeit sey L nach M gerückt; so daß L in demselben Augenblick in M anlangt, wenn der Strahl LO ins Auge kommt; so ist während der Bewegung des Puncts L durch den Weg LM auch in der mit MO parallelen Richtung LN Licht aus L ausgeflossen. Eben dieses Licht bewegte sich, im ersten Augenblick des Ausflusses aus L, mit diesem leuchtenden Punct zugleich in der Richtung LM: also ist die Bewegung desselben in der Richtung LO aus den beyden Bewegungen in den Richtungen LM und LN zusammengesetzt, und man kann den Winkel MOL als die Abirrung des Lichts trigonometrisch finden, wenn die Geschwindigkeiten des Puncs L in der Richtung LM und des Lichts in der Richtung LN bekannt sind. 172 Fig.

Der 3. Zusatz.

33. Vermittelst ähnlicher Schlüsse kann die Abirrung des Lichts auch in andern Fällen gefunden werden, wenn entweder das Auge allein, oder auch mit demselben der sichtbare Punct ebenfalls in Bewegung ist. Vermöge der Erfahrung aber ist die Geschwindigkeit des Lichts so sehr groß, daß sie nur bey den schnellesten Bewegungen merklich wird, wovon man auf der Erde keine Beyspiele hat. Nur unten in der Astronomie werden diese Lehren ihre Anwendung finden.

Die 11. Erklärung.

34. Von einem undurchsichtigen Körper sagt man, er werfe seinen Schatten in den Raum, wohin von einem leuchtenden Körper eben darum kein Licht kommen kann, weil jener undurchsichtige Körper es auffängt. Kürze halber nennt man den unerleuchteten Raum selbst den Schatten, wenn es darauf ankommt, die Gestalt und Grösse dieses Raums anzugeben.

Der 1. Zusatz.

35. Alles Licht, was ein leuchtender Punct auf einen undurchsichtigen Körper wirft, ist in dem Raum eines pyramiden- oder kegelförmigen Körpers enthalten: also verbreitet sich der Schatten durch den Raum, welcher zu der Lichtpyramide noch hinzu kommt, wenn man sie nach der andern von dem leuchtenden Punct abgekehrten Seite hin erweitert.

Der 2. Zusatz.

36. Ein leuchtender Körper bestehet aus unzählig vielen leuchtenden Puncten, wovon wenigstens allemahl ein grosser Theil auf einen solchen dunklen Körper Licht wirft, der dem umherstrahlenden Licht ausge-

ausgesetzt ist. Demnach wirft der dunkle Körper alsdenn auch mehr als einen Schatten, nemlich eben soviele, als leuchtende Puncte da sind, welche die Spitzen der auffallenden Lichtpyramiden abgeben.

Die 12. Erklärung.

37. Der Raum, wohin gar kein Licht kommen kann, wenn ein dunkler Körper einen Theil des von einem leuchtenden umherstrahlenden Lichts auffängt. liegt im vollen Schatten oder Kernschatten: der übrige nur zum Theil erleuchtete Raum im Halbschatten. Wenn vom Schatten schlechthin die Rede ist, so wird gewöhnlich der Kernschatten verstanden.

Die 1. Aufgabe.

38. Die Halbmesser zweener Kreise in einerley Ebene, und die Entfernung ihrer Mittelpuncte sind gegeben, man soll die Lage einer graden Linie finden, die beyde Kreise berührt. 173 Fig.

Aufl. 1. Aus A sey mit dem Halbmesser $AE = r$, aus B mit dem Halbmesser $BD = \varrho$ ein Kreis verzeichnet; ferner sey $AB = a$, und $BD < AE$.

Man nehme $BC = \frac{a \cdot \varrho}{r - \varrho}$, halbire BC in M, und verzeichne aus M den Halbkreis BDC, der den kleinern Kreis in D schneidet: so ist die grade Linie CD die gesuchte Tangente.

Beweis. Wenn BD gezogen wird, so ist BDC $=$ R (131. §. Geom.) also berührt CD den Kreis um den Mittelpunct B. (136. §. Geom.) Man ziehe ferner durch A eine grade Linie mit BD parallel. diese wird CD in E senkrecht schneiden, (103. 101. §. Geom.) und es ist alsdenn $BC : BD = AC : AE$,

(715.

(175. §. Geom.) Ueberdem hat man AC = $a + \frac{a\varrho}{r-\varrho} = \frac{ar}{r-\varrho}$, also $\frac{a\varrho}{r-\varrho} : \varrho = \frac{ar}{r-\varrho}$: AE, und AE = r. Demnach liegt E in der Peripherie des um A verzeichneten Kreises, und CD berührt diesen Kreis in E. (136. §. Geom.)

2. Man kann auch BO = $\frac{a\varrho}{r+\varrho}$ nehmen und über BO einen Halbkreis zeichnen, welcher den kleinern gegebenen Kreis in F schneidet, so berührt OF ebenfalls beyde Kreise zugleich.

Beweis. Es sind wiederum BF und OF auf einander senkrecht, (131. §. Geom.) und eine grade Linie, die durch A mit BF parallel gezogen wird, schneidet OF in G ebenfalls senkrecht. (103. 101. §. Geom.) Ferner ist nun AO = $a - \frac{a\varrho}{r+\varrho} = \frac{ar}{r+\varrho}$, und BO : BF = AO : AG, oder $\frac{a\varrho}{r+\varrho} : \varrho = \frac{ar}{r+\varrho}$: AG, mithin AG = r; woraus das übrige, wie vorhin folgt.

Zusatz.

39. Durch C kann man zwey Tangenten, CDE und CRS, ziehen, welche beyde Kreise zugleich berühren: auch eben so durch O zwey Tangenten FOG, POQ. Wenn sich alsdenn die Ebene der Figur um die Axe AB drehet, so beschreiben die Kreise ein paar Kugeln, ECS eine Kegelfläche, FOP, GOQ ein Paar entgegengesetzte Kegelflächen. Beyde

Kugeln

Kugeln berühren die erste Kegelfläche von innen, und jede von den Kugeln berührt eben so von innen eine von den beyden entgegengesetzten Kegelflächen.

Die 2 Aufgabe.

40. Die Entfernung $AB = a$ der Mittelpunct zwoer Kugeln, davon die eine leuchtend, die andre dunkel ist, und ihre Halbmesser sind gegeben: man soll die Gestalt und Grösse des Schattens der dunklen Kugel finden.

Aufl. Eine Ebene, welche beyde Kugeln durch ihre Mittelpuncte schneidet, giebt ein Paar gröste Kreise, und man kann alsdenn, wie im (38. §.) die graden Linien ziehen, welche beyde Kreise zugleich berühren. Wenn alsdenn die grössere Kugel leuchtend, die kleinere aber undurchsichtig ist: so ergiebt die Vergleichung mit dem 39. §, daß letztere einen kegelförmigen Kernschatten, DCR werfe, dessen Länge $BC = \frac{a\varrho}{r - \varrho}$ gefunden wird: die Kegelfläche ZON aber giebt die Gränze des Halbschattens ab, soweit sie als eine abgekürzte Kegelfläche hinter der undurchsichtigen Kugel liegt. Der halbe Winkel an der Spitze C des vollen Schattenkegels wird gefunden, wenn man ansetzt BC : sin. tot. = BD : sin. BCD. (32. §. Trig.) Auch findet man eben so die Hälfte BOF des Winkels an der Spitze des Halbschattenkegels vermittelst der Proportion BO : sin. tot = BF : sin BOF, und es ist

$$BO = \frac{a\varrho}{r + \varrho}.$$

Der 1. Zusatz.

41. Die Sehnen PF, DR, sind Durchmesser zweyer zu den Polen K, L, gehöriger Parallelkreise,

welche die ganze Fläche der Kugel in zwey Segmente und eine dazwischen liegende Zone eintheilen. Das Segment FKP empfängt in allen Stellen die völlige Erleuchtung, das Segment DLR liegt im vollen Schatten, und die Zone zwischen beyden Segmenten im Halbschatten, der von FP gegen DR zu immer dunkler wird.

Der 2. Zusatz.

42. Die Länge BC des Schattens wird desto grösser, je weniger die Halbmesser beyder Kugeln von einander verschieden sind. In dem Fall $r = \varrho$ wird $BC = \frac{a\varrho}{r - \varrho}$ unendlich groß: (16 §. Allg. Rech.) Das heißt, der Schatten wird cylinderförmig. Wäre $\varrho > r$, so wäre BC negativ. (11. §. Allg. Rech.) das heißt, die Spitze des vollen Schattenkegels hätte nun ihre Stelle vor der undurchsichtigen Kugel auf der Seite, wo das Licht herkommt, der Kernschatten selbst aber wäre ein abgekürzter Kegel.

Der 3. Zusatz.

43. Wenn die leuchtende Kugel in Vergleichung mit der dunklen Kugel sehr groß, also $\frac{\varrho}{r}$ ein sehr kleiner Bruch ist; so hat man beynahe $BC = \frac{a\varrho}{r - \varrho} = \frac{a\varrho}{r} : \left(1 - \frac{\varrho}{r}\right) = \frac{a\varrho}{r}$, oder $BC = \varrho : \frac{r}{a}$. Auch ist bey eben der Voraussetzung

BO =

$BO = \varrho : \frac{r}{a} = BC$. Dies ist der Fall, wenn die leuchtende Kugel die Sonne, die dunkle aber die Erde vorstellt; denn die Astronomie wird beweisen, daß der Sonnendurchmesser wenigstens 110 mahl grösser sey, als der Erddurchmesser. Wird alsdenn der scheinbare Durchmesser der Sonne aus B gesehen $= \delta$ gesetzt, so ist $\frac{\sin \frac{1}{2}\delta}{\sin. tot} = \frac{r}{a}$ (12. §.),

also $BC = BO = \frac{\varrho \,.\, \sin. tot}{\sin \frac{1}{2}\delta}$. Diese Schlüsse finden also auch ihre Anwendung, wenn der Kreis um B jede andre Kugel vorstellt, die noch kleiner als die Erde ist.

Die 13. Erklärung.

44. Wird der körperliche Schatten mit einer Ebene geschnitten, so liegt die Durchschnittsfigur im Schatten. Diese wird Kürze halber der auf die Ebene projicirte Schatten, von den praktischen Schriftstellern auch der Schlagschatten genannt.

Der 1. Zusatz.

45. Auf einer Ebene, die den Schattenkegel DCR auf seiner Axe BC in W senkrecht schneidet, ist der projicirte Schatten der Kugel KDLR ein Kreis, dessen Halbmesser WY leicht gefunden wird, wenn die Entfernung BW gegeben ist. Man findet nemlich $CW = BC - BW$, und hiernächst sin tot : tang $BCD = CW, WY$, (34. §. Trig.) da denn der Winkel BCD aus dem 40. §. bekannt ist. 173 Fig.

Der 2. Zusatz.

46. In eben dem Fall ist der kreisförmige Kernschatten mit einem ringförmigen Halbschatten umge-

ben, wovon der grössere Durchmesser WZ aus dem Winkel BOF gefunden wird, wenn BW gegeben ist. Man setzt an sin tot : tang BOF = OW : WZ, und es ist OW = OB + BW.

Der 3. Zusatz.

47. In dem Fall, wenn die leuchtende Kugel die Sonne, die dunkle aber die Erde, oder eine noch kleinere Kugel ist, so wie wir sie auf der Erde dem Sonnenlicht aussetzen können, hat man $BCD = \frac{1}{2}\delta$ = BOF, (43. §.) und $BC = \frac{\rho \text{ sin. tot.}}{\text{sin } \frac{1}{2}\delta} = BO$.

Wenn überdem BW = b gesetzt wird, so findet man sin. tot : tang $\frac{1}{2}\delta = \frac{\rho \text{ sin. tot.}}{\text{sin } \frac{1}{2}\delta} - b$: WY, (45. §.) also $WY = \frac{\rho \text{ tang } \frac{1}{2}\delta}{\text{sin } \frac{1}{2}\delta} - b \text{ tang } \frac{1}{2}\delta$, oder beynahe $WY = \rho - b \text{ tang } \frac{1}{2}\delta$, weil die Tangente eines kleinen Winkels von wenigen Minuten beynahe dem Sinus gleich ist. Ferner erhält man sin. tot : tang $\frac{1}{2}\delta = \frac{\rho \text{ sin tot}}{\text{sin } \frac{1}{2}\delta} + b$: WZ, (45. §.) also $WZ = \rho + b \text{ tang } \frac{1}{2}\delta$.

Der 4. Zusatz.

48. Der scheinbare Durchmesser der Sonne ist, wie die Astronomie lehren wird, bald etwas weniges grösser, bald etwas kleiner, als 32′, und man kann die Zahl als eine Mittelzahl annehmen: also ist $\frac{1}{2}\delta = 16'$, und $\frac{\text{sin } \frac{1}{2}\delta}{\text{sin. tot.}} = 0{,}00046542$ ziemlich nahe $= 2\frac{1}{15}$. Diesemnach findet man die Länge des

Erd-

Erdschattens BC = 215. ϱ, und in einer Entfernung, die mehr als 215 Erdhalbmesser beträgt, giebt es keinen Kernschatten mehr, sondern nur Halbschatten. Eine ähnliche Bewandniß hat es mit jeder andern dunklen Kugel, die wir auf der Erde dem Sonnenlicht aussetzen können.

Die 14. Erklärung.

49. Auf jeden Punkt, wie D oder E einer dem Sonnenlicht ausgesetzten Ebene fällt von jedem Punct des der Ebene zugekehrten Segments der Sonne ein Lichtstrahl, und alle in einem solchen Punkt zusammenlaufende Lichtstrahlen sind in einem kögelförmigen Raum ADK, HEB, enthalten. Wenn die Axe eines solchen auffalden Strahlenkegels eine Ebene, die das Licht auffängt, senkrecht trift, so sagt man, die Ebene werde an dieser Stelle senkrecht erleuchtet. 174 Fig.

Der 1. Zusatz.

50. Man muß die Lichtkegel und Lichtpyramiden zusammenlaufender Strahlen, von den Lichtkegeln und Lichtpyramiden aus einander fahrender Strahlen (6. §.) unterscheiden. Diese lezstern habe ihre Spitze in dem leuchtenden Körper, und ihre Grundfläche ist diejenige, welche das Licht auffängt: bey jenem ist es umgekehrt.

Der 2. Zusatz.

51. Wegen der sehr großen Entfernung der Sonne von der Erde, welche man in einer runden Zahl auf 24000 halbe Erddurchmesser schätzen kann, wie in der Astronomie wird bewiesen werden, sind alle Lichtstrahlen, die von einerley Punkt der Sonne auf so kleine Ebenen fallen, als wir auf der Erde der Sonne aussetzen können, so gut als völlig parallel. Die

von jedem Punkt der Sonne herkommenden auf eine dem Sonnenlicht ausgesetzte Ebene fallenden Lichtpyramiden oder Lichtkegel sind demnach als Strahlenprismen oder Strahlencylinder anzusehen, nach Verschiedenheit der Figur der Ebene, welche die Strahlen auffängt. Mit den von der Sonne herkommenden Lichtkegeln zusammenlaufender Strahlen aber hat es nicht eben die Bewandniß, weil die Sonne eine ziemlich beträchtliche scheinbare Grösse hat. Strahlen, die von entgegen gesetzten Puncten des Sonnenrandes kommen, und in einerley Punct der erleuchteten Ebene zusammen laufen, sind unter einem Winkel von 22′ gegen einander geneigt.

Der 3. Zusatz.

52. Eine Ebene die wir auf der Erde dem Sonnenlicht aussetzen können, fängt alle vom Mittelpunct der scheinbaren Sonnenscheibe herkommenden Strahlen unter gleichen Winkeln auf, (267. §. Geom.) und sie wird von der Sonne senkrecht erleuchtet, wenn das ein rechter Winkel ist. Die vom äussern Rande herkommenden Strahlen sind alsdenn gegen die Ebene unter einem Winkel von 89° 44′ geneigt.

Die 3. Aufgabe.

53. Eine undurchsichtige kreisförmige Ebene wird von der Sonne senkrecht erleuchtet: man soll die Gestalt und Grösse des Schattens finden.

174 Aufl. Eine Ebene durch der Sonne Mittelpunct
Fig. S und der Ebene Mittelpunkt C schneidet die Sonne in einem grösten Kreise AIIIKB, die kreisförmige Ebene aber in der graden Linie DE, die zugleich Durchmesser von ihr ist. Aus D sowohl, als auch aus E

kann

kann man zwo Tangenten des Kreises DA, DK und EB, EH ziehen, (137. §. Geom.) da dann DA, EB, einander in einem Punkt F der Axe CS schneiden, DK, EH, aber in dem Punct G. Alsdenn ist DFE der volle Schattenkegel, und die Kegelfläche DGE nach F hin erweitert ist die Gränze des Halbschattens.

Man ziehe DS, so ist ADS = SDK der scheinbare Halbmesser der Sonne, und CFD = ADS — CSD. Weil aber CSD ein fast gänzlich verschwindender Winkel ist, (50. §.) so hat man CFD = ADS = $\frac{1}{2}\delta$, wenn ADK = δ gesetzt wird. Ueberdem ist CGD = ADK — CFD, also CGD = $\delta - \frac{1}{2}\delta = \frac{1}{2}\delta$ = CFD, und man findet CF: CD = sin. tot : tang $\frac{1}{2}\delta$, (28. §. Trig.) mithin

$$CF = \frac{CD \,.\, \text{sin. tot}}{\text{tang } \frac{1}{2}\delta} = CG.$$

Der 1. Zusatz.

54. Man findet also die Länge CF des Kernschattens wiederum ohngefehr 215 mahl grösser, als den Halbmesser des Kreises, der den Schatten wirft, und es ist auch hier sehr nahe $CF = \frac{CD \,.\, \text{sin. tot.}}{\text{sin } \frac{1}{2}\delta}$, weil Tangente und Sinus eines Winkels von 16′, wie die trigonometrischen Tafeln ergeben, noch nicht in Zehnmilliontheilen des Halbmessers verschieden sind. Auf der Ebene PQ, die den Schatten senkrecht schneidet, sind die Halbmesser des projicirten Kernschattens und Halbschattens LR = CD — $\frac{1}{215}$ CL, und LT = CD + $\frac{3}{215}$ CL, wie im 47. §.

Der 2. Zusatz.

55. Wenn die Ebene MN undurchsichtig, und DE eine kreisförmige Oefnung ist; so ist der mit dem

durchscheinenden Licht erfüllte Raum dem vorhin betrachteten vom undurchsichtigen Kreise beschatteten Raum in allen Stücken ähnlich. Von jedem Punct des der Oefnung DE zugekehrten Segments der Sonne fällt auf selbige ein Lichtkegel, wie DHE, DKE, und alle diese Lichtkegel haben den kegelförmigen Raum DFE als den vollen Lichtkegel mit einander gemein. Dieser ist mit einem Halbschatten umgeben, den die hinter der Oefnung erweiterte Kegelfläche DGE begränzt. Die Länge der Axen CF, CG, dieser Lichtkegel und die Halbmesser der darauf senkrechten Schnitte findet man wie vorhin die Abmessungen der Schattenkegel gefunden sind.

Lehrsatz.

56. Wenn die Sonne durch eine kleine eckigte Oefnung scheint, und das durchscheinende Licht mit einer Ebene senkrecht aufgefangen wird; so kommt die Figur des auf der Ebene erleuchteten Raums der Figur eines Kreises desto näher, je weiter die Ebene von der Oefnung entfernt ist.

Beweis. Von jedem Punct der Sonne fällt ein Strahlenprisma durch die Oefnung, und ein Schnitt dieses Prismen mit der Oefnung parallel giebt eine Durchschnittsfigur die der Oefnung gleich und ähnlich ist. Wenn man sich nun anfangs alle Hauptstrahlen allein vorstellet, die von jedem Punct der Sonne durch die Mitte der Oefnung gehen, so erhellet, daß sich diese hinter der Oefnung in einen kegelförmigen Raum ausbreiten. Ein auf der Axe dieses Kegels senkrechter Schnitt ist ein Kreis, die Hauptstrahlen, welche vom Umfange des durch die Oefnung scheinen-

den

den Segments der Sonne kommen, müssen den Umfang dieses kreisförmigen Schnittes treffen, und der Kreis selbst ist desto grösser, je weiter die Ebene, welche das Licht auffängt von der Oefnung entfernt ist. Stellt man sich statt der einzelnen Hauptstrahlen die mit einem jeden zusammen gehörigen Strahlenprismen vor, so erhellet, daß anstatt der Punkte, worin die Hauptstrahlen die erleuchtete Ebene treffen, so viele der Oefnung gleiche und ähnliche Durchschnittsfiguren zum Vorschein kommen, die ganz nahe bey der Oefnung in einerley Raum zusammen fallen, in grössern Entfernungen aber sich immer mehr aus einander ziehen. Die mittlern Punkte dieser Durchschnittsfiguren, welche mit den Hauptstrahlen zusammen gehören, bleiben beständig in einer Kreisfläche liegen, die bey wachsender Entfernung immer grösser wird; also muß die Figur des ganzen erleuchteten Raums auf der Ebene bey wachsender Entfernung sich der Figur eines Kreises immer mehr nähern.

Zusatz.

57. Aus eben den Gründen erklärt es sich, warum in dem Fall, wenn ein Theil der durch eine Oefnung scheinenden Sonne verfinstert ist, auf einer Ebene, die das Licht auffängt, der erleuchtete Raum der jedesmahligen Lichtgestalt der Sonne ähnlich ist.

Die 15. Erklärung.

58. Der Schatten AB, welchen ein lothrecht stehender Körper AC auf eine wagrechte Ebene FG wirft, heißt der grade Schatten. Wenn aber ein grader Stift AC auf einer lothrecht stehenden Mauer HL senkrecht ist, und die Sonne darauf scheint; so heißt der Schatten AB alsdenn der verkehrte Schatten 175 Fig. 176 Fig.

wenn er lothrecht herab hängt. Bey diesen Untersuchungen betrachtet man nur die Länge des Schattens mithin auch nur die Länge des Körpers, der den Schatten wirft: also kann man den Körper so ansehen, als wenn es eine grade Linie wäre, und die Länge ihres Schattens gesucht würde.

Der 1. Zusatz.

176 59. Wenn die Mauer LH lothrecht steht, und
Fig. AC darauf senkrecht ist, so ist AC wagrecht. Wird nehmlich AD lothrecht gezogen, so liegt AD in der Ebene LH, und weil AC darauf senkrecht ist, so ist CAD ein rechter Winkel, (246. §. Geom.) mithin AC wagrecht. (19. §. Stat.)

Der 2. Zusatz.

60. Die Ebene CAD ist lothrecht: (261. §. Geom.) und wenn der Schatten von AC in AD fällt, so steht der Mittelpunct der Sonne in der lothrechten Ebene CAD.

Die 16. Erklärung.

175 61. Wenn SC ein Strahl ist, der aus dem Mit-
Fig. telpunct der Sonne kommt, und die wagrechte Ebene FG in B trift; so ist ABS die scheinbare Entfernung der Sonne von der wagrechten Ebene, und eben dieser Winkel heißt auch die Höhe der Sonne über dem Horizot.

Der 1. Zusatz.

175 62. Wenn der Mittelpunkt der Sonne allein
Fig. leuchtend wäre; so wäre AB die Länge des graden Schattens der lothrechten Linie AC. Wegen der ziemlich beträchtlichen scheinbaren Grösse der Sonne aber verliert sich der Schatten hier in einen Halbschatten. Es sey nemlich in der lothrechten Ebene CAB

auch

auch CT ein Strahl der vom obern und CV ein Strahl, der vom untern Sonnenrande kommt, so erstreckt sich der Kernschatten von A bis D: von D bis E aber der Halbschatten. Mit dem verkehrten Schatten auf der verticalstehenden Wand HL hat es eine ähnliche Bewandniß; nur daß AE die Länge des Kernschattens wird. 176 Fig.

Der 2. Zusatz.

63. Wenn die Höhe oder Länge AC des Körpers, der den Schatten wirft, nicht sehr groß ist, so ist auch der Unterscheid beyder Schattenlängen auf der wagrechten Ebene FG (175 Fig.) nicht beträchtlich, so lange die Höhe der Sonne nicht unter 45° beträgt. Tritt dieser Fall ein, so nimmt der Unterscheid der Schattenlänge auf der wagrechten Ebene FG schnell zu: dagegen aber nimmt der Unterscheid der verkehrten Schattenlängen (176 Fig.) auf der lothrechten Ebene HL desto mehr wieder ab.

Die 17. Erklärung.

64. Die Länge AB, welche der Schatten hätte, wenn der Mittelpunkt der Sonne allein leuchtend wäre, kann man die mittlere Länge des Schattens nennen.

Zusatz.

65. Im rechtwinklichten Dreyeck ABC sind die Länge oder Höhe AC, die mittlere Länge AB des Schattens, und die Höhe der Sonne ABC, oder statt dessen beym verkehrten Schatten ihre Ergänzung zu 90°, drey Grössen, wovon jede für sich trigonometrisch gefunden werden kann, wenn die übrigen beyden gegeben sind.

Anfangsgründe der Perspectiv.

Die 1. Erklärung.

1. Die Perspectiv lehrt, wie man ebene oder auch körperliche Figuren nach ihrer scheinbaren Gestalt und Lage gegen einander auf einer Ebene, welche hier die perspectivische Tafel heißt, so abbilden könne, wie sie dem Auge in einer angenommenen Stelle erscheinen müssen.

Zusatz.

177 Fig. 2. Die Ebene AB sey horizontal, und werde von der verticalstehenden Ebene CD in CE geschnitten. In O befinde sich das Auge vor der Ebene CD, hinter dieser Ebene aber die Puncte L, M, P, oder noch mehrere, soviel man will. Wenn alsdenn CD eine durchsichtige Tafel ist, und die Lichtstrahlen LO, MO, PO, welches die von den erwehnten Puncten ins Auge kommenden Hauptstrahlen sind, die Tafel in den Puncten K, I, *p*. durchbohren; so hat das Auge einerley Empfindung, es mag unmittelbar die Puncte L, M, P, oder statt derselben die Puncte K, I, *p*, auf der Ebene CD betrachten. Im letzten Fall ist die Empfindung eben so, als wenn das Auge die Puncte L, M, P, durch eine durchsichtige Tafel betrachtete, und das hat den Nahmen der Perspectiv veranlasset.

Die

Die 2. Erklärung.

3. Wenn man sich von allen Puncten des Gegenstandes, so weit ihn das Auge übersehen kann, ins Auge gezogene Gesichtsstrahlen vorstellet: so liegen diese insgesammt in einem conischen oder pyramidenförmigen Raum, der seine Spitze im Auge hat. Diese optische Pyramide wird von der zwischen dem Auge und dem Gegenstande befindlichen Tafel geschnitten, und die durchschnittsfigur heißt das Bild, oder die Projection des betrachteten Gegenstandes.

Der 1. Zusatz.

4. Das Bild I eines Puncts M ist ein Punct an der Stelle auf der Tafel, wo sie von dem Gesichtsstrahl OM durchbort wird. Das Bild Ip einer graden Linie MP ist ebenfalls eine grade Linie, und die grade Linie MP liegt mit ihrem Bilde in einerley Ebene OMP, die zugleich durchs Auge gehet.

Der 2. Zusatz.

5. Wenn MP mit der Tafel parallel ist, so ist diese grade Linie auch mit ihrem Bilde parallel. (247. §. Geom.) Wenn ML vertical ist, so ist die Ebene OML vertical. (20. § Stat.) Steht also die Tafel vertical, so ist das Bild IK der lothrechten Linie MI. ebenfalls auf dem Horizont AB senkrecht. (264. §. Geom.)

Die 3. Erklärung.

6. Will man Figuren abbilden, die zum Theil 177
in einer horizontalen Ebene AB liegen, zum Theil Fig.
auch auf derselben lothrecht stehen; so nimmt man an,
daß die Tafel vertical stehe, damit aufrecht stehende
Sachen, wie MI, in IK auch aufgerichtet erschei-

nen.

nen. (5. §.) Aus O ziehe man OR auf die Tafel, und OS auf den Horizont senkrecht; so ist OR der Abstand des Auges von der Tafel, und OS die lothrechte Höhe des Auges über dem Horizont. Die Durchschnittslinie CE der Tafel und der Horizontfläche AB heißt die Fundamentallinie oder Grundlinie, der Punct K auf der Tafel der Augenpunct, der Punct S im Horizont aber der Fußpunct.

Der 1. Zusatz.

7. Wenn MP im Horizont mit der Grundlinie parallel ist, so ist auch MP mit der Tafel parallel: (248. §. Geom.) also ist das Bild Ip mit MP (5. §.) folglich auch mit der Grundlinie CE parallel. (258. §. Geom.) Weil ferner das Bild IK der lothrechten Linie ML auf dem Horizont AB senkrecht ist; (5. §.) so ist es auf der Grundlinie CE senkrecht. (246. §. Geom.)

Der 2. Zusatz.

8. Man ziehet RT auf der Funtamentallinie senkrecht, so ist RT auf dem Horizont AB senkrecht, (263. §. Geom.) und mit OS parallel. (257. §. Geom.) Wird hiernächst auch ST gezogen, so hat das Viereck ORST bey R, T, S, rechte Winkel, (246. §. Geom.) mithin ist auch SOR ein rechter Winkel (106. §. Geom.) und ORST ein Rechteck, worin RT = OS, ST = OR: auch ist die Ebene ORTS beydes zugleich vertical und auf der Tafel senkrecht. (261. §. Geom.)

Die 4. Erklärung.

9. Eine Ebene durch die drey Puncte O, R, S, gelegt heißt die Verticalfläche des Auges; sie ist mit der Ebene des Rechtecks ORTS (7. §.) einer-

ley

ley. Der Punct T in der Grundlinie lothrecht unter dem Augenpunct, kann der Fußpunkt auf der Tafel heissen, um ihn von dem Fußpunkt S im Horizont lothrecht unter dem Auge zu unterscheiden. Wenn überdem noch RH mit der Grundlinie parallel gezogen wird, so ist RH horizontal, und man nennt RH schlechthin die Horizontallinie, RT die Verticallinie des Auges. Die Ebene ORH ist der Horizont des Auges.

Der 1. Zusatz.

10. Es sey M ein Punct im Horizont AB, und MN auf der Grundlinie CE senkrecht: so ist MN der Abstand des Puncts M von der Tafel, (263. §. Geom.) und TN der Abstand eben dieses Puncts von der Verticalfläche des Auges. Aus dem Punct L, der oberhalb des Horizonts AB liegt, sey LM lothrecht herab gelassen: so ist LM die lothrechte Höhe des Puncts L über dem Horizont AB. Wofern vielleicht LM grösser ist, als die Höhe des Auges RT, so liegt L über dem Horizont des Auges, in diesem Horizont, wenn LM = RT ist, und unter demselben wenn LM kleiner ist, als RT.

Der 1. Lehrsatz.

11. Wenn zwey oder mehr grade Linien, wie *CD*, *MV*, *FG*, mit einander parallel sind, sie mögen alle in einerley, oder in verschiedenen Ebenen liegen; so laufen ihre Bilder insgesammt in demjenigen Punct der Tafel zusammen, worin der mit ihnen parallele Gesichtsstrahl *OP* die Tafel trift. 178 Fig.

Beweis: Die grade Linie MV stosse verlängert bey K an die Tafel, der durchs Auge O damit parallele Gesichtsstrahl aber in P: so ist KP die Durchschnittslinie der Ebene beyder Prallellinien OP, MV,

mit

mit der Tafel. In dieser graden Linie liegt das Bild *m* eines jeden Puncts M der graden Linie KM, sie mag hinter der Tafel so lang man will verlängert werden; denn *m* liegt in der Tafel, und in der Ebene der Parallellinien OP und KM, (4. §.) also in beyder Durchschnittslinie KP. Demnach ist K*m* das Bild von KM: und wenn M nach V weiter hinaus rückt; so rückt zugleich *m* weiter nach P. Nimmt man an, daß M von K über alle Gränzen wegrücke, so fällt zuletzt *m* in P, wenn KM unendlich groß wird. Wenn demnach CD, FG, verlängert mit der Tafel in B und A zusammen stossen; so laufen ihre Bilder aus B und A gegen P zu, und P ist ihrer aller Vereinigungspunct.

Der 1. Zusatz.

177 Fig. 12. Die Bilder grader Linien, welche wie NM, FZ, auf der Tafel senkrecht sind, laufen im Augenpunkt R zusammen.

Der 2. Zusatz.

13. Alle im Horizont AB liegende auf der Grundlinie CE senkrechte grade Linien, wie NM, sind auch auf der Tafel senkrecht: (263. §. Geom.) also laufen ihre Bilder in den Augenpunct.

Die 5. Erklärung.

14. Die im Augepunct R zusammenlaufenden Bilder NR, TR, der im Horizont AB auf der Grundlinie senkrechten graden Linien NM, TQ, heissen bey einigen praktischen Schriftstellern die Gesichtslinien. Jedes Stück NI einer solchen Gesichtslinie ist das Bild einer durch N auf der Tafel senkrechten Horizontallinie NM. Wie nun NM die wirkliche senkrechte Entfernung des Punkts M

von

von der Grundlinie und zugleich von der Tafel ist; so kann man NI die perspectivische Entfernung des Bildes I von der Grundlinie nennen.

Der 1. Zusatz.

15. Obgleich die Tafel vertical stehend angenommen wird, so muß man sich doch NI als Horizontal liegend, und die Tafel als durchsichtig vorstellen.

Der 2. Zusatz.

16. Das Bild eines solches Puncts, der im Horizont AB liegt, kann nie jenseits der Horizontallinie RH seine Stelle haben: daher heißt RH auch die Gränzlinie des Horizonts AB, so wie CE die gemeinschaftliche Grundlinie des Horizonts und der Tafel ist.

Die 6. Erklärung.

17. Die senkrechte Entfernung NM des Puncts M hinter der Tafel heißt auch seine Tiefe hinter der Tafel, weil die Redensart gewöhnlich ist, der Punct M liege so und soviele Fusse tief hinter der Tafel. In dieser Rücksicht heißt auch NI die perspectivische Vertiefung des Bildes I, und man nennt die im Augenpunct R zusammen laufenden graden Linien, wie NR, am besten die Vertiefungslinien. Wenn dagegen IK das Bild einer verticalstehenden graden Linie ML, also auf CE senkrecht ist; (7. §.) so wird auch IK als vertical stehend betrachtet, und mit der wirklichen Höhe ML eines lothrecht stehenden Objects gehört die perspectivische Höhe IK zusammen.

Der 1. Zusatz.

18. Es sey NM bey α, β, γ, in gleich grosse Ruthen oder Fussen nach einem bekannten Maaße eingetheilt, so wird die perspectivische Vertiefung NI

von den Gesichtsstrahlen Oα, Oβ, Oγ, bey a, b, c, in vertiefte perspectivische Ruthen oder Fusse getheilt, welche jene geometrische Ruthe oder Fusse abbilden. Diese perspectivischen in die Tiefe laufenden Fusse fallen desto kleiner aus, je weiter die dadurch abgebildeten Fusse hinter der Tafel liegen.

Der 2. Zusatz.

19. Wäre eben so die mit der Tafel parallele grade Linie MP, oder die ebenfalls damit parallele lothrechte Höhe ML in gleiche Ruthen oder Fusse getheilt, so würden die aus O in die Theilungspuncte laufenden Gesichtsstrahlen die Bilder lp, oder lK in eben soviele gleiche aber verkleinerte oder verjüngte Ruthen oder Fusse theilen.

Die 7. Erklärung.

20. Man nehme auf der Gränzlinie RH des Horizonts AB die Entfernung RW = dem Abstand des Auges RO, auf der Grundlinie CE aber die Entfernung NX = der wirklichen Vertiefung NM: so heissen W und X die Distanzpuncte, nemlich W der Distanzpunct des Auges, und X der Distanzpunct der hinter der Tafel liegenden Stelle M. Auch nennt man RW, NX, die Distanzlinien. Die grade Linie WX zwischen den Distanzpuncten wird die Vertiefungslinie NR irgendwo schneiden, wenn man W und X wie es die Figur vorstellet, so nimmt, daß NR zwischen diesen Puncten liegt: eben darum heißt WX die Durchschnittslinie.

Der 2. Lehrsatz.

177 21. Die beyden Distanzpuncte W, X, liegen
Fig. auf der Tafel mit dem Bilde l des Puncts M
in gerader Linie.

Beweis

Beweis. Weil OR und NM parallel sind, (257. §. Geom.) so sind MNI und ORI ähnliche Dreyecke, (101. 175. §. Geom.) und es ist OR : RI = MN : NI. Ferner ist OR = RW, MN = NX, also auch RW : RI = NX : NI. Weil überdem RH und CE parallel sind, so ist der Winkel WRI = INX, und die Dreyecke RWI, INX, sind ebenfalls einander ähnlich. (101. 176 §. Geom.) Diesemnach ist der Winkel NIX = RIW, und IW, IX, liegen in grader Linie. (20. §. Geom.)

Zusatz.

22. Wenn also die Durchschnittslinie WX und die Vertiefungslinie NR einander in I scheiden, so ist NI die perspectivische Vertiefung, welche die wirkliche Vertiefung NM = NX abbildet. (7. §. Geom.)

Die 1. Aufgabe.

23. Ebene oder auch körperliche Figuren auf der Tafel perspectivisch zu zeichnen, wenn ihre Seitenlinien entweder auf der Tafel senkrecht, oder damit parallel sind.

Aufl. Vor allen Dingen muß die Entfernung des Auges von der Tafel gegeben oder willkührlich angenommen seyn, und eben so die lothrechte Höhe des Auges über der Ebene, die man als horizontal liegend betrachtet. Dieses vorausgesetzt ziehe man eine grade Linie CE, welche die Grundlinie vorstellet, nehme in derselben einen Punct T als den Fußpunct an, und richte TR als die Verticallinie des Auges senkrecht auf. Man mache ferner TR der Höhe des Auges über demjenigen Horizont gleich, dessen Grundlinie CE vorstellet, ziehe RH als die Horizontallinie des Auges mit CE parallel, und neh- 179 Fig.

me RW dem Abstande des Auges gleich: so ist bis auf den Maaßstab alles zur Zeichnung vorbereitet. Wie nun bey geometrischen Zeichnungen auf dem Papier allemahl ein verjüngter Maaßstab willkührlich gewählt wird; so kann man ihn auch hier willkührlich wählen, und man richtet sich dabey, wie auch sonst allemahl nach der Grösse des Flächenraums, der die Zeichnung fassen soll. Den Maaßstab selbst kann man hier am bequemsten auf der Grundlinie auftragen, indem man diese von T nach C und E zu in gleiche Ruthen oder Fusse eintheilt: auch kann man eben so entweder RT oder jede andre senkrechte Linie zwischen der Grundlinie und Gränzlinie des Horizonts in gleiche Ruthen oder Fusse theilen. Um den Maaßstab für die Tiefen zu erhalten, theile man eine von den Vertiefungslinien wie NR dem 22 §. gemäß vermittelst der in W zusammen laufenden Durchschnittslinien, wie es die Figur vorstellt, gehörig ein: so wird jede andre Vertiefungslinie in eben dem Verhältniß durch solche grade Linien getheilt, die durch die Theilungspuncte in NR mit der Grundlinie parallel laufen.

Aus der folgenden kurzen Beschreibung dessen, was die 179. Figur vorstellet, kann man leicht abnehmen, wie man sich bey der Zeichnung selbst zu verhalten habe. Die Vertiefungslinie NR liegt rechter Hand der Ebene des Anges 20 Fuß weit davon entfernt: sie ist von N bis I 56 Fuß lang, denn soviele Fusse schneidet die Durchschnittslinie WX von N bis X auf der Grundlinie ab. Die im Horizont mit der Grundlinie CE parallel laufende grade Linie *Ip* ist 40 Fuß lang, weil zwischen den Vertiefungslinien NI und *np* von N bis *n* so viele Fusse enthalten

sind

sind. Die perspectivische Höhe IK beträgt 8 Fuß, denn so hoch ist NV im geometrischen Maaß; zu Ip und IK gehört übrigens einerley verjüngtes Maaß. Ferner ist NIKV ein 8 Fuß hohes über NI lothrecht stehendes Rechteck; I*p*kK ist ein mit der Tafel paralleles eben so hohes Rechteck über der Grundlinie I*p*. Die Vertiefung *up* ist eben so lang, und eben so weit von der Verticalfläche des Auges entfernt, als NI; auch steht über *np* ein eben so hohes lothrechtes Rechteck *nvkp*, als NIKV war. Die drey genannten Rechtecke könnten eine 8 Fuß hohe Gartenmauer, das Rechteck NI*pn* den dazwischen liegenden 40 Fuß breiten und 56 Fuß tiefen Gartenplatz vorstellen. Noch ist *lmno* ein 4 Fuß breites und 12 Fuß in die Tiefe laufendes Rechteck. Die Figuren *abcd* 4 Fuß rechter Hand, *efgh* 4 Fuß linker Hand der Ebene des Auges sind Quadrate, jede Seitenlinie ist 6 Fuß lang, die vordere Seite *ab* ist, so wie auch *fg*, 8 Fuß weit von der Tafel entfernt. Ueber *abcd* steht ein Würfel, wie es seyn muß 6 Fuß hoch, und über *efgh* eine Pyramide 12 Fuß hoch. In der Grundfläche *efgh* sind die beyden Diagonallinien *eg*, *fh*, gezogen, und aus ihrem Durchschnittspunct ist eine 12 Fuß hohe grade Linie lothrecht aufgerichtet, welche die Höhe der Pyramide abgiebt.

Der 2. Lehrsatz.

25. Wenn die graden Linien CD, FG im Horizont AB mit einander poralle laufen, also gegen die Grundlini CE unter einerley Winkel TBC = TAF geneigt sind, so liegt der Vereinigungspunct P ihrer Bilder in der Horizontallinie RH, und sein Abstand RP vom Augen- 178 Fig.

punct ist die Cotangente des Neigungswinkels der erwehnten Parallellinien gegen die Grundlinie für den Halbmesser OR.

Beweis. Man ziehe OP bis an die Tafel mit CD oder FG parallel, so ist P der Vereinigungspunct der Bilder dieser Parallellinien. (11. §.) Ferner ist nun OP horizontal, weil CD, FG horizontal sind, und OR ist ebenfalls horizontal: also ist die Ebene ROP horizontal, ihr Durchschnitt mit der Tafel ist die Horizontallinie des Auges, und in derselben muß P liegen, weil dieser Punct beydes zugleich in der Tafel und in der Ebene ROP liegt. Man ziehe FN auf CE senkrecht; so sind FN und OR, so wie AF und OP parallel: (257. §. Geom.) also ist POR = AFN (259. §. Geom.) = 90° — NAF, folglich RP als die Tangete des Winkels ROP zugleich die Cotangente von NAF für den Halbmesser RO. (2. §. Trigon.)

Die 8. Erklärung.

178 Fig. 25. Die graden Linien, wie AP, BP, die in einerley Punct P der Horizontallinie zusammen laufen, können geneigte oder schiefe Vertiefungslinien heissen.

Zusatz.

26. Wäre AG in gleiche Ruthen oder Fuße getheilt, so würden die aus dem Auge O in die Theilungspuncte laufenden Gesichtsstrahlen auch die perspectivischen aus A nach P laufende Vertiefung in perspectivische nach P zu immer kleiner ausfallende Ruthen oder Fusse theilen, welche jene geometrische Ruthen oder Fusse abbilden.

Die 9. Erklärung.

27. Auf der Gränzlinie RH des Horizonts nehme man PQ = der Entfernung des Auges O von dem

dem Vereinigungspunct P der Bilder aller mit FG parallelen Linien, auf der Grundlinie aber sey AL = AF: so sind Q und L Distanzpuncte für die in P zusammenlaufenden geneigten perspectivischen Vertiefungen. Auch sind PQ, AL, damit zusammengehörige Distanzlinien, und QL die Durchschnittslinie.

Der 3. Lehrsatz.

28. Die beyden Distanzpuncte Q und L liegen wiederum mit dem Bilde *f* des Puncts F in grader Linie. 178 Fig.

Beweis. Die Dreyecke FA*f*, OP*f*, sind einander ähnlich, weil OP, AF, parallel sind, und man hat OP : P*f* = AF : A*f*, folglich auch PQ : P*f* = AL : A*f*. Ueberdem ist QP*f* = LA*f*, also das Dreyeck *f*PQ dem Dreyeck *f*AL ähnlich, und der Winkel P*f*Q = A*f*L. Daraus aber folgt, daß *f*Q, *f*L, in grader Linie liegen. (20. §. Geom.)

Zusatz.

29. Wenn also die Durchschnittslinie QL und Vertiefungslinie AP einander in *f* schneiden; so ist A*f* die perspectivische Vertiefung, welche die gegen die Tafel geneigte Vertiefung AF abbildet. (7. §. Geom.)

Die 2. Aufgabe.

30. Ebene oder auch körperliche Figuren auf der Tafel abzubilden, wenn auch unter den Seitenlinien solche sind, welche mit der Tafel unter einem schiefen Winkel zusammen laufen.

Aufl. Nachdem die im 23. §. beschriebene 179
Vorbereitung schon gemacht ist, trage man auf der 180
Verticallinie RT die Entfernung RW des Auges Fig.

aus R in O, beschreibe aus O mit dem Halbmesser RO einen Quadranten RS, und theile ihn in seine 90 Grade. Aus O ziehe man ferner durch alle Theilungspuncte Halbmesser, und bezeichne ihre Durchschnittspuncte mit der Gränzlini RH mit eben den Zahlen, wie die Theilungspuncte des Quadranten, womit sie zusammen gehören. Alsdenn sind R 10, R 20, R 30, u. s. f. die Tangenten von 10°, 20°, 30°, u s. f. für den Halbmesser RO. Eben diese Abtheilungen werden alsdenn auch an der andern Seite des Augenpuncts R auf der Horizontallinie aufgetragen, und die so eingetheilte Horizontallinie vertritt die Stelle eines perspectivischen Transporteurs.

179 Fig. Wenn nemlich Nc verlängert mit der Gränzlinie in *q* beym 36sten Grade zusammenstößt, so bildet TNc einen Winkel von sovielen Graden ab, als auf der Gränzlinie liegen, soweit sie sich von *q* bis ins unendliche hinaus erstreckt, also hier 54°. Eben so ist es auch mit dem Winkel CN*q*, der den vorigen zu 180° ergänzt, und in diesem Fall 126° fasset.

Wenn nun *c* die Spitze eines Winkels ist, dessen Schenkel gehörig verlängert bey *q* und *r* an die Gränzlinie stossen; so fasset der Winkel *rcq* soviele Grade, als auf der Gränzlinie zwischen *q* und *r* enthalten sind. Denn man verlängere auch *cq* und *cr* bis an die Grundlinie in N und F, so bildet NF*c* ein Dreyeck ab, worin der Winkel FN*c* soviele Grade fasset, als von *q* aus nach G ins unendliche fort auf der Gränzlinie liegen, der Winkel NF*c* aber soviele, als von *r* nach H hinaus ins unendliche fort auf der Gränzlinie liegen. Zieht man beyde zusammen von 180° ab, so bleiben soviele Grade, als zwischen *q* und *r* auf der Gränzlinie liegen:

mithin

mithin so viele Grade als der Winkel TcN = *qcr* fasset. (55. §. Geom.)

Um das übrige mit desto mehrerer Deutlichkeit aus der Zeichnung selbst abzunehmen, ist die Tafel in der 180 Figur nochmal besonders gezeichnet. Daselbst ist AP unter einem Winkel LAP von 50 Graden gegen die Grundlinie geneigt. Auf einer solchen geneigten Vertiefung schneidet man auf folgende Art eine Länge AD ab, die eine vorgeschriebene Anzahl Fusse fasset. Man trägt die Entfernung PO aus P nach Q, zählt von A nach L die vorgeschriebene Anzahl, wie hier 36 Fusse ab, und ziehet die Durchschnittslinie QL, welche in D die verlangte Länge abschneidet. Ferner ist hier DAF ein rechter Winkel, und weil AF in *p* läuft, so ist die Distanzlinie *p*O in *pq* getragen, um aus *q* vermittelst der Durchschnittslinie *q*F die Länge AF von 48 Fuß abzuschneiden. Aus F ist FP mit AD, und eben so D*p* mit AF parallel gezogen, und diese beyden Linien schneiden einander in H, so daß AFHD ein Rechteck vorstellet. Ueber jeder von den vier Seitenlinien dieses Rechtecks ist eine 6 Fuß hohe Ebene senkrecht aufgerichtet. Diese vier lothrechte Ebenen umschliessen also in der horizontalen Ebene ein Rechteck so, daß die Zeichnung etwa einen Gartenplatz mit der umher befindlichen Mauer oder etwas dergleichen vorstellen könnte. 180

Der 1. Zusatz.

31. Wenn eine krumme Linie, dergleichen die Kreise, und Kreisbogen sind, perspectivisch gezeichnet werden soll; so sucht man die Bilder so vieler einander sehr nahe liegender Puncte, als man nöthig findet, um hiernächst den Umfang des Bildes

durch alle so gefundene Puncte durchzuführen. Man kann zuerst das Bild *k* vom Mittelpunct des Kreises suchen, welches hier 8 Fuß weit von der Tafel, und 4 Fuß weit von der Verticalfläche des Auges entfernt ist. Ferner suche man die Bilder so vieler Durchmesser als man nöthig findet, so liegen ihre Endpuncte in der Kreislinie. Wählt man solche Durchmesser, die einander unter gleichen Winkeln am Mittelpunkt schneiden; so sind ihre Endpuncte zugleich soviele Winkelpuncte eines regulären Polygons.

Der 2. Zusatz.

32. In der hiebey gefügten Figur ist der Durchmesser *ab* auf der Tafel senkrecht, *cd* damit parallel. Diese Durchmesser sind 16 Fuß, also die Halbmesser 8 Fuß lang, und der Kreis berührt bey *a* die Grundlinie. Ferner laufen *gh* und *fe* bey W und Y in den 45sten Grad der Gränzlinie. Um also einem solchen Halbmesser, wie *kg* und *kh*, die Länge von 8 Fuß zu geben, ist WO in WX getragen, und *k*X gezogen. Weil diese Durchschnittslinie in K mit der Tafel zusammen stößt: so sind KM und KN 8 Fuß lang genommen, die Durchschnittslinien XM, XN, gezogen, und auf solche Art die Puncte *g* und *h* gefunden worden. Für den Durchmesser *ef* ist eben so die Distanzlinie aus YO in YZ getragen.

Die 3. Aufgabe.

33. Den Schatten eines Körpers perspectivisch zu zeichnen, wenn die Erleuchtung von einer kleinen Lichtflamme oder auch sonst einem leuchtenden Körper herrührt, den man ohne merklichen Fehler, als einen leuchtenden Punct betrachten kann.

Aufl. Der körperliche Schatten ist die Erweiterung der Strahlenpyramide, welche die Lichtflamme, als leuchtender Punct betrachtet, auf den dunklen Körper wirft, nach der andern Seite desselben, die vom Licht abgewandt ist. Auf einer Ebene, welche diesen körperlichen Schatten schneidet, findet man den Umriß des Schlagschattens, wenn man vom mittlern Punct der Lichtflamme, deren Stelle in der Zeichnung bekannt angenommen wird, durch soviele Puncte in den Gränzen des dunklen Körpers, als man nöthig findet, grade Linien ziehet: wo jede dieser Linien die beschattete Ebene trift, da hat man einen Punct im Umfange des Schlagschattens. Zu mehrerer Erleichterung kann man sich die Vorstellung machen, als ob der Schatten eines Puncts ein Punct, der Schatten einer graden Linie selbst eine grade Linie wäre, die mit jener Linie und dem leuchtenden Punct in einer Ebene liegt.

Die 181ste Figur stellet den innern Raum eines Zimmers vor, wovon der Boden nebst der Decke horizontal ist, und die drey verticalen Seitenwände einander senkrecht schneiden. Bey λ befindet sich die Lichtflamme und α ist ein Eckpunct oben an einer von den lothrechten Seitenlinien eines auf dem Boden des Zimmers stehenden graden Prismen. Weil die Stelle beyder Puncte im Zimmer allemahl als bekannt angenommen wird; so kennt man die Entfernungen Tφ, Tψ, dieser Puncte von der Ebene des Auges, und kann im Horizont Rφ, Rψ, ziehen. Alsdenn weiß man, daß λ in der lothrechten Ebene über Rφ; so wie α in der lothrechten Ebene über Rψ liege. Wenn demnach auch nicht αβ für sich schon lothrecht wäre, so könnte man nun αβ, λμ, loth-

181 Fig.

lothrecht ziehen, da dann die Durchschnittspuncte β und μ mit Rψ und Rφ im Horizont liegen. Zwey solche senkrechte Linien wie $\alpha\beta$, $\lambda\mu$, sind parallel, und die Puncte λ, α, μ, β, liegen in der Ebene dieser Parallelinien. Demnach ziehe man $\mu\beta$ und $\lambda\alpha$, so ist der Durchschnittspunct π im Horizont der Schatten des Puncts α.

Man siehet nun wohl, daß $\beta\pi$ der Schatten von der Ecklinie $\beta\alpha$ sey. Wird eben so der Schatten ϱ und σ der Eckpuncte γ und ε gesucht, so kann man den Schatten $\beta\pi\varrho\sigma\zeta$ des ganzen Prismen zeichnen. Der Schatten t von der Spitze g der Pyramide efg würde im horizontalen Boden auf u fallen, wenn die Wand ihn nicht in t auffienge, und man siehet sehr leicht bey Betrachtung der Figur, wie übrigens der Schatten von der ganzen Pyramide gezeichnet sey.

Die 10. Erklärung.

177 Fig. 34. Es sey L ein abzubildender Punct hinter der Tafel, und die lothrechte Linie LM treffe die Horizontfläche des Auges in G; so wird OG die Horizontallinie des Auges irgendwo in g schneiden, so daß g das Bild von G ist. Ferner ist nun OLMS eine verticale Ebene, welche kurz die Verticalfläche des abzubildenden Puncts heissen kann. Diese und die Verticalfläche des Auges schneiden einander in OS, und ROG = TSM ist ihr Neigungswinkel, der hier die Abweichung des Puncts L von der Verticalfläche des Auges heißt. Ferner ist GOL der scheinbare Abstand des Puncts L vom Horizont des Auges, oder die optische Höhe des Puncts L über dem Horizont des Auges. (61. §. Opt.)

Der

Der 1. Zusatz.

35. Wenn die Zeichnung eine von der Sonne erleuchtete Gegend vorstellen, und das Bild der Sonne mit auf die Tafel gebracht werden soll: so stelle man sich L als den Mittelpunkt der Sonne vor. Alsdenn ist OLMS die Verticalfläche der Sonne, und ihr Winkel ROG mit der Verticalfläche des Auges heißt in der Astronomie der Azimuthalwinkel der Sonne: GOL aber ist die Höhe der Sonne über dem Horizont.

Der 2. Zusatz.

36. Im Dreyeck RgK ist Rg die Tangente des Azimuthalwinkels für den Halameſſer OR, und gK die Tangente der Höhe des Puncts L über dem Horizont für den Halbmeſſer Og.

Der 3. Zusatz.

37. Je gröſſer die Entfernung OL ist, desto näher rückt das Bild I des lothrecht unter L im Horizont befindlichen Puncts M der Horizontallinie des Auges. In dem Fall, wenn L unendlich groß wäre, würde das Bild I mit g in der Horizontallinie RH zusammen fallen.

Die 4. Aufgabe.

39. Das Bild des Mittelpuncts der Sonne auf der Tafel zu zeichnen, wenn ihr Azimuthalwinkel, und ihre Höhe über dem Horizont gegeben sind.

Aufl. Weil RO der Abstand des Auges ist; so gebe man dem Winkel ROH soviele Grade, als der Azimuthalwinkel enthalten soll. Aus H nehme man auf der Horizontallinie HP = HO, mache den Winkel HPQ der Höhe der Sonne gleich, und richte aus H eine grade Linie über RH senkrecht auf, welche PQ in S schneidet: so ist S das gesuchte Bild, (36. §.) 179 Fig.

Die

Die 5. Aufgabe.

182 Fig. 38. Das Bild S des Mittelpuncts der Sonne ist auf der vertical stehenden Tafel gegeben, oder auch nach Anleitung des 37. §. gefunden; die Zeichnung stellet einen horizontalen Prospect vor, und *AB* ist das Bild einer dem Sonnenlicht ausgesetzten lothrechten graden Linie: man soll das Bild ihres Schattens zeichnen.

Aufl. Aus dem Bilde S des Mittelpunkts der Sonne ziehe man SG auf der Horizontallinie des Auges senkrecht, und hiernächst die graden Linien SA und GB, welche einander in C schneiden; so ist BC der Schatten.

Beweis. Wegen der sehr grossen Entfernung der Sonne von der Erde ist G das Bild eines Puncts im Horizont lothrecht unter der Sonne: (37. §.) demnach ist diese Aufgabe als ein besondrer Fall von der im 33. §. vorgetragenen Aufgabe anzusehen.

Der 1. Zusatz.

39. Wenn der Azimuthalwinkel der Sonne ROG $= 90°$ ist, so wird RG unendlich groß, und P fällt in R: alsdenn werden auch GS und PS unendlich groß, und es giebt kein Bild der Sonne auf der Tafel, weil ihr Mittelpunct selbst nun in der Ebene der Tafel liegt. Zugleich ist nun der Schatten BK der lothrechten Linie BA mit der Grundlinie parallel, und um seine Länge BK zu haben, wird der Winkel BAK so groß gemacht, als die Ergänzung der Sonne zu $90°$.

Der 2. Zusatz.

40. Wäre der Azimuthalwinkel, wie $ROγ$, grösser als $90°$; so muß man $Oγ$ rückwärts bis an die Horizontallinie in *g* verlängern, $gp = gO$ nehmen,

men, unter der Horizontallinie den Winkel *gps* der Höhe der Sonne gleich machen: so ist der Durchschnitt *s* mit der auf der Horizontallinie senkrechten Linie *gs* als ein geometrisches Bild der Sonne auf der Tafel anzusehen, weil es darauf kein physisches Bild giebt. Der Schatten hat nun die Lage von B nach *g*, und wenn man *As* ziehet, so giebt der Durchschnitt *c* mit *Eg* die Länge *Bc* des Schattens.

Die 6. Aufgabe.

41. Den Schatten eines Körpers zu zeichnen, wenn des Tageslicht ihn erleuchtet, das durch eine Thür oder Fensteröfnung in ein Zimmer scheint.

Aufl. Die ganze Oefnung, durch welche das Tageslicht ins Zimmer fällt, ist als eine leuchtende Fläche zu betrachten, und dunkle Körper, die diesem Licht ausgesetzt sind, werfen ausser dem vollen Schatten auch einen Halbschatten von so beträchtlicher Grösse, daß man die eigentlichen Gränzen etwas genauer suchen muß, als in den vorhin betrachteten Fällen nöthig war. Man hilft sich dabey durch allerley Vortheile, welche theils die Gestalt der Oefnung an die Hand giebt, die das Licht durchscheinen läßt, theils die Gestalt des Körpers, dessen Schatten gezeichnet werden soll. Gewöhnlich haben die Thür- und Fensteröfnungen die Gestalt solcher Rechtecke, wovon zwey Seitenlinien vertical stehen, und die übrigen Horizontal liegen. Alsdenn genügt es, wenn man den Schatten sucht, den der Körper werfen würde, wenn jede von den verticalen Seitenlinien für sich allein leuchtend wäre: so erhält man einen zwiefachen Halbschatten, und der Raum, den beyde gemein haben, ist der Kernschatten.

183 Fig. Es sey ABCD eine Thüröfnung, oder auch PBCQ eine Fensteröfnung, und auf dem horizontalen Boden stehe das Prisma EM. Man ziehe AE, AG, AL, und BF, BH, BM: so geben sich die Durchschnittspuncte *e*, *g*, *l*, und E*egl*L würde der Schatten seyn, wenn AB, oder auch PB allein leuchtend wäre. Weiter ziehe man DE, DG, DL und CF, CH, CM, so geben sich die Durchschnittspuncte ε, γ, λ, und der Schatten Eεγλ L für den Fall, wenn die Erleuchtung allein von CD oder CQ käme. Der beyden Schatten gemeinschaftliche Raum E*eh*λL ist der Kernschatten. Für jede verticale Linie zwischen AB und CD in der Thür oder Fensteröfnung könnte man eben so einen Schatten finden, diese würden alle zwischen den Gränzen L*l* und E*e* liegen, und alle würden den Raum E*eh*λL gemein haben: also kann kein Punct der Thür oder Fensteröfnung dahin scheinen.

Anmerkung.

42. Soll man Figuren abbilden, welche in Ebenen liegen, die gegen die Tafel, unter einem schiefen Winkel geneigt sind; so bleiben die Regeln, nach welchen man zu Werke gehen muß, den bisher vorgetragenen ganz ähnlich: nur verstattet es der Raum nicht, daß sie hier vorgetragen werden könnten. Man findet im 3 Bande der Anfangsgründe alle Regeln so vollständig, als man sie nöthig hat, um jede perspectivische Zeichnung zu entwerfen. Der 7 Theil des Lehrbegriffes enthält auch die allgemeine analitische Perspectiv, und man findet daselbst zugleich Nachrichten von den vornehmsten hieher gehörigen Schriftstellern.

Die 11. Erklärung.

43. Je weiter das Auge von der abzubildenden Sache wegrückt, desto mehr nähert sich die Lage der ins Auge kommenden Strahlen der parallelen Lage.

Wenn

Wenn bey der Zeichnung des Bildes vorausgesetzt wird, das Auge sey so sehr weit entfernt, daß die Abweichung der in dasselbe kommenden Strahlen von der parallelen Lage nicht mehr merklich ist; so heißt das Bild eine orthographische Projection der abgebildeten Sache.

Zusatz.

44. Die orthographischen Bilder paralleler Linien sind auf der perspectivischen Tafel ebenfalls parallel. Die perspectivischen Ruthen oder Fusse einer in die Tiefe laufenden graden Linie sind gleich groß, und jedes Bild einer mit der Tafel parallelen graden Linie ist der abgebildeten Linie gleich.

Die 12. Erklärung.

45. Die Tafel TC sey auf dem Horizont MN senkrecht, und RT sey eine lothrechte Linie in der Tafel, RO aber auf der Tafel und OS auf dem Horizont senkrecht: so ist ORST eine auf der Tafel senkrechte Verticalfläche, und unter mehrern solchen auf der Tafel senkrechten Verticalflächen kann diejenige die erste Verticalfläche heissen, deren Stelle als bekannt angenommen wird. Durch O sey eine grade Linie Oo ins unendlich weit entfernte Auge gezogen, und diese treffe die Tafel in G, den Horizont MN in D: so ist der Winkel SDO die optische Höhe des Auges über dem Horizont, und die Ebene dieses Winkels kann hier die Verticalfläche des Auges heissen. Sie ist gegen die auf der Tafel senkrechte Verticalfläche ORTS unter dem Winkel TSD geneigt, und man nennt diesen Winkel kurz die Abweichung des Auges von der ersten Verticalfläche. 184 Fig.

Der 1. Zusatz.

46. Durch die Winkel TSD und SDO wird die Lage der Tafel und des Auges gegen einander bestimmt.

Der 2. Zusatz.

47. Man ziehe auf der Tafel RH horizontal, und OF bis an die Horizontallinie RH mit SD parallel. Ferner schneide SD die Grundlinie der Tafel in Y: so liegen die drey Puncte F, G, Y, in der Durchschnittslinie der Verticalfläche SDO des Auges mit der Tafel, und diese Durchschnittslinie ist auf dem Horizont senkrecht. (264. §. Geom.) Demnach sind RFG, OFG rechte Winkel, RF ist die Tangente der Abweichung des Auges von der ersten Verticalfläche für den Halbmesser RO, und FG die Tangente der Höhe des Auges über dem Horizont für den Halbmesser OF.

Der 3. Zusatz.

48. Wenn DE auf der Grundlinie senkrecht ist, so liegen die Puncte R und E mit dem Bilde G des Puncts D in grader Linie, EG ist die perspectivische Vertiefung, welche die senkrechte Vertiefung ED abbildet. Auch sind die Bilder aller übrigen senkrechten Vertiefungen mit EG oder RG parallel.

Die 13. Erklärung.

49. Man nenne R den reducirten Augenpunct, RO den reducirten Abstand, und R'F die reducirte Höhe des Auges, RH die Horizontallinie. Ferner nehme man RW = RO, EX = ED, und nenne W, X, Distanzpuncte, RW, EX, Distanzlinien, wie im 20. §.

Der 1. Zusatz.

50. Die Distanzpuncte W und X liegen mit dem Bilde G des Puncts D in grader Linie. (21. §.)

Der

Der 2. Zusatz.

51. Wenn AD eine geneigte Vertiefung und OP damit parallel ist; so läuft das Bild AG von AD durch P, und die Bilder aller mit AD parallelen geneigten Vertiefungen sind mit AP parallel, (44. §.) Auch ist RP für den Halbmesser OR die Tangente des Winkels ROP = ADE, der EAD zu 90° ergänzt.

Der 3. Zusatz.

52. Nimmt man PQ = PO und AL = AD, so liegen die Distanzpuncte Q, L, mit dem Bilde G von D in grader Linie. Man vergleiche den 28. §.

Die 7. Aufgabe.

53. Ebene, oder auch körperliche Figuren auf der verticalstehenden Tafel orthographisch perspectivisch zu zeichnen.

Aufl. Man ziehe die Horizontallinie RH und erste Verticallinie RT, und nehme ihren Durchschnittspunct R für den reducirten Augenpunct an. Auf der Verticallinie nehme man die reducirte Höhe des Auges RT und den reducirten Abstand des Auges RO willkührlich an, und ziehe durch T die Grundlinie mit RH parallel. Wenn nun die Abweichung des Auges von der ersten Verticalfläche, und die optische Höhe desselben über dem Horizont gegeben sind, so gebe man dem Winkel ROF die Zahl der Grade der Abweichung, mache FK = FO, ziehe FG auf der Horizontallinie senkrecht, und mache FKG der optischen Höhe des Auges über dem Horizont gleich: so ist G ein Punkt auf der Tafel, der bey der ganzen übrigen Zeichnung als Hülfspunct dient. Man kann ihn auf der Tafel ganz willkührlich wo man will annehmen, wenn die Abweichung des Auges und die optische Höhe desselben

186 Fig.

nich vorgeschrieben sind. Uebrigens ziehe man noch RG bis an E in der Grundlinie, nehme RW = RO, und ziehe WG bis an X in der Grundlinie; so weiß man, daß G das Bild eines Puncts, der um den Abstand TE von der ersten Verticalfläche, und um den Abstand EX von der Tafel entfernt ist.

Weiter theile man die Grundlinie wie bey andern perspectivischen Zeichnungen in gleiche Ruthen oder Fusse ein, die Horizontallinie aber im Verhältniß der Tangenten für den Halbmesser RO wie im 30. §; so ist alles zur Zeichnung vorbereitet. Um nun eine Vertiefung wie BC zu ziehen, welche gegen die Tafel unter einem vorgeschriebenen Winkel geneigt ist; ziehe man zuerst GP so, daß von R bis P auf der Horizontallinie soviele Grade liegen, als die Zahl der Grade des vorgeschriebenen Winkels zu 90° ergänzen, hiernächst aber BC mit GP parallel. Um ferner auf BC eine verlangte Anzahl perspectivischer Ruthen oder Fusse abzuschneiden, nehme man PQ = PO und ziehe GQ; man nehme ferner BD von sovielen Ruthen oder Fussen, als BC fassen soll, und ziehe DC mit GQ parallel, so hat BC die verlangte Länge.

Die perspectivischen Höhen, und überhaupt, die Bilder aller mit der Tafel parallelen graden Linien sind den abgebildeten Linien gleich: (44. §.) also hat es weiter keine Schwierigkeit, allerley Figuren im Horizont, oder auch eckigte Körper zu zeichnen, die ihre Grundfläche im Horizont haben.

Zusatz.

54. Wenn das Auge in der ersten Verticalfläche steht, und seine optische Höhe über dem Horizont 45° beträgt; so fällt der Hülfspunct G mit O zusammen

sammen. Alsden verwandelt sich die orthographische Projection einer jeden horizontal liegenden ebenen Figur in einen geometrischen Grundriß, weil die Bilder aller graden Linien mit den Linien selbst einerley Lage und Grösse behalten. Diese Projectionsart, welche unter allen die leichteste ist, nennt man die Vogelsperspectiv, auch wohl die Cavalierperspectiv.

Anfangsgründe der Dioptrik.

Die 1. Erfahrung.

1 Ein Lichtstrahl, der aus Luft ins Glas oder Wasser fällt, oder auch umgekehrt, aus Glase oder Wasser wieder in Luft übergeht, behält nicht die Richtung einer graden Linie, er wird vielmehr da, wo Luft und Glas oder Wasser an einander gränzen, in eine andre Lage gebrochen. So etwas erfolgt allemahl, wenn der Strahl aus einer durchsichtigen Masse in eine andre fällt, die mit jener nicht einerley Dichtigkeit hat.

Die 1. Erklärung.

2. Die Fläche, womit zwey durchsichtige Masse von ungleicher Dichtigkeit welche einen Lichtstrahl durchgehen lassen, aneinander gränzen, heißt von dem Erfolg der Brechung des Lichts die brechende

Fläche. Eine grade Linie, die in dem Punct, wo der Strahl auffällt, auf der brechenden Fläche senkrecht ist; nennt man das **Einfallsloth**, der Winkel des einfallenden Strahls mit dem Einfallsloth wird kurz der **Neigungswinkel**, der Winkel des gebrochenen Strahls mit dem Einfallsloth aber der **gebrochene Winkel** genannt. Der **Brechungswinkel** ist derjenige, welchen der einfallende und gebrochene Strahl einschliessen. Man nennt übrigens denjenigen Theil der optischen Wissenschaften im besondern Sinn die **Dioptrik**, welcher die mathematische Theorie von den Erscheinungen vorträgt, die das gebrochene Licht darstellet.

Die 2. Erfahrung.

3. Der einfallende und gebrochene Strahl liegen mit dem Einfallsloth in einerley Ebene. Der gebrochene Winkel ist kleiner, als der Neigungswinkel, wenn der Strahl aus einer dünnern Masse in eine dichtere fällt, grösser aber in dem umgekehrten Fall. In einer und eben derselben brechenden Masse bleibt das Verhältniß des Sinus des Neigungswinkels zum Sinus des gebrochenen Winkels einerley, der Neigungswinkel ändre sich, wie er wolle. Man nennt es für diese Masse das **Verhältniß der Refraction**, oder das **Brechungsverhältniß**.

Die Erfahrung lehrt ferner, daß dies Verhältniß beym Uebergange des Lichts aus der dichtern Masse in die dünnere in umgekehrter Ordnung eben so groß sey, als beym Uebergange des Lichts aus der dünnern in die dichtere Masse, wenn in beyden Fällen die Massen einerley sind.

Zusatz.

Zusatz.

4. Je kleiner der Neigungswinkel ist, desto klei- 185
ner ist der gebrochene Winkel und der senkrecht auf- Fig.
fallende Strahl geht ungebrochen durch. Fällt der Lichtstrahl, EF auf eine ebene Glastafel, wovon ABCD einen Durchschnitt in der Brechungsebene EFP vorstellet; so ist der zum zweytenmahl gebrochene Strahl GH beym Uebergange aus dem Glase in die Luft wieder mit dem einfallenden parallel.

Die 1. Aufgabe.

5. Der strahlende Punct *P* wirft einen Licht- 188
strahl *PM* auf eine brechende Kugelfläche, Fig.
wozu der Mittelpunct *C* gehört. Das Verhältniß der Refraction $= \mu : 1$ ist gegeben, und die Lage des einfallenden Strahls *PM* gegen die Axe *CP* der Kugel: man soll die Lage des gebrochenen Strahls *MW* finden.

Aufl. Die Ebene durch C, P, und M schneidet die Kugel in einem grösten Kreise, wovon MAN einen Bogen vorstellet, und der Halbmesser CM nach R verlängert ist in M auf der Kugelfläche senkrecht. (332. §. Geom.) In dieser Ebene liegt auch MW, und wenn PM nach V verlängert wird, so ist $\sin CMV : \sin CMW = \mu : 1$. Kürze halber setze man $CMV = \alpha$, $CMW = \beta$, $ACM = \gamma$, den Halbmesser $CA = CM = r$; so ist $\sin \alpha = \mu \sin \beta$. Wenn alsdenn MW verlängert die Axe PC im Π schneidet; so ist $C\Pi M = \gamma - \beta$ und $C\Pi = \frac{r \sin \beta}{\sin(\gamma - \beta}$. (29. §. Trig.)

Wenn nun ausser dem Halbmesser CM die Entfernung CP und der dazwischen liegende Winkel γ gegeben sind; so kann man CMP, also auch CMV

$= \alpha$ dem 34. §. Trig. gemäß, mithin ferner β finden: denn es ist $\sin \beta = \frac{1}{\mu} \sin \alpha$. Hiernächst erhält man $C\Pi = \frac{r \sin \beta}{\sin(\gamma - \beta)}$, und $\sin C\Pi M = \frac{CM \sin \beta}{C\Pi}$, welches beydes die Lage des gebrochenen Strahls bestimmt.

Der 1. Zusatz.

6. Wenn die Winkel α, β, γ, klein sind, so verhalten sich ihre Sinus beynahe wie die Winkel selbst, oder die mit dem Halbmesser $= 1$ zwischen ihren Schenkeln beschriebenen Bogen. Alsdenn ist $C\Pi = \frac{r \cdot \beta}{\gamma - \beta}$, und $\beta = \frac{1}{\mu} \alpha$, also $\frac{\beta}{\gamma - \beta} = \frac{\alpha}{\mu\gamma - \alpha}$, und $C\Pi = \frac{r \cdot \alpha}{\mu\gamma - \alpha}$. Im Dreyeck CPM ist ferner $CMP = 180° - \alpha$, also sind $\gamma = \frac{PM \cdot \sin \alpha}{CP}$, (29. §. Trig.) oder bey der hier angenommenen Voraussetzung $\gamma = \frac{PM \cdot \alpha}{CP}$ Zugleich ist beynahe $PM = AP$, also $\gamma = \frac{AP \cdot \alpha}{CP}$ und man findet $C\Pi = \frac{r}{\mu(AP : CP) - 1}$, oder $C\Pi = \frac{r \cdot CP}{\mu \cdot AP - CP}$. Noch setze man $AP = \delta$

so

so ist $C\Pi = \frac{r(\delta + r)}{\mu\delta - \delta - r}$, oder $C\Pi = \frac{r(\delta + r)}{(\mu - 1)\delta - r}$.

Der 2. Zusatz.

7. Weil $A\Pi = C\Pi + AC$ ist, so findet man $A\Pi = \frac{r(\delta + r)}{(\mu - 1)\delta - r} + r = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta - r}$, wenn die im vor. §. angenommene Voraussetzung hier und im folgenden beybehalten wird.

Der 3. Zusatz.

8. Je grösser $AP = \delta$ wird, desto mehr nähert sich $A\Pi$ dem Werth $\frac{\mu}{\mu - 1} r$. Hat der einfallende Strahl die Lage VM, wie es die 189 Figur vorstellt, so daß derselbe hinter der brechenden Kugelfläche mit der Axe in P zusammen stossen würde; so ist $AP = \delta$ negativ, und man findet $A\Pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta + r}$. 189 Fig.

Der 4. Zusatz.

9. Je grösser der Halbmesser einer Kugel wird, desto mehr nähert sich die Kugelfläche der Natur einer Ebene. Die Kugelfläche würde völlig eben werden, wenn der Halbmesser unendlich groß würde. In dem Fall erhält man $A\Pi = -\mu\delta$, und Π liegt vor der brechenden Fläche, wie es die 187 Figur vorstellt. Der Mittelpunct C könnte auch wohl auf der Seite der brechenden Kugelfläche liegen, wo das Licht herkommt, wie es die 190 Figur vorstellet, da dann die hohle Seite das Licht auffängt: alsdenn wird r in der Rechnung negativ, und man findet auch $A\Pi$ (7. §.) $= -\frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta + r}$ negativ. Das will 187 Fig. 190 Fig.

sagen, wie in dem kurz vorhin betrachteten Fall, Π liege nun vor der Kugelfläche auf eben der Seite, wo das Licht herkommt.

Der 5. Zusatz.

10. Wenn die hohle Seite den Strahl in einer solchen Lage auffängt, daß er hinter der brechenden Fläche mit der Axe zusammen stossen würde: so ist auch δ negativ, und man hat $A\Pi$ (9. §.) $= \frac{\mu\delta r}{r-(\mu-1)\delta}$

$= -\frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta-r}$

Der 1. Lehrsatz.

188 Fig. 11. Alle aus einerley Punct P der Axe AP sehr nahe bey dieser Axe auffallende Strahlen laufen nach der Brechung in der Kugelfläche wieder in einerley Punct der Axe Π zusammen.

Beweis. Für alle sehr nahe bey A auffallende Strahlen bleiben die Winkel γ, α, β, so klein, daß die im 6. §. angenommene Voraussetzung ohne merklichen Fehler bestehen kann. Demnach ist für alle diese Strahlen $A\Pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta-r}$ (7. §.) einerley, und die Strahlen haben nach der Brechung eine solche Lage, daß sie insgesammt in Π zusammen laufen.

Die 2. Erklärung.

12. Der Vereinigungspunct Π der Strahlen nach der Brechung in der Kugelfläche heißt auch ein **Bild** von P. Ein Auge, das hinter Π (188. Fig.) die Strahlen auffängt, nachdem sie sich alle in Π geschnitten haben, hat eben die Empfindung, die es

haben

haben würde, wenn Π selbst ein leuchtender Punct wäre. In eben dem Fall ist Π ein wirkliches oder physisches Bild, weil die Strahlen wirklich von Π her ins Auge kommen. In solchen Fällen, wenn Π vor der brechenden Kugelfläche liegt, (9. §.) fahren die Strahlen hinter derselben jedoch in einer solchen Lage auseinander, als wenn sie von Π herkämen: alsdenn ist wenigstens Π ein geometrisches Bild von P.

Die 3. Erklärung.

13. Ein Stück glatt geschliffenes Glas heißt eine Glaslinse, wenn es aus zweenen Kugelabschnitten bestehet, die beyde mit ihrer gemeinschaftlichen kreisförmigen Grundfläche an einander schliessen. Eine grade Linie die alsdenn im Mittelpunct der gemeinschaftlichen Grundfläche auf derselben senkrecht ist, heißt die Axe der Linse, und in dieser Axe, liegen die Mittelpuncte beyder Kugelflächen, welche die Linse begränzen. (324. § Geom.)

Zusatz.

14. Die 191. Figur stellet den Schnitt durch die Axe RC einer solchen Glaslinse vor, C ist der Vorderfläche DAB, und E der hintern Fläche DGB Mittelpunct. Wenn nun aus dem Punct P der Axe ein Strahlenkegel auf die Vorderfläche fällt, und nach der Brechung in der Vorderfläche die Strahlen im Vereinigungspunct Π zusammen laufen würden; so leiden sie in der Hinterfläche eine abermahlige Brechung, und laufen nach dieser zweiten Brechung in einem andern Vereinigungspunct *p* als dem Bilde von P zusammen. (10. §.) 191 Fig.

Die 2. Aufgabe.

15. Die Entfernung AP = *s* eines Puncts P in der Axe der Glaslinse von der Vorderfläche

che ist gegeben, nebst den Halbmessern $CA = r$, $EG = \varrho$ beyder Flächen, und dem Verhältniß der Refraction für Luft und Glas: man soll die Entfernung Gp des Bildes p von der hintern Fläche finden.

Aufl. Zuerst ist $A\Pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta - r}$ (7. §.)

Wenn ferner $G\Pi = \Delta$ und das Verhältniß der Refraction für den Fall $= \nu : 1$ gesetzt wird, wenn der Strahl aus dem Glase in die Luft fällt, so findet man $Gp = \frac{\nu\Delta\varrho}{\varrho - (\nu - 1)\Delta}$ (10. §.) Hier ist nun $\nu : 1 = \frac{1}{\mu} : 1 = 1 : \mu$ (3. §.), also wird

$Gp = \frac{\Delta \cdot \varrho}{\mu\varrho - (1 - \mu)\Delta}$, oder $Gp = \frac{\Delta \cdot \varrho}{(\mu - 1)\Delta + \mu\varrho}$.

Ferner sey die Dicke des Glases $AG = c$, so ist $\Delta = A\Pi - c$, und man findet $Gp = \frac{(A\Pi - c)\varrho}{(\mu - 1)(A\Pi - c) + \mu\varrho}$,

oder auch $Gp = \varrho : \left(\mu - 1 + \frac{\mu \cdot \varrho}{A\Pi - c}\right)$.

Der 1. Zusatz.

16. Gewöhnlich ist die Dicke c des Glases in Vergleichung mit den übrigen Linien so klein, daß man c weglassen, und $G\Pi = A\Pi$ annehmen kann; da dann $Gp = \frac{A\Pi \cdot \varrho}{(\mu - 1)\, A\Pi + \mu\varrho}$ gefunden wird. Ferner war $A\Pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta - r}$, also wird $(\mu - 1)$

$A\Pi +$

$$A\Pi + \mu\varrho = \frac{\mu(\mu-1)\delta r}{(\mu-1)\delta - r} + \mu\varrho$$

$$= \frac{\mu(\mu-1)\delta(r+\varrho) - \mu r\varrho}{(\mu-1)\delta - r}, \text{ und man erhält}$$

$$Gp = \frac{\delta r\varrho}{(\mu-1)\delta(r+\varrho) - r\varrho}.$$

Der 2. Zusatz.

17. Wenn das Glas eine ganze Kugel ist, so hat man $r = \varrho$, und $c = 2r$. Das giebt $A\Pi - c$

$$= \frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta - r} - 2r = \frac{2r(\delta+r) - \mu\delta r}{(\mu-1)\delta - r}, \text{ und}$$

$$\frac{\varrho}{A\Pi - c} = \frac{(\mu-1)\delta - r}{2(\delta+r) - \mu\delta}: \text{ folglich findet man}$$

für die Kugel $Gp = \varrho : \left(\mu - 1 + \frac{\mu\varrho}{A\Pi - c}\right)$

$$(15.\S.) = r : \left(\mu - 1 + \frac{\mu(\mu-1)\delta - \mu r}{2(\delta+r) - \mu\delta}\right),$$

oder $Gp = \frac{(2(\delta+r) - \mu\delta)r}{2(\mu-1)(\delta+r) - \mu r}$.

Der 2. Lehrsatz.

18. Auf jeden Punct M der Glaslinse kann ein Lichtstrahl QM in einer solchen Lage fallen, daß nach der zweyten Brechung der aus dem Glase in die Luft übergehende Strahl nr mit dem einfallenden QM wieder parallel wird. 191 Fig.

Beweis. Man ziehe CM, und En mit CM parallel. Ferner ziehe man Mn, nehme CMn für den gebrochenen Winkel an, setze also $CMn = \beta$, und verzeichne den Winkel CMh so, daß $\sin CMh = \mu$

$\sin$

sin β, also $CMh = \alpha$ sey, so ist Mh die Lage, in welcher ein Strahl QM auffallen muß, wenn er bey M in die Lage Mnq, bey n aber von neuen aus der Lage nq in die Lage nr so gebrochen werden soll, daß er mit QM oder Mh parallel wird. Wenn nemlich En nach k verlängert wird, so ist der Winkel $knq =$ CMn (201. §. Geom.) $= \beta$, und vermöge des Gesetzes der Brechung wird sin $knr = \mu$ sin β also sin $knr =$ sin CMh, mithin auch $knr = CMh$, folglich nr mit Mh oder QM parallel, (103 §. Geom.)

Der 3. Lehrsatz.

191 u.192 Fig. 19. Alle so auf die Glaslinse fallende Strahlen, daß sie nach der zweyten Brechung in die mit der anfänglichen parallele Lage kommen, laufen nach der ersten Brechung durch einerley Punct π der Axe des Glases.

Beweis. Wenn der Strahl QM diese Eigenschaft hat, so muß er mit der Axe der Linse in einerley Ebene liegen. Vermöge der allgemeinen Formuln war im 5 §. $C\Pi = \frac{r \sin \beta}{\sin(\gamma - \beta)}$, und was daselbst $C\Pi$ war, das ist hier $C\pi$: nur muß man bemerken, daß hier der Winkel CMh, und eben so auch $CM\pi$ eine Lage habe, welche der Lage der Winkel CMH, $CM\Pi$ entgegen gesetzt ist. Im 5. §. war $C\Pi = \frac{r \sin \beta}{\sin(\gamma - \beta)}$, und eben dieser Ausdruck giebt auch $C\pi$: nur muß $-\beta$ anstatt $+\beta$ geschrieben werden, da dann $C\pi = -\frac{r \sin \beta}{\sin(\gamma + \beta)}$ gefunden wird. Das Zeichen (—) welches diesen Werth erhält, zeigt an, daß $C\pi$ eine Lage habe, die der Lage $C\Pi$ ebenfalls ent-

entgegen gesetzt sey, wie dies alles auch aus Betrachtung der Figur erhellet. Denn im Dreyeck $MC\pi$ ist nun $C\pi M = 180° - E\pi M$, und $E\pi M = \gamma+\beta$; also $C\pi : \sin\beta = CM$ (oder r) $: \sin(\gamma+\beta)$, welches wie vorhin $C\pi = \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma+\beta)}$ giebt. Diesemnach ist $A\pi = AC - C\pi = r\left(1 - \frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)}\right)$.

Im Dreyeck $E\pi n$ ist der Winkel an $\pi = C\pi M = 180° - (\gamma+\beta)$, und $En\pi = \beta$; also $En : \sin(\gamma+\beta) = E\pi : \sin\beta$ (41 §. Trig.) ferner ist $En = \varrho$, und $E\pi = EG - GA + A\pi = \varrho - c + r\left(1 - \frac{\sin\beta}{\sin(\gamma+\beta)}\right)$. Diese Werthe in die zuletzt gefundene Proportion gesetzt geben $\varrho : \sin(\gamma+\beta) = \varrho - c + r\left(1 - \frac{\sin\beta}{\sin(\gamma+\beta)}\right) : \sin\beta$; mithin ferner $\varrho\sin\beta) = (r+\varrho-c)\sin(\gamma+\beta) - r\sin\beta$, also auch $(r+\varrho)\sin\beta = (r+\varrho-c)\sin(\gamma+\beta)$, und daraus folgt $\frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)} = \frac{r+\varrho-c}{r+\delta}$. Es war aber $A\pi = r\left(1 - \frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)}\right)$: also findet man $A\pi = r\left(1 - \frac{r+\varrho-c}{r+\varrho}\right)$, oder $A\pi = \frac{rc}{r+\varrho}$. Weil dieser Werth von γ nicht abhängt, so ist derselbe für alle der angenommenen Bedingung gemäß auffallende Strahlen einerley.

Zusatz.

20. Für eine ganze Kugel ist $r = \varrho$, $c = 2r$, also $A\pi = r$, wie der Natur der Kugel gemäß ist.

Der

Der 4. Lehrsatz.

192 21. Unter allen Lichtstrahlen, die ein seit-
Fig. wärts der Axe befindlicher Punct Q auf die Glaslinse BADG wirft, giebt es in der Ebene durch Q und die Axe der Linse einen solchen, der nach der zweyten Brechung in eine Lage kommt, die mit derjenigen parallel ist, worin er auffiel.

Beweis. Wenn man CQ ziehet, so kann auf jede Stelle M des zwischen CP und CQ in der Ebene PCQ liegenden Bogens AL ein Strahl in eben dieser Ebene so auffallen, wie es die Bedingung des Lehrsatzes erfordert. (18. §.) Man setze QP auf der Axe des Glases senkrecht, und es sey π die Stelle der Axe worin sie von dem Strahl nach der ersten Brechung geschnitten werden muß, also $CM\pi$ der gebrochene Winkel CMO der Neigungswinkel: so erhellet, daß $CM\pi$, CMO, verschwinden müssen, wenn M in A fällt, daß also in dem Fall OM verlängert durch P laufe. Wenn ferner M von A nach L rückt, und allemahl $\sin CMO = \mu \sin CM\pi$ bleibt, so muß OM verlängert anfangs PQ zwischen P und Q schneiden, aber der Durchschnittspunct mit PQ wird bald über Q hinausrücken, weil er offenbar schon jenseits Q liegt, wenn M in L fällt. Also muß es zwischen A und L einen Punct M geben, der die Eigenschaft hat, daß der auffallende Strahl QM nach der zweiten Brechung in eine Lage kommt, welche mit derjenigen parallel ist, worin er auffiel.

Zusatz.

22. Wenn die scheinbare Entfernung PAQ des Puncts Q von der Axe der Linse aus der Mitte ihrer Vorderfläche gesehen ein sehr kleiner Winkel ist, so

ist

ist auch PCQ, mithin um so mehr ACM = γ sehr klein. Ueberdem ist AOM = $\alpha + \gamma$ ebenfalls kleiner als PAQ, folglich α, und eben darum auch β ein sehr kleiner Winkel. Demnach wird der Strahl QMNq bey M und N so wenig gebrochen, daß er fast in grader Linie durchgehet.

Die 4. Erklärung.

23. Unter allen Strahlen, die ein Punct, wie P oder Q auf eine Glaslinse BD wirft, heißt derjenige der mittlere Strahl, auch der Hauptstrahl, welcher entweder völlig, oder doch beynahe ungebrochen durchgehet.

Zusatz.

24. Der Hauptstrahl geht entweder völlig, oder doch beynahe mitten durch die Linse.

Der 5. Lehrsatz.

25. Wenn PQ eine grade auf CP senkrechte Linie, und PAQ ein sehr kleiner Winkel ist, so laufen unter den Strahlen, die jeder Punct wie Q in der Linie PQ auf das Glas sendet, diejenigen, welche sehr nahe bey dem Hauptstrahl auf die Linse fallen, nach der zweyten Brechung in einerley Punct q dieses Hauptstrahls zusammen: auch liegt alsdenn q eben soweit hinter der Linse, als der Vereinigungspunct p der aus dem Punct P der Axe auffallenden Strahlen. 192 Fig.

Beweis. Alle Strahlen, die von Q sehr nahe bey der Axe QC auf die Vorderfläche BAD fallen, laufen nach der ersten Brechung in einerley Punct K dieser Axe zusammen, und es ist $LK = \frac{\mu . LQ . r}{(\mu - 1) LQ - r}$

(7. §.) Die aus P nahe bey der Axe CP auffallenden

Strahlen laufen nach der ersten Brechung in Π zusammen, und es ist $A\Pi = \frac{\mu AP r}{(\mu - 1)AP - r}$. Weil aber PCQ ein sehr kleiner Winkel ist, so hat man sehr nahe CQ = CP, also auch LQ = AP, mithin LK = AΠ, und ferner CK = CΠ. Man ziehe KE, so sind CEK, CKE, sehr kleine Winkel, und es ist beynahe EC + CK, oder EΠ = EK, also auch GΠ = HK. Weil nun alle aus Q kommende sehr nahe bey QC auffallende Strahlen nach der ersten Brechung gegen K laufen, und K in der Axe EK der hintern Fläche der Linse liegt; so haben sie nach der zweyten Brechung in eben dieser Axe EK den Vereinigungspunct q, so wie die aus P kommenden Strahlen nach der zweyten Brechung in p zusammen laufen. Vermöge des 10 §. ist alsdenn $Gp = \frac{\mu . G\Pi \varrho}{(1-\mu)G\Pi + \varrho}$, und $Hq = \frac{\mu . HK . \varrho}{(1-\mu)HK + \varrho}$: also sehr nahe $Gp = Hq$. Weil überdem qNK, mithin NEq, EqN, sehr kleine Winkel sind; so ist wiederum sehr nahe $EN + Nq = Eq = EH + Hq$, also $Nq = Nq$, mithin auch $Nq = Gp$.

Zusatz.

25. Wenn das Glas eine ganze Kugel ist, so geht von jedem Punct wie Q ein Strahl durch der Kugel Mittelpunct. Derselbe wird gar nicht gebrochen, und er ist unter den aus Q auffallenden Strahlen der Haup:strahl: mithin findet der Satz auch bey der Kugel seine Anwendung.

Die 5. Erklärung.

192 Fig. 26. In eben dem Sinne, wie p ein Bild von P ist, kann auch q ein Bild von Q heissen. So hat

jeder

jeder Punct der Linie PQ sein Bild hinter der Linse in dem daher auffallenden Hauptstrahl, alle diese Bilder zusammen liegen in der graden Linie *pq* und machen ein Bild der ganzen Linie aus. Wenn also auch sonst ein Gegenstand, dessen scheinbare Grösse aus der Mitte der Linse gesehen nur klein ist, Licht auf die Linse wirft; so entstehet hinter der Linse ein Bild des Gegenstandes, welches demselben sonst in allen ähnlich ist, nur in verkehrter Stellung.

Der 1. Zusatz.

27. Wenn PQ ein Halbmesser des Objects ist, so ist *pq* ein Halbmesser des Bildes, die Dreyecke POQ, *pωq* sind einander ähnlich, und man hat PQ : *pq* = OP : *ωp*. Ist die Dicke des Glases in Vergleichung mit den übrigen Linien sehr klein; so ist auch ohne merklichen Fehler OP = AP, und *ωp* = *Gp*: also verhalten sich alsdenn die Halbmesser des Gegenstandes und des Bildes, wie ihre Entfernungen vom Glase.

Der 2. Zusatz.

28. In allen den Fällen, wenn die Dicke des Glases so klein ist, daß man sie ohne merklichen Fehler aus der Rechnung weglassen darf, ist POQ = *pωq* der scheinbare Halbmesser des Objects aus der Mitte des Glases gesehen, und der Halbmesser des Bildes ist die Tangente dieses scheinbaren Halbmessers für den Halbmesser *ωp*, oder *Gp*.

Der 3. Zusatz.

29. In dem Fall, wenn das Glas eine ganze Kugel ist, verhalten sich die Halbmesser des Gegenstandes und des Bildes gegen einander, wie ihre Entfernungen vom Mittelpunkt der Kugel.

Die 6. Erklärung.

30. Der Punct in der Axe der Glaslinse, worin

Strahlen die nahe bey der Axe mit ihr parallel einfallen, nach dem Durchgange durchs Glas wieder zusammen laufen, heißt der Brennpunct der Linse, und die Brennweite ist die Entfernung dieses Brennpuncts von der Glaslinse. Der Nahme rührt von der Wirkung des Sonnenlichts in dem kreisförmigen Bilde der Sonne hinter der Glaslinse her, wenn man das Sonnenlicht durchscheinen läßt. Wenn dieser Raum des Bildes vielmahl kleiner ist als der kreisförmige Raum der Glaslinse, welche die Sonnenstrahlen auffängt; so verursachen die in den engern Raum zusammengebrachten Sonnenstrahlen soviele Hitze, daß sie entzündliche Massen in Brand setzen. Der kreisförmige Raum, den das Sonnenbild einnimmt, heißt daher auch der Brennraum und was man gewöhnlich Brennpunct nennt, ist eigentlich des Brennraums Mittelpunct.

Zusatz.

31. Die Brennweite der Glaslinse ist die Entfernung des Bildes von der Glaslinse für den besondern Fall, wenn der Gegenstand davon soweit entfernt ist, daß alle von einerley Punct desselben auf die Linse fallende Strahlen nicht merklich von der parallelen Lage abweichen. Eigentlich wäre es die Entfernung des Bildes für einen unendlich weit entfernten Gegenstand.

Die 3. Aufgabe.

32. Die Halbmesser der beyden sphärischen Flächen der Linse, und das Verhältniß der Refraction sind gegeben: man soll die Brennweite finden.

Aufl. Wenn die Entfernung des Bildes Gp (192. Fig.) überhaupt = x gesetzt wird, so ist x

=

$= \frac{\delta r\varrho}{(\mu-1)\delta(r+\varrho)-r\varrho}$, (16. §.) und dieser Ausdruck muß die Brennweite geben, wenn δ unendlich groß angenommen wird. (31. §.) Wenn also die Brennweite $= f$ gesetzt wird, so findet man

$$f = \frac{r\varrho}{(\mu-1)(r+\varrho)}.$$

Der 1. Zusatz.

33. Wenn eben nicht die gröste Schärfe der Rechnung nöthig ist, so kann den Versuchen gemäß für Luft und Glas $\mu = \frac{3}{2}$ angenommen werden, und das giebt $f = \frac{r\varrho}{\frac{1}{2}(r+\varrho)} = \frac{2r\varrho}{r+\varrho}$.

Der 2. Zusatz.

34. Für die Kugel ist $x = \frac{2(\delta+r)-\mu\delta}{2(\mu-1)(\delta+r)-\mu r}$ r, (17. §.) also findet man $f = \frac{(2-\mu)r}{2(\mu-1)}$. Wenn also $\mu = \frac{3}{2}$ gesetzt werden kann, so ist $f = \frac{1}{2}r$.

Der 3. Zusatz.

35. Wenn das Glas, eine sehr geringe Dicke hat, so bleibt die Brennweite einerley, man mag die eine oder die andere Seite dem Object zukehren.

Die 4. Aufgabe.

36. Die Brennweite der Linse und die Entfernung des Objects ist gegeben, man soll die Entfernung des Bildes finden.

Aufl. Es ist $x = \frac{\delta r\varrho}{(\mu-1)\delta(r+\varrho)-r\varrho}$, also auch $x = \delta . \frac{r\varrho}{(\mu-1)(r+\varrho)} : \left(\delta - \frac{r\varrho}{(\mu-1)(r+\varrho)}\right)$,

und $\frac{re}{(\mu - 1)(r + e)} = f$, (32. §.) also $x = \frac{\delta f}{\delta - f}$.

Für die ganze Kugel ist $x = \frac{((2-\mu)\delta + 2r)r}{2(\mu-1)\delta - (2-\mu)r}$. (17. §.) Man multiplicire im Zähler und Nenner mit $\frac{2-\mu}{2(\mu-1)}$; so wird der Nenner $= (2-\mu)\left(\delta - \frac{(2-\mu)r}{2(\mu-1)}\right) = (2-\mu)(\delta - f)$, und der Zähler $= ((2-\mu)\delta + 2r) \cdot \frac{(2-\mu)r}{2(\mu-1)} = ((2-\mu)\delta + 2r) \cdot f$. Demnach findet man $x = \frac{((2-\mu)\delta + 2r)f}{(2-\mu)(\delta - f)}$. Die Gleichung $\frac{(2-\mu)r}{2(\mu-1)} = f$ giebt ferner $r = \frac{2(\mu-1)f}{2-\mu}$, mithin wird auch $x = \frac{((2-\mu)^2\delta + 4(\mu-1)f)f}{(2-\mu)^2(\delta - f)}$, oder $x = \frac{\delta f}{\delta - f} + \frac{4(\mu-1)f}{(2-\mu)^2(\delta-f)} \cdot f =$

$$\left(\delta + \frac{4(\mu-1)f}{(2-\mu)^2}\right) \cdot \frac{f}{\delta - f}$$

Der 1. Zusatz.

37. Wird $\mu = \frac{3}{2}$ gesetzt so erhält man $x = (\delta + 8f)\frac{f}{\delta - f}$.

Der

Der 2. Zusatz.

38. Weil f einerley bleibt, welche Seite einer dünnen Glaslinse auch dem Object zugekehrt seyn mag, so bleibt auch die Entfernung des Bildes in beyden Fällen einerley.

Der 3. Zusatz.

39. Wenn die Stelle des Bildes mit der Stelle des Objects verwechselt wird, so fällt das Bild dahin, wo vorher das Object seine Stelle hatte. Man setze $\delta = Gp$, und nehme in p die Stelle des Objects an, so ist $x = \frac{Gp \cdot f}{Gp - f}$. Man setze ferner $Gp = \frac{AP \cdot f}{AP - f}$, so wird $Gp - f = \frac{ff}{AP - f}$, und man findet $x = AP$.

Der 4. Zusatz.

40. Wenn das Object um die Brennweite des Glases davon entfernt ist, so giebt es gar kein Bild: alle Strahlen, die von einerley Punct des Objects auf das Glas fallen, kommen nach der Brechung in eine Lage, die mit der Lage des dazu gehörigen Hauptstrahls parallel ist.

Die 7. Erklärung.

41. Der Nahme einer Glaslinse ist in der Dioptrik in einer etwas allgemeinen Bedeutung gewöhnlich. Zuweilen ist das Glas an einer Seite eben, es stellet alsdenn nur einen Kugelabschnitt vor, dessen Axe zugleich die Axe des Glases ist, und es heißt ein **Planconvex Glas.** Ferner nennt man ein solches Glas ein **Hohlglas**, oder eine **Hohllinse**, und unterscheidet es vom convexen Glase, wenn entweder alle beyde sphärische Flächen auswärts hohl sind,

oder auch nur eine davon ihre hohle Seite auswärts hat, und die andere Seite eben geschliffen ist. Die kreisförmigen Grundflächen dieser Kugelsegmente, wenn sie gleich nicht allemahl in einerley Ebene zusammen fallen können, müssen jedoch einander parallel, und die grade Linie zwischen ihren Mittelpuncten muß auf beyden senkrecht seyn, und die Axe des Glases abgeben. Endlich kann auch noch die eine Seite hohl und die andere erhaben sphärisch seyn. Wenn alsdenn die erhabene Seite einen kleinern Halbmesser hat, also stärker gekrümmt ist, als die hohle Seite, so heißt das Glas von der Figur des Schnitts durch seine Axe ein Meniscus, oder mondförmiges Glas. Wenn dagegen die erhabene Seite einen grössern Halbmesser hat, mithin weniger gekrümmt ist, als die hohle Seite, so nennt man es ein Concavconveres Glas.

Der 1. Zusatz.

42. Für die auf beyden Seiten convexe Linse bleibt der allgemeine Ausdruck für die Brennweite $f = \frac{r\varrho}{(\mu - 1)(r + \varrho)}$ (32. §.) unverändert, also auch die Entfernung des Bildes $x = \frac{\delta f}{\delta - f}$. (35. §.) So lange die Entfernung δ des Objects grösser ist, als die Brennweite f, so lange hat das Bild seine Stelle hinter dem Glase, es nähert sich dem Glase und dem Brennraum desto mehr, je grösser δ ist, und der Brennraum selbst ist das nächste und zugleich das kleinste Bild hinter dem Glase.

Je näher das Object dem Glase rückt, desto weiter entfernt sich das Bild davon, und wird zugleich desto

desto grösser, bis es endlich ganz wegfällt, wenn $\delta = f$ ist. Für noch kleinere δ wird x negativ. Das heißt, die von jedem Punct des Objects herkommenden Strahlen fahren nach der Brechung im Glase hinter demselben aus einander in einer solchen Lage, als kämen sie von einem Punct vor dem Glase her. Alle diese geometrischen Vereinigungspuncte machen nun ein geometrisches Bild des Objects aus.

Wenn δ negativ ist, das heißt, wenn die Strahlen in einer solchen Lage auf das Glas fallen, daß sie hinter demselben zusammen laufen würden; so ist $x = \frac{\delta f}{\delta + f}$ allemahl positiv, und kleiner als f. Es giebt also hinter dem Glase ein wirkliches Bild, das dem Glase näher liegt, als der Brennraum. Strahlen, welche durch die Brechung in einer Glaslinse schon in die Lage gebracht sind, daß sie nach den Puncten eines Bildes zusammen laufen, kann man mit einer andern Glaslinse, die alsdenn ein Collectivglas heißt, vor ihrer Vereinigung auffangen: alsdenn ist für das Collectivglas δ negativ, und $x = \frac{\delta f}{\delta + f}$.

Der 2. Zusatz.

43. Das Planconvexe Glas hat eine ebene Seitenfläche, und das ist soviel, als wenn eine von beyden sphärischen Flächen einen unendlich grossen Halbmesser hätte. Setzt man diesem gemäß $\varrho = \infty$, so wird die Brennweite $f = \frac{1}{\mu - 1} r$. Uebrigens hat das Glas mit der doppelt convexen Linse einerley Eigenschaften. Wird $\mu = \frac{3}{2}$ genommen, so ist $f = 2r$.

Der 3. Zusatz.

44. Der Meniscus hat eine hohle Seite, der Halbmesser dieser hohlen Seite ist negativ, und es ist einerley, ob man r oder ϱ negativ nimmt. Dieser negative Halbmesser ist alsdenn grösser als der positive. Es sey ϱ negativ, so ist $f = \frac{-r\varrho}{(\mu-1)(r-\varrho)} = \frac{r\varrho}{(\mu-1)(\varrho-r)}$ positiv. Das Glas hat einen wirklichen Brennraum, und kommt in Ansehung der übrigen Eigenschaften mit dem doppeltconvexen und planconvexen Glase überein.

Der 4. Zusatz.

45. Für die doppelte Hohllinse sind r und ϱ beyde negativ, also ist $f = \frac{1}{\mu-1} \cdot \frac{r\varrho}{-r-\varrho} = -\frac{1}{\mu-1} \cdot \frac{r\varrho}{r+\varrho}$ negativ, und das Glas hat keinen wirklichen sondern einen geometrischen Brennraum. Ferner wird $x = \frac{-\delta f}{\delta+f}$ so lange allemahl negativ, als δ positiv bleibt: also ist nur ein geometrisches Bild vorhanden, wie beym convexen Glase in dem Fall, wenn die Entfernung des Objects kleiner als die Brennweite ist. Wird δ negativ, so ist $x = \frac{\delta f}{f-\delta}$ so lange positiv, als $\delta < f$ bleibt. Das will sagen: wenn die Strahlen so auf das Glas fallen, daß sie hinter demselben in einer solchen Entfernung vom Glase zusammen laufen würden, die kleiner, als die Brennweite ist; so giebt es hinter demselben ein wirk-

liches

liches Bild in einer solchen Entfernung vom Glase, die grösser als δ ist.

Der 5. Zusatz.

46. Für das einfache Hohlglas ist die Brennweite $f = -\frac{1}{\mu - 1} r$ (43. §.) ebenfalls negativ, und es hat mit der doppelten Hohllinse einerley Eigenschaften.

Der 6. Zusatz.

47. Das concavconvexe Glas hat einen negativen Halbmesser, der kleiner als der positive ist. Man nehme ϱ dafür an, so ist die Brennweite $f = \frac{-r\varrho}{(\mu-1)(r-\varrho)}$ negativ, und die Eigenschaften des Glases sind mit den Eigenschaften der doppelten und einfachen Hohllinse einerley.

Die 8. Erklärung.

48. Glaslinsen, die ein wirkliches Bild der Sache, wovon das Licht hindurch fällt, darstellen können, heissen Sammlungsgläser: die übrigen aber Zerstreuungsgläser, welche allemahl dem durchfallenden Licht, wenn es von einem wirklichen Object herkommt, eine solche Lage geben, als käme es von Puncten eines vor dem Glase befindlichen Bildes her.

Zusatz.

49. Das doppelte und einfache Converglas und der Meniscus sind Samlungsgläser: (42. 43. 44. §.) Das doppelte und einfache Hohlglas aber und das concavconvexe Glas sind Zerstreuungsgläser. (45. 46. 47. §.)

Die 3. Erfahrung.

50. Was oben im 9. §. der Optik die Gesichtsaxe hieß, ist eigentlich die Axe einer mehr weichen als harten

harten sehr durchsichtigen linsenförmigen Masse im innern des Auges, die den Nahmen der Krystallinse führt. Sie hat eine solche Lage, daß ihre Axe zugleich die Axe des ganzen Augapfels abgiebt, und sie hat in Absicht auf die Strahlenbrechung eben die Wirkung wie eine Glaslinse. Von aussen ist der Augapfel mit einer harten elastischen Haut umgeben, die gegen den Vordertheil des Auges zu durchsichtig wird, und daselbst die Hornhaut heißt. An dieser Hornhaut liegt im innern des Auges eine andre zarte Haut, die so genannte Aderhaut, welche gegen die Hornhaut zu die innere Fläche dieser Haut verläßt, und nun für die Krystallinse eine ringförmige Einfassung abgiebt. An der innern Fläche der Aderhaut schließt die Netzhaut an, die hinten im Auge mit dem Gesichtsnerven zusammen hängt. Zwischen der Krystallinse und der Hornhaut befindet sich in einem besondern Häutchen die kreisförmige Oefnung, welche der Stern heißt, der sich enger zusammen ziehet, oder erweitert, nachdem stärkeres oder schwächeres Licht ins Auge fällt. Zwischen der Krystallinse und Hornhaut ist der innere Raum des Auges mit der wässerigen Feuchtigkeit, und hinter der Krystallinse mit der so genannten glasartigen Feuchtigkeit angefüllet.

Zusatz.

51. Lichtstrahlen, die von einen weit genug entfernten Gegenstande aus einem solchen Punct, der in der Augenaxe oder nahe dabey liegt, auf die Hornhaut fallen, werden in der wässerigen Feuchtigkeit in eine solche Lage gebracht, daß sie hinter der Hornhaut ihre Vereinigungspuncte haben, und daselbst ein Bild des Gegenstandes machen würden, wovon

sie

sie herkommen. In dieser Lage fallen sie auf die Krystallinse, und werden durch die darin erfolgende zwiefache Brechung in ein der Linse noch näher liegendes kleineres Bild zusammengebracht. Das Object könnte wohl dem Auge so nahe seyn, daß das erste Bild, was die an der Hornhaut gebrochenen Strahlen machen würden, ein blos geometrisches bliebe: alsdenn aber würden dennoch die in einer solchen Lage auf die Krystallinse fallenden Strahlen, als wenn sie von dem geometrischen Bilde kämen hinter der Linse ein andres physisches Bild zuwege bringen. Demnach kommt es auf die Entfernung des Gegenstandes vom Auge an, ob die Vereinigungsweite hinter der Linse grade so groß ist, als die Entfernung der Linse von der Netzhaut, da dann in diesem Fall auf der Netzhaut im Auge, wie im finstern Zimmer auf einer weissen Fläche, wenn das Bild durch eine Glaslinse hinein scheint, ein deutliches Bild des Objects zuwege gebracht wird.

Die 4 Erfahrung.

52. Mit der Entstehung dieses Bildes auf der Netzhaut ist zugleich die Empfindung verbunden, daß wir den Gegenstand sehen, wovon das im Bilde vereinigte Licht herkommt. Wenn das Bild deutlich ist, so ist auch unsre Empfindung deutlich, widrigenfalls aber undeutlich: doch wird die vollkommenste Deutlichkeit des Bildes zum deutlichen Sehen eben nicht erfodert.

Der 1. Zusatz.

53. Das Bild auf der Netzhaut im Auge ist bey entfernten Sachen undeutlich, wenn es bey nahe liegenden Sachen deutlich ist, weil alsdenn das deutliche Bild entlegener Sachen der Krystallinse näher

liegt

liegt, als die Netzhaut. Die Strahlen welche sich in den Puncten des deutlichen Bildes vereinigen, fahren hinter denselben auseinander, sie breiten sich auf der Netzhaut in Zerstreuungskreisen aus, und verursachen ein undeutliches Bild. Diese Beschaffenheit hat es mit den Augen solcher Personen, die man Kurzsichtige nennt. Wenn dagegen das Auge weitsichtig ist, so fällt das deutliche Bild eines weit entfernten Gegenstandes auf die Netzhaut, und das deutliche Bild einer nahe gelegenen Sache ist von der Krystallinse weiter, als die Netzhaut entfernt. Diese schneidet also die Kegel der nach den Puncten des deutlichen Bildes zusammen laufenden Lichtstrahlen vor ihrer Vereinigung, und daß zu jedem Strahlenkegel gehörige Licht breitet sich ebenfalls in einen Zerstreuungskreis aus: deswegen wird das Bild, und mit demselben die Empfindung undeutlich).

Der 2. Zusatz.

193 54. Einer weitsichtigen Person kann eine Glas-
Fig. linse AB zum deutlichen Sehe einer nahe gelegenen Sache PQ behülflich seyn, wenn sie selbige durch das Glas betrachtet. Es muß nemlich die Entfernung CP des Objects vom Glase etwas kleiner als die Brennweite seyn, so werden die von jedem Punct P oder Q herkommende auf das Glas fallende Strahlen PD, PE, QD, QE, durch die Brechung in eine solche Lage gebracht, als wenn sie von den weiter entfernten Puncten p, q, herkämen. (42. §.) Die Strahlen, wenn sie das Auge nun in der Gegend O auffängt, machen ein Bild, daß der Krystallinse näher liegt, als in dem Fall, wenn das Auge ohne Glas die Sache betrachtet. Dem Glase muß nur die rechte Figur gegeben werden, damit das deutliche Bild auf die Netzhaut falle.

Der

Der 3. Zusatz.

55. Auch einer kurzsichtigen Person kann eine Hohl- 194
linse AB zum ähnlichen Gebrauch dienen, um eine Fig.
entfernte Sache PQ deutlich zu sehen. Eine solche Hohllinse bringt das von jedem Punct P oder Q herkommende Licht durch die Brechung in eine solche Lage, als wenn es von einem der Linse näher liegenden Punct p oder q herkäme, (45. §) Die in einer so veränderten Lage ins Auge bey O kommenden Lichtstrahlen machen alsdenn ein Bild, das von der Krystallinse weiter entfernt ist, als in dem Fall, wenn die Sache ohne Glas betrachtet wird: also kommt es nur auf die rechte Figur des Glases an, damit das deutliche Bild auf die Netzhaut falle.

Die 5. Aufgabe.

56. Eine Person kann auf eine gewisse Weite δ nicht deutlich sehen, sondern auf eine andre Entfernung α: man soll die Brennweite eines Glases suchen, das vors Auge gehalten die von dem Object in der Entfernung δ herkommenden Strahlen nach der Brechung so ins Auge bringt, als wenn dasselbe um den Abstand α entfernt wäre.

Aufl. Man setze $CP = \delta$, $Cp = \alpha$, als die Brenn- 193
weite des Glases f, so ist allemahl $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$: 194
Fig.
(36. §.) hier aber muß α negativ seyn, weil jene allgemeine Rechnung voraussetzt, daß p an der andern Seite des Glases liege. Demnach setze man $\frac{\delta f}{\delta - f} = -\alpha$, so wird $\delta f = \alpha f - \alpha\delta$, und

$$\alpha\delta = (\alpha - \delta) f, \text{ folglich } f = \frac{\alpha\delta}{\alpha - \delta}.$$

Der

Der 1. Zusatz.

57. Für den Kurzsichtigen muß $\alpha < \delta$ seyn, daher wird f negativ, und das Glas muß eine Hohllinse seyn.

Der 2. Zusatz.

58. Aus der Stelle O des Auges würde das Object ohne Glas unter dem optischen Winkel POQ gesehen werden, welches durchs Glas unter dem optischen Winkel pOq erscheint: durchs erhabene Glas erscheint also das Object etwas vergrössert, und durchs Hohlglas verkleinert.

Die 8. Erklärung.

59. Optische Werkzeuge, die man aus zween oder mehrern hinter einander gestellten in einer Röhre eingeschlossenen Glaslinsen zusammensetzt, heissen **Fernröhre, Telescope**, wenn sie weit entfernte durch die Gläser gesehene Sachen deutlich und unter einem vergrösserten Sehewinkel darstellen. Solche Werkzeuge aber heissen im besondern Sinn **Vergrösserungswerkzeuge, Microscope**, die dem Auge behülflich sind, sehr kleine dem Auge nahe liegende Sachen unter einem grösseren Sehewinkel, als ohne Gläser deutlich zu sehen. Bey Fernröhren sowohl, als auch bey Microscopen, wenn diese aus mehrern hinter einander gestellten Gläsern bestehen, und **zusammengesetzte Microscope** heissen, nennt man das erste dem Object zugekehrte Glas das Objectivglas, die übrigen aber Augengläser. In allen Fällen stellt man die Gläser so hinter einander, daß ihre Axen in eine grade Linie zusammen fallen.

Zusatz.

Zusatz.

60. Eine Person, die ein mittelmäßig gutes Gesicht hat, siehet deutlich, wenn die Strahlen, welche von einerley Punct einer Sache herkommen, entweder völlig oder doch beynahe in paralleler Lage auf den Stern im Auge fallen: dieses ist bey den Rechnungen über die Anordnung optischer Werkzeuge die gewöhnliche Voraussetzung. Bey dem allen kann aber doch auch der Kurzsichtige ein solches Werkzeug brauchen: er muß nur die Entfernung der Gläser, oder wenn es nur eine Linse ist, die Entfernung dieser Linse vom Object um ein geringes ändern, damit die von jedem Punct des Objects herkommende Strahlen in mehr auseinander fahrender Lage den Stern im Ange treffen.

Die 9. Erklärung.

61. Diejenige Zahl heißt für ein Fernrohr die **Vergrösserungszahl**, welche angiebt, wievielmahl der Gesichtswinkel durch die Gläser grösser erscheine, als wenn das Object ohne Gläser in derselben **Entfernung** gesehen würde, in der man es durch die Gläser betrachtet. Für ein Microscop soll die **Vergrösserungszahl** angeben, wievielmahl das Object durch die Gläser gesehen grösser erscheint, als es ohne Gläser in derjenigen Entfernung deutlich würde gesehen werden, in der ein mittelmäßig gutes Auge sonst dergleichen Sachen, die schon ins kleine fallen, deutlich siehet.

Der 6. Lehrsatz.

62. Eine Sammlungslinse als Objectivglas mit einer andern Sammlungslinse von kürzerer Brennweite so verbunden, daß beyde um die Summe ihrer Brennweiten von ein-

ander entfernt sind, dient als Fernrohr, welches eine weit entfernte Sache zwar verkehrt, aber doch deutlich, und sovielmahl vergrössert vorstellet, als die Brennweite des Oculars in der Brennweite des Objectivs enthalten ist.

197 Fig. **Beweis.** Die von jedem Punct P oder Q des weit entfernten Objects auf das Objectiv AB fallenden Lichtstrahlen sind einander fast parallel, und die Entfernung C*p* des Bildes ist daher der Brennweite des Objectivs gleich. Hinter dem Bilde fahren die in jedem Punct desselben zusammen laufenden Strahlen wieder auseinander, und werden vom Ocular DE eben so aufgefangen, als wenn das Bild *pq* ein strahlendes Object wäre. Wenn also das Ocular DE ein Sammlungsglas, und die Entfernung F*p* der Brennweite desselben gleich ist; so kommen die aus jedem Punct wie *q* auffallenden Strahlen nach der Brechung in die unter sich und mit dem Hauptstrahl *q*F parallele Lage. (40 §.) Ein sonst gutes eben nicht kurzsichtiges Auge, das in O die Strahlen auffängt, sieht also das Object PQ deutlich (60 §.) aber verkehrt, weil das aus Q herkommende Licht in der Richtung GO ins Auge kommt, als wenn es von einem Punct unter der Axe herkäme. Aus O ohne Gläser gesehen würde das Object PQ unter einem von $PCQ = pCq$ nicht merklich verschiedenen Winkel erscheinen, da es durch die Gläser unter dem Winkel $FOG = pFq$ gesehen wird.

Für den Sinus totus = 1 ist aber tang $pFq = \frac{pq}{pF}$,

tang $pCq = \frac{pq}{Cp}$ (28. §. Trig.) also tg. pFq : tg. qCq

$pCq = \frac{1}{Fp} : \frac{1}{Cp} = Cp : Fp$. Weil diese Winkel nur klein sind, so verhalten sie sich beynahe, wie ihre Tangenten; mithin ist die Vergrösserungszahl $= \frac{Cp}{Fp}$.

Lehnsatz.

63. Wenn ein Winkel so klein ist, daß er höchstens einige wenige Minuten beträgt; so kann man diesen Winkel selbst durch die Zahl ausdrücken, welche die Länge seines Sinus, oder seiner Tangente für den Halbmesser = 1 angiebt. Das ist zugleich sehr nahe die Länge des mit dem Halbmesser = 1 zwischen seinen Schenkeln beschriebenen Kreisbogens, (14 §. Trig.) und man findet alsdenn sehr leicht dem 234 § Geom. gemäß, die Zahl der Grade Minuten und Secunden; die der Winkel fasset.

Exempel. Gesetzt es wäre des Winkels PCQ Tangente = 0,010763, allemahl für den Halbmesser = 1 verstanden; so ist die Länge der halben Peripherie = 3,1416 (232 §. Geom.) und man setzt an 3,1416 : 0,010763 = 180° oder 10800′ zur gesuchten Zahl der Grade oder Minuten, die der Winkel fasset. Hier fände man 37 Minuten.

Die 9. Erklärung.

64. Der Raum welcher durchs Fernrohr übersehen werden kann, heißt das Gesichtsfeld, er ist wegen der Figur der Gläser kreisförmig, und man beurtheilet die Grösse dieses Gesichtsfeldes aus dem halben oder ganzen scheinbaren Durchmesser desselben, so wie es ohne Gläser würde gesehen werden.

Der 1. Zusatz.

197 Fig. 65. Wenn Q einer von den äussersten Puncten des Objects und QC der daher kommende Hauptstrahl ist, der das Augenglas in G trift, und nach der Brechung die Axe der Gläser in O schneidet; so übersieht das Auge aus O das Gesichtsfeld, dessen Maaß der scheinbare Halbmesser PCQ = FCG abgiebt. Man setze die Brennweite des Objectivs = p, des Oculars = q, den Oefnungshalbmesser FG des Oculars = z, den scheinbaren Halbmesser des Gesichtsfeldes = φ; so ist $\varphi = FCG = \frac{FG}{FC}$ (63. §.) $= \frac{z}{p+q}$. Weil ferner alle durch C fallende Hauptstrahlen hinter dem Ocular in O ihren Vereinigungspunct haben; so ist $FO = \frac{FC \cdot q}{FC - q}$ (36. §.) mithin auch $FO = \frac{(p+q)\,q}{p} = \left(1 + \frac{q}{p}\right) q$ beynahe $= q$, wenn q in Vergleichung mit p nur klein ist.

Der 2. Zusatz.

66. Weil $\varphi = \frac{FG}{FC}$, und $FG = z$ war, (64. §.) so ist auch $FC = \frac{z}{\varphi}$, mithin $FO = \frac{z \cdot q}{\varphi} : \left(\frac{z}{\varphi} - q\right)$, oder $FO = \frac{z \cdot q}{z - \varphi \cdot q}$. Ferner ist $FOG = \frac{z}{OF}$ (63. §.) also $FOG = \frac{z - \varphi \cdot q}{q}$. Ueberdem sey die Vergrösserungszahl = m, so ist $FOG = m \cdot FCG$

=

$= m \cdot \varphi$: also erhält man $m \cdot \varphi = \frac{z - \varphi \cdot q}{q}$,

oder $m\varphi = \frac{z}{q} - \varphi$. Daraus folgt $(m+1)\varphi = \frac{z}{q}$, und $\varphi = \frac{1}{m+1} \cdot \frac{z}{q}$. Wenn also das Verhältniß vom Oefnungshalbmesser des Oculars zur Brennweite einerley bleibt, so wird das Gesichtsfeld desto kleiner, je mehr das Fernrohr vergrössert.

Der 3. Zusatz.

67. Damit alles Licht, was von jedem der äussersten Puncte Q des Gegenstandes kommt, soweit das Gesichtsfeld reicht, auch vom Ocular bey G aufgefangen werden könne, muß der Oefnungshalbmesser des Gesichtsfeldes noch etwas grösser, als $z = FG$ seyn. Auf die Oefnung AB des Objectivs fallen die Lichtkegel APB, AQB, die dazu gehörigen Strahlen laufen in p, q, zusammen, breiten sich hiernächst in die conischen Räume aus, welche sich von p und q bis ans Ocular in F und G erstrecken, woselbst FK, GE, die Halbmesser ihrer Grundflächen sind. Eben diese Lichtkegel verwandeln sich hinter dem Ocular in Strahlencylinder, und es bleiben FK, GE, die Halbmesser der Querschnitte dieser Strahlencylinder. Ueberdem sind FK, GE, sehr nahe gleich groß, und 197 Fig.

es ist $\frac{AC}{FK} = \frac{Cp}{Ep} = m$. Man setze den Oefnungshalbmesser des Objectivs $CA = x$, und $FK = GE$, $= y$, so ist $\frac{x}{y} = m$, und $y = \frac{1}{m}x$. Daraus findet man

den Oefnungshalbmesser des Oculars $FE = FG + GE \doteq z + y = (m+1)\ \varphi . q + \frac{1}{m} x$.

Der 4. Zusatz.

68. Wenn y eben so groß oder auch noch gröſſer ist, als der Halbmesser der Oefnung des Sterns im Auge, so erhält das Bild auf der Netzhaut von jedem Punct des Gegenstandes durch die Gläser soviel Licht, als es ohne Gläser erhalten würde: nur würde noch in Erwegung zu ziehen seyn, daß nicht alles Licht durch die Gläser durchgehet, sondern etwas davon zurück strahlet. Wenn dagegen y kleiner ist, als der Halbmesser des Sterns; so erhält jeder Punct des Bildes auf der Netzhaut von dem damit zusammengehörigen Punct des Gegenstandes weniger Licht durch die Gläser, als ohne Gläser. Wird also der Halbmesser des Sterns $= \omega$ gesetzt, die scheinbare Klarheit des Objects ohne Gläser gesehen $= C$, durch die Gläser gesehen $= c$; so ist $\omega^2 : y^2 = C : c$, mithin $c = \frac{y^2}{\omega^2} . C$.

Die 10. Erklärung.

69. Das Fernrohr, wenn ein Sammlungsglas als Ocular mit dem Objectivglase, welches allemahl ein Sammlungsglas seyn muß, verbunden ist, hat den Nahmen des Sternrohrs erhalten. Das zuerst in Holland und bald nachher vom Galiläus zum zweytenmahl erfundene Fernrohr hatte ein hohles Augenglas: daher nennt man noch jetzt holländische auch Galiläische Fernröhre solche, die ein hohles Augenglas haben.

Der 1. Zusatz.

200 Fig. 70. Die Entfernung CF des hohlen Augenglases DE vom Objectivglase AB muß der Differenz der Brenn-

Brennweiten Cp — Fp gleich seyn. Alsdenn fängt das Augenglas die gegen die Puncte des Bildes pq zusammenlaufenden Strahlen vor ihrer Vereinigung auf, und bricht diejenigen, welche zu einerley Punct des Gegenstandes gehören, in die mit dem Hauptstrahl Fq parallele Lage GH. Man siehet also das Object deutlich und aufrecht unter dem Winkel OFL $= pFq$, wenn das Auge unmittelbar an das Augenglas gehalten wird, weil es in O, wo der Hauptstrahl GH die Axe schneidet, nun seine Stelle nicht haben kann.

Der 2. Zusatz.

71. Man wendet leicht alle für das Sternrohr bewiesene allgemeine Formuln auf das Galiläische Fernrohr an, wenn man die Brennweite q des Augenglases negativ annimmt. Es wird also die Vergrösserungszahl $m = -\frac{p}{q}$ negativ, weil der Winkel, unter welchem das Object gesehen wird, die entgegen gesetzte Lage erhält. Für das Gesichtsfeld war $\varphi = \frac{1}{m+1} \cdot \frac{z}{q}$, und weil hier q und m negativ werden, so erhält man $\varphi = -\frac{1}{1-m} \cdot \frac{z}{q} = \frac{1}{m-1} \cdot \frac{z}{q}$. Uebrigens bleibt $y = \frac{1}{m} x$, und $c = \frac{1}{\omega^2} \cdot C$.

Der 3. Zusatz.

72. Bey gleicher Brennweite und Oefnung des Oculars, und gleicher Vergrösserung würde das Ge-

sichtsfeld noch etwas grösser ausfallen: als das Gesichtsfeld, welches das Sternrohr fasset, wenn das Auge in der Axe da seine Stelle haben könnte, wo alle Hauptstrahlen nach der Brechung im Augenglase einander schneiden. Nun aber, wenn es in der Axe des Fernrohrs unmittelbar am Augenglase seine Stelle hat, kann es von den Hauptstrahlen, die aus O herzukommen scheinen, nur soviele fassen, als auf einen kreisförmigen Raum des Augenglases fallen,
200 der so groß, als der Stern im Auge ist. Diesem-
Fig. nach genügt es, wenn z = FG so groß gemacht wird, als der Halbmesser der Augenöfnung ist, oder etwas weniges grösser, und man kann bey gleicher Vergrösserung und gleicher Brennweite des Augenglases diesem Fernrohr kein so grosses Gesichtsfeld, als dem Sternrohr zuwege bringen.

Die 11. Erklärung.

73. Weil das Galiläische Fernrohr die Sachen aufgerichtet darstellet, so würde es als Erdfernrohr gebraucht ganz gute Dienste leisten können, wenn nicht das Gesichtsfeld so eingeschränkt wäre. Um deßwillen hat man bald nach Erfindung der Fernröhre mit dem erhabenen Augenglase DE des Sternrohrs
202 noch zwey andre Augengläser RS, TV, verbunden,
Fig. und einem solchen aus vier Sammlungsgläsern zusammengesetzten Fernrohr den Nahmen des Erdfernrohrs im besondern Sinne beygelegt.

Der 1. Zusatz.

202 74. Die Strahlen sind durch die Brechung im
Fig. ersten Ocularglase DE in eine solche Lage gebracht, als wenn sie von einem weit entfernten Object kämen, daß unter dem Winkel FOG gesehen würde. Man

ziehe

ziehe ML mit GH parallel, so ist ML unter den mit GH parallelen Strahlen der Hauptstrahl. Alle diese mit GH parallel auf das Glas RS fallenden Strahlen werden durch die Brechung hinter dem Glase RS in *k* zusammen gebracht, die mit der Axe FM parallelen Strahlen in π, so daß Mπ der Brennweite des Glases RS gleich ist. So entsteht das zweyte aufrechtstehende Bild πk des Objects. Hinter diesem Bilde breiten sich die durch jeden Punct desselben laufenden Strahlen wieder auseinander, und werden von dem dritten Ocularglase TV aufgefangen. Dies stellt man so, daß πN der Brennweite desselben gleich ist, so werden die durch π laufenden Strahlen nach der Brechung wieder mit der Axe der Gläser, und die durch *k* laufenden Strahlen mit dem Hauptstrahl *k*N parallel. Weil nun der aus Q kommende Hauptstrahl QC zuletzt in die Lage IK kommt, so erscheint das Object nun durch alle vier Gläser deutlich, aufrecht, und unter dem Winkel NKI, wenn das Auge in K seine Stelle erhält.

Der 2. Zusatz.

75. Die beyden letzten Oculargläser RS, TV, haben für sich allein die Wirkung eines Sternrohrs, sie würden also den optischen Winkel FOG = OML aufs neue vergrössern, wenn das Glas TV eine kleinere Brennweit als RS erhielte. Weil man aber durch die Beyfügung der beyden letzten Oculargläser vornehmlich nur die aufrechte Vorstellung des Objects zuwege bringen wollte, so gab man allen dreyen Augengläsern gleiche Brennweiten, und erreichte jene Absicht ohne weitere Vergrösserung des optischen Winkels.

Die

Die 12. Erklärung.

76. Einfache Microscope heissen solche, die entweder wirklich nur aus einer einzigen Linse bestehen, oder vielleicht aus mehrern ganz nahe zusammengestellten Linsen so angeordnet sind, daß man sie als ein einziges Glas betrachten kann. Zusammengesetzte Microscope sind in soweit den Fernröhren ähnlich, daß man sie aus einem Objectiv und einem oder mehrern davon ziemlich entfernten Augengläsern zusammen ordnet.

Die 5. Erfahrung.

77. Weil die Schärfe des Gesichts bey verschiedenen Personen sehr verschieden ist, so läßt sich die Entfernung, in welcher ganz kleine Sachen deutlich gesehen werden, zwar nicht allgemein festsetzen. Indessen kann man diese Entfernung für ein mittelmäßig gutes Gesicht ziemlich sicher auf 8 Zoll schätzen.

Der 7. Lehrsatz.

195 Fig. 78. Eine ganz kleine Glaslinse *AB*, die eine sehr kurze Brennweite hat, dient als Microscop, wenn das Object *PQ* im Brennraum selbst, oder ganz nahe dabey, das Auge aber auf der andern Seite in *O* ganz nahe beym Glase seine Stelle hat. Die Vergrösserungszahl wird alsdenn gefunden, wenn man 8 Zolle mit der Brennweit der Linse dividirt.

Beweis. Ein ganz kleines Object, wie PQ, siehet man unter einem desto grössern Winkel PCQ, je näher man es dem Auge bringt. Wenn C*p* für die Entfernung angenommen wird, in der das kleine Object unter dem Winkel *p*C*q* deutlich würde gesehen werden; so ist die Vergrösserungszahl $\frac{PCQ}{pCq}$ =

$= \frac{PQ}{CP} : \frac{PQ}{Cp}$ (63. §.) $= \frac{Cp}{CP}$, und $Cp = 8$ Zoll.

(77. §.) Ist überdem CP die Brennweite der Linse AB, oder auch CP nur sehr wenig kleiner als die Brennweite; so erhält das Auge in O die von jedem Punct des Objects herkommenden Strahlen entweder in völlig, oder beynahe paralleler Lage, wie es zum deutlichen Sehen erfordert wird.

Der 1. Zusatz.

79. Bey diesen Schlüssen ist auf die Dicke, und die Figur der beyden sphärischen Flächen der Linse, die bey einerley Brennweite sehr verschieden seyn kann, nicht Rücksicht genommen worden; man würde sonst finden, daß selbst der Winkel POQ noch etwas vergrössert erscheine, wie man auch aus dem 58. §. einigermassen abnehmen kann. Die hievon herrührende Vergrösserung ist indessen nur wenig beträchtlich. 195 Fig.

Der 2. Zusatz.

80. Es sey L einer von den äussersten Puncten eines sehr kleinen Objects, soweit es durch die Linse BD übersehen werden kann, wenn das Auge in G unmittelbar an der Linse seine Stelle hat; so muß der aus L. auffallende Strahl LM in der Vorderfläche der Linse aus der Lage MF in die Lage MG gebrochen werden. In G leidet er die zweyte Brechung und kommt in der Lage GH ins Auge. Der Gesichtswinkel durchs Glas ist also CGH, der ohne Glas PGL seyn würde. Man setze $AM = x$, $PGL = \varphi$, $CGH = m\varphi$, $AG = c$; so ist überdem auch $CGH = \mu . CGK = \mu . AGM$: also $m . \varphi = \mu . AGM$. Weiter ist $AGM = \frac{x}{c}$, (63. §.) also $m\varphi = \frac{\mu x}{c}$, und das 199 Fig.

giebt

giebt den scheinbaren Halbmesser des Gesichtsfeldes $\varphi = \frac{\mu x}{mc}$. Wie m gefunden werden könne, ist im 236. §. der Photom. im 3 Theil der Anfangsgründe 484. S. gewiesen, Hier kann $m = 1$ gesetzt werden, weil gewöhnlich c sehr klein ist: also hat man $\varphi = \frac{\mu x}{c}$, und x ist der Oefnungshalbmesser der Linse. Aus dem Winkel φ wird auch $FL = \Phi \cdot GP$, (63. §.) gefunden, welches der Halbmesser von dem sichtbaren Stück des Objects ist, soweit es das Microscop fasset.

Der 3. Zusatz.

81. Der aus P auf M fallende Strahl nimmt den Weg PMNS, so daß NS mit der Axe AC parallel, und GN der Halbmesser des Strahlencylinders ist, worin sich der aus P auffallende Strahlenkegel nach der Brechung verwandelt hat. In den Anfangsgründen (237. §. Photom. mit dem 400 §. verglichen) ist bewiesen, daß hier GN sehr nahe $= AM = x$ sey, wenn die Linse eine sehr geringe Dicke hat. Läßt man also den Buchstaben c, C, ω, die Bedeutung, welche sie im 70. §. hatten, so ist für die microscopische Linse $c = \frac{x^2}{\omega^2}$. C.

Der 8 Lehrsatz.

198 Fig. 82. Eine microscopische Linse AB als Objectiv mit einem erhabenen Augenglase DE auf ähnliche Art verbunden, wie das Objectiv eines Sternrohrs mit dem Augenglase, (62. §.) dient als ein zusammengesetztes Microscop.

Beweis. Man setze die Entfernung des Objects $Cl = a$, die Entfernung des Bildes $Cp = \alpha$, die Brenn-

Brennweite des Oculars $= q$: so muß $Fp = q$ seyn, damit das Object aus O durch die Gläser deutlich gesehen werde. Ferner ist die Vergrösserungszahl $m = \frac{pFq}{pCq} = \frac{\alpha}{q}$, und der Winkel $pCq = PCQ$ ist schon in dem Verhältniß $a : h$ grösser, als derjenige, unter welchem das Object aus C in der Entfernung h würde gesehen werden, vorausgesetzt, daß $a < h$ sey. Wird also in Beziehung auf diesen zuletzt erwehnten Winkel die Vergrösserungszahl $= M$ gesetzt; so ist $M = \frac{h}{a} m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q}$.

Der 1. Zusatz.

83. Man setze den Oeffnungshalbmesser des Oculars $FG = z$, und $PCQ = pCq = \varphi$, so ist $\frac{z}{\alpha + q} = \varphi$, oder $\varphi = \frac{z}{q} : \left(\frac{\alpha}{q} + 1\right) = \frac{z}{q\,(m+1)}$.

Weil ferner $m = \frac{a}{h} \cdot M$ war, so hat man auch $\varphi = \frac{z}{q} : \frac{aM + h}{h} = \frac{h}{aM + h} \cdot \frac{z}{q}$; und daraus den Halbmesser des Objects soweit es übersehen werden kann, $PQ = a\varphi$. Für die Helligkeit ist, wie im 67. §. $y = \frac{1}{m} x = \frac{hx}{M.a}$.

Die Brennweite der Objectivlinse sey $= p$, so ist $\alpha = \frac{a \cdot p}{a - p}$, also $a \cdot \alpha - p\alpha = a \cdot p$, und $p(a + \alpha)$

$=$

$= a \cdot \alpha$, mithin $p = \frac{a \cdot \alpha}{a + \alpha}$. Man dividire im Zähler und Nenner mit q und schreibe m statt $\frac{\alpha}{q}$, so wird $p = \frac{ma}{(a : q) + m} = \frac{m \cdot q \cdot a}{a + mq}$. Setzt man ferner $m = \frac{a}{h} \cdot M$, so erhält man $p = \frac{a : h)\ Mq}{1 + (M : h)q}$, oder $p = \frac{M \cdot q \cdot a}{Mp + h}$, also umgekehrt $a = \frac{(Mq + h)\,p}{Mq} = \left(1 + \frac{h}{Mq}\right)p$.

Der 2. Zusatz.

196 Fig. 84. Wählt man statt des erhabenen Oculargla-
ses die Hohllinse DE, so muß diese vor der Stelle des Bildes pq die Strahlen in der Entfernung $Fp = q$ auffangen, damit die zu jedem Punct gehörigen Strahlen in die parallele Lage kommen. Das zusammengesetzte Microscop hat nun alle Aehnlichkeit mit dem Galiläischen Fernrohr. Man nimmt q und m negativ an; so ist auch M negativ, folglich $\varphi = \frac{z}{q\,(m-1)}$, und es bleibt $a = \left(1 + \frac{h}{Mq}\right)p$.

Der 3. Zusatz.

201 Fig. 85. Wenn das kleine Object PQ der microscopischen Linse AB so nahe liegt, daß die Entfernung $C\pi$ des Bildes sehr groß ausfallen würde, so kann man zwey Oculare damit verbinden, Das erste Ocular DE muß alsdenn als Collectivglas die gegen die Puncte des Bildes πk zusammenlaufenden Strahlen in ein näheres Bild pq zusammen bringen. (42. §.)

Die

Die hinter dem Bilde *pq* wieder auseinander fahrenden Strahlen muß das Ocularglas RS in der Entfernung M*p*, die seiner Brennweite gleich ist, auffangen, damit sie in der Lage welche zum deutlichen Sehen erfordert wird, ins Auge kommen.

Man setze CP $= a$, C$\pi = \alpha$, F$\pi = b$, F$p = \beta$, die Brennweiten der Linse AB $= p$, des Collectivglases DE $= q$, des Augenglases RS $= r$, den Winkel PCQ $=$ FC$k = \varphi$, so ist $\frac{\pi Fk}{\varphi} = \frac{C\pi}{F\pi}$ (63. §.)

$= \frac{\alpha}{b}$, und $\frac{pMq}{\pi Fk} = \frac{Fp}{Mp} = \frac{\beta}{r}$, also $\frac{pMq}{\varphi} = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{r}$. Das ist die Vergrösserungszahl in Absicht auf den Winkel PCQ. Wird also das M in der vorhin angezeigten Bedeutung gebraucht, so ist $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{r}$. Dies wäre also die Vergrösserungszahl in dem Sinne, wie es beym Microscop gewöhnlich verstanden wird.

Die 6. Erfahrung.

86. Durch eine kleine kreisförmige Oefnung lasse man das Sonnenlicht in ein finsteres Zimmer fallen, und bringe ein dreyseitiges gläsernes Prisma in den mit dem Sonnenlicht erfüllten beynahe cylindrischen Raum in einer solchen Lage, daß die Seitenlinien auf der Verticalfläche durch den einfallenden Sonnenstrahl senkrecht sind. Man fange in einiger Entfernung hinter dem Prisma das durchscheinende Sonnenlicht mit einer weissen Fläche auf; so erscheint auf derselben ein erleuchteter Raum, der mehr nach

der

der Länge, als nach der Breite ausgedehnt, und überdem sehr lebhaft gefärbt ist. Die kenntlichsten Farben liegen mit allen dazwischen fallenden Schattirungen von unten nach oben in folgender Ordnung: roth, dunkelgelb, hellgelb, grün, hellblau, dunkelblau, violet. Man kann an dem im erleuchteten Raum glänzenden und ebenfalls gefärbten Staube deutlich wahrnehmen, daß die Sonnenstrahlen nach dem Durchgange durchs Prisma sich in graden Linien ausbreiten, die einander nicht mehr parallel sind.

Man lasse etwas von dem gefärbten Licht, soweit es einerley Farbe zeigt, durch ein kleines rundes Loch in einem schwarzen Papier fallen, und breche diesen gefärbten Strahl von neuen mit einem andern gläsernen Prisma: so findet man nach der Brechung die Farbe des Lichts nicht weiter geändert, auch den Strahl nicht weiter in mehrere getheilt, die gegen einander geneigt sind.

Der 1. Zusatz.

87. Das Sonnenlicht bestehet aus einer Vermischung verschiedener in Absicht auf die Brechbarkeit ungleichartiger Strahlen. Bey einerley Neigungswinkel wird das violette stärker, als das blaue Licht, das blaue stärker als das grüne gebrochen, und so nach der Ordnung weiter: das rothe Licht wird am wenigsten gebrochen. Wenn die brechende Masse einerley ist, so gehört für jede Lichtart ein gewisses beständiges Verhältniß der Refraction.

Der 2. Zusatz.

88. Das Licht was ein strahlendes Object durch eine Glaslinse sendet, kann nicht in einem und eben demselben deutlichen Bilde hinter der Glaslinse vereini-

einiget werden: es muß vielmehr für jede Lichtart ein eigenes Bild geben. Das violette Bild liegt der Linse am nächsten, und die übrigen Bilder entfernen sich von der Linse destomehr, jeweniger das Licht brechbar ist: am weitesten ist das rothe Bild von der Linse entfernt.

Die 13. Erklärung.

89. Wenn gleich alles Licht in Absicht auf die Brechbarkeit vollkommen gleichartig wäre; so würden doch nicht alle Strahlen, die aus einerley Punct des Objects auf die Glaslinse fallen, nach der Brechung den Hauptstrahl in einerley Punct schneiden. Die Entfernung zwischen dem Vereinigungspuncte der zunächst bey dem Hauptstrahl auffallenden Lichtstrahlen, und demjenigen Punct, worin der Hauptstrahl von denjenigen Lichtstrahlen nach ihrer Brechung geschnitten wird, die in mehrerer Entfernung von dem Hauptstrahl auffallen, nennt man die Abweichung des Lichts wegen der Kugelgestalt der Glaslinsen, und unterscheidet sie von der Abweichung oder Zerstreuung des Lichts, die von der ungleichen Brechbarkeit herrührt. (88. §.)

Zusatz.

90. Würden alle Lichtstrahlen, nach ihren Brechungen in jeder Glaslinse aufs vollkommenste in den Sammlungspuncten vereiniget, die vermittelst der oben erklärten Formuln gefunden werden: so könnte man mit einem Fernrohr von ganz mässiger Länge eine sehr ansehnliche Vergrösserung zuwege bringen. Weil jedoch bey gleicher Oefnung des Objectivglases die Helligkeit desto kleiner ausfällt, je ansehnlicher die Vergrösserungszahl seyn soll; so müste man seine Freyheit haben, den Oefnungshalbmesser so groß zu

Bayerische Staatsbibliothek München

nehmen, als man für gut fände. Wenn ferner Brennweite und Oefnung des Oculars einerley bleibt, so wird auch das Gesichtsfeld desto kleiner, je beträchtlicher die Vergrösserung ist: demnach müste man auch des Gesichtsfeldes halber den Oculargläsern hinlänglich grosse Oefnungen geben können. Allein hiebey ist man wegen der gedoppelten Abweichung des Lichts sehr eingeschränkt, und eben das ist die Ursache, weswegen vormahls, ehe man Mittel fand, diesen Unvollkommenheiten abzuhelfen, sehr lange Fernröhre gebraucht werden musten, wenn die Vergrösserung einigermassen bträchtlich ausfallen sollte.

Die 7. Erklärung.

91. Herr Huygen (Dioptr. Prop. 56.) fand ein Sternrohr gut, dessen Objectiv bey einer Oefnung von 3 Zoll im Durchmesser 30 Fuß Brennweite hatte, mit einem Ocular von $3\frac{3}{10}$ Zoll Brennweite im Rheinl. Maasse. Der Göttingische Herr Mayer giebt in einer handschriftlichen Tafel, die Herr Klügel in einem aus der Mayerschen Bibliothek erstandenen Exemplar gefunden hat, einem Objectiv von 30 Fuß Focuslänge ein Ocular von 5,77 Zoll im Durchmesser. (M. s. H. Klügels Analyt. Dioptrik 2 Th. 5 Absch. 428 §. 178. S.)

Die 6. Aufgabe.

92. Die Vergrösserungszahl ist gegeben: man soll ein Fernrohr anordnen, welches bey dieser vorgeschriebenen Vergrösserung die betrachteten Objecte eben so deutlich und helle, als das Huygensche oder Mayersche darstellet.

Aufl. 1. Wegen der gleichen Deutlichkeit wird erfodert, daß sich die Brennweiten der Objective verhalten,

halten, wie die Quadrate der Vergrösserungszahlen, die Brennweiten der Oculare aber wie die Vergrösserungszahlen selbst: also wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objective.

2. Wegen der gleichen Helligkeit müssen die Oefnungshalbmesser der Objective sich wie die Vergrösserungszahlen, oder wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objective verhalten. M. s. davon mit mehrern den 3 Band der Anfangsgründe im XIV. Absch. der Photometrie.

Exempel. Bey Huygens Fernrohr von 30 Fuß Brennweite war die Vergrösserungszahl $m = \frac{360}{3{,}3} = 109$. Will man nun ein Fernrohr haben, das 60mal vergrössern soll; so findet man die Brennweite des Objectivs $= \frac{60^2}{109^2} \cdot 30$ Fuß $= \frac{60^2}{109^2} \cdot 360$ Zoll $= 9$ Fuß 1 Zoll, die Brennweite des Oculars 1,8 Zoll, die Oefnung des Objectivs $= \frac{60}{109} \cdot 3$ Zoll $= 1{,}65$ Zoll.

Die 14. Erklärung.

93. Zwey oder drey ganz nahe hinter einander gestellte Objectivgläser kann man als ein aus beyden, oder allen dreyen zusammengesetztes Objectiv betrachten, und derjenige Abstand um welchen das Bild eines unendlich weit entfernten Gegenstandes vom letzten Glase entfernt ist, kann die Brennweite des zusammengesetzten Objectivs heissen. Hat alsdenn das zusammengesetzte Objectivglas die Eigenschaft, daß es ein völlig, oder wenigstens beynahe deutliches Bild ohne Farben zuwege bringt, so kann es von dieser Eigenschaft ein achromatisches oder farbenloses Objectiv, und ein Fernrohr, das

mit einem solchen Objectiv versehen ist, ein achromatisches Fernrohr heissen. Von dem Künstler in Engelland, der auf Herrn Leonh. Eulers Veranlassung das erste Fernrohr dieser Art verfertigte, nennt man dergleichen Fernröhre auch Dollondische.

Der 1. Zusatz.

203 Fig. 94. Wenn die vordere convexe Linse PP die mit der Axe parallel auffallenden Strahlen in F sammlen würde, die gleich hinter derselben befindliche Hohllinse QQ aber diese gegen F zusammenlaufenden Strahlen wieder mehr aus einander fahrend macht, und in G vereiniget; (45. §.) so ist BG die Brennweite des doppelten Objectivs, da dann BF kleiner seyn muß, als die Brennweite des Hohlglases.

Der 2. Zusatz

204 Fig. 95. Wenn eben so die erste Linse PP Strahlen, die mit der Axe parallel auffallen, in F sammlen würde, und die zweyte QQ sie weiter auseinander bringt, daß sie in G zusammen laufen würden, wenn nicht die dritte Linse RR sie auffinge, und in H sammelte; so ist CH die Brennweite des dreyfachen Objectivs. Dies wäre der Fall, wenn BF kleiner als die Brennweite des Hohlglases ist. Wäre BF

205 Fig. gröſſer als des Hohlglases Brennweite, so würden die Strahlen nach der Brechung im Hohlglase in eine solche Lage kommen, als kämen sie von einem Punct G vor dem Hohlglase her. In dieser Lage würden sie nun auf die dritte Linse RR fallen, welche sie als Sammlungsglas wieder in H vereiniget.

Die 15. Erklärung.

96. Man nehme an, für die violetten am meisten brechbaren Strahlen sey das Verhältniß der Refraction = M : 1, für die rothen am wenigsten

brech

brechbaren Strahlen sey es N : 1; so kann man diejenigen, für welche das Verhältniß der Refraction $= \frac{1}{2}(M + N) : 1$ ist, als Strahlen von mitlerer Brechbarkeit betrachten, und dies eben erwehnte Verhältniß das mittlere Brechungsverhältniß nennen. Setzt man alsdenn $\frac{1}{2}(M + N) = \mu$ und $\frac{1}{2}(M - N) = \varepsilon$, so ist $M = \mu + \varepsilon$, $N = \mu - \varepsilon$, und das mittlere Brechungsverhältniß ist $\mu : 1$, das gröste und kleinste Brechungsverhältniß $\mu + \varepsilon : 1$ und $\mu - \varepsilon : 1$.

Die 8. Erfahrung.

97. Man hat bey mehrmahls wiederhohlten Versuchen gefunden, daß das mittlere Brechungsverhältniß so wenig, als das gröste und kleinste Brechungsverhältniß für alle Glasarten einerley sey. Zuerst sind bey den Untersuchungen darüber vornemlich die zweierley Glasarten bekannt worden, welche in Engelland **Kronglas** und **Flintglas** heissen. Für das Kronglas ist $\mu = 1{,}53$, für das Flintglas $\mu = 1{,}58$, und die beyden Werthe von ε verhalten sich für Kronglas oder Flintglas beynahe wie 2 : 3. Das Flintglas bricht also Strahlen etwas stärker als Kronglas, auch zerstreut das erstere die ungleichartigen Strahlen etwas mehr, als das letztere.

Der 1. Zusatz.

95. Die Auflösung der Aufgabe, wie ein achromatisches Objectiv vortheilhaft angeordnet werden könne, kommt darauf an, daß man, wenn die Brennweite, und die Entfernung der einzelnen Linsen von einander festgesetzt ist, einer jeden Linse Brennweite für sich, und die Halbmesser ihrer sphärischen Flächen finde. Wählt man alsdenn zu dem

einzelnen Linsen verschiedene Glasarten, für welche die Brechungsverhältnisse verschieden sind; so ist es möglich, alles so anzuordnen, daß die Undeutlichkeit des Bildes entweder völlig, oder doch beynahe gehoben werde, welche die Farbenzerstreuung, und die Abweichung des Lichts wegen der Kugelgestalt der Gläser sonst zuwege bringt. In Absicht auf das wesentliche eines Fernrohrs ist es hiernächst einerley, das Objectiv mag einfach oder zusammen gesetzt seyn. Wenn alle Abmessungen des zusammengesetzten Objectivs bestimmt sind; so läßt sich angeben, wie groß die Brennweite und Oefnung einer einfachen Linse seyn müste, wenn die Lichtstrahlen nach dem Durchgange durch diese Linse ein eben so grosses Bild mit eben derselben Helligkeit und Deutlichkeit zuwege brächten, wie es das Licht beym Durchgange durchs zusammengesetzte Objectiv zuwege bringt. Eine solche einfache Linse würde alsdenn beym Fernrohr mit dem zusammen gesetzten Objectiv einerley Dienste leisten. Hier ist es nicht möglich zu der in solcher Absicht anzustellenden Rechnung eine nähere Anleitung zu geben; man findet sie aber vollständig im 3ten Bande der Anfangsgründe, im XVI und den folgenden Abschnitten der Photometrie.

Der 2. Zusatz.

96. Diese Rechnungen, welche an sich nicht schwer, sondern nur etwas weitläuftig sind, führen auf folgende Resultate.

Die Hohllinse des zusammengesetzten Objectivs wird aus Flintglase verfertiget, die erhabene Linse des doppelten, oder auch beyde Converlinsen des dreyfachen Objectivs aus Kronglase. Wenn alsdenn die Vergrösserungszahl $= m$ ist; so hat man folgende Abmessungen:

Für

Für das doppelte Objectiv.

	erste Linse	zweyte Linse
Brennweite in Zollen	0,0909 . *m*	— 0,1018 . *m*
Halbmesser d. Vorderfl.	0,0964 . *m*	— 0,0810 . *m*
Halbmesser d. Hinterfl.	0,0964 . *m*	— 0,2179 . *m*.

Die Entfernung der Linsen von einander ist 0,0076 . *m* Zoll und der Oefnungshalbmesser = 0,022 . *m* Zoll.

Oder statt dessen

	erste Linse	zweyte Linse
Brennweite in Zollen	0,0909 . *m*	— 0,1018 . *m*
Halbmesser d. Vorderfl.	0,0875 . *m*	— 0,0875 . *m*
Halbmesser d. Hinterfl.	0,1073 . *m*	— 0,1820 . *m*

Die Entfernung der Linsen, und der Oefnungshalbmesser bleiben, wie vorhin. Wird überdem noch die Brennweite des doppelten Objectivs = *B* gesetzt, und die Brennweite der einfachen Linse von eben der Wirkung in Absicht auf Grösse, Deutlichkeit und Helligkeit des Bildes = Π: so hat man *B* = $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$. *m* Zoll, und Π = $\frac{1}{2}$*m* Zoll.

Für das dreyfache Objectiv.

Brennweite	erste Linse	zweyte Linse	dritte Linse
in Zollen	0,1068 . *m*	— 0,0663 . *m*	0,1091 . *m*
Halbmesser d. Vorderfläche	0,1956 . *m*	— 0,0769 . *m*	0,1156 . *m*
Halbmesser d. Hinterfläche	0,0796 . *m*	— 0,0769 . *m*	0,1156 . *m*

Oder statt dessen

Brennweite	erste Linse	zweite Linse	dritte Linse
in Zollen	0,1068 . *m*	— 0,0663 . *m*	0,1091 . *m*
Halbmesser d. Vorderfläche	0,1282 . *m*	— 0,0769 . *m*	0,0769 . *m*
Halbmesser d. Hinterfläche	0,1012 . *m*	— 0,0769 . *m*	0,2331 . *m*.

Bey beyden Anordnungen ist die Entfernung der Linsen $= 0{,}0055 \cdot m$ Zoll, und der Oefnungshalbmesser $= 0{,}0192 \cdot m$, oder beynahe $\frac{1}{52} m$ Zoll. Noch sey die Brennweite des dreyfachen Objectivs $= \gamma$, die Brennweite der gleichgültigen Linse wie vorhin $= \Pi$; so ist $\gamma = \frac{1}{40} m$ Zoll, und $\Pi = \frac{1}{4} m$ Zoll.

Die 7. Aufgabe.

97. Die Vergrösserungszahl ist gegeben: man soll die Anordnung eines mit dem doppelten oder dreyfachen Objectiv versehenen Sternrohrs finden.

Aufl. 1. Aus der gegebenen Vergrösserungszahl suche man die Abmessungen des doppelten Objectivs nach Anleitung des 96. §. und verbinde damit ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite in der Entfernung von $(\frac{1}{2}\frac{1}{4} m + \frac{1}{2})$ Zoll: denn dies Objectiv ist mit einem einfachen gleichgültig, dessen Brennweite $\Pi = \frac{1}{2} m$ Zoll ist, und dazu gehört ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite. Des doppelten Objectivs Brennweite ist $\beta = \frac{1}{2}\frac{1}{4} m$ Zoll, also die Entfernung beyder Gläser $= (\frac{1}{2}\frac{1}{4} m + \frac{1}{2})$ Zoll. (62. §.) Der Oefnungshalbmesser sey für das Objectiv $= x$, für das Ocular $= z$; so ist des Gesichtsfeldes Halbmesser $\varphi = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{z}{\Pi} = \frac{2}{m+1} \cdot z$, $x = 0{,}02 \cdot m$ Zoll, $y = \frac{1}{m} x = 0{,}02 = \frac{1}{50}$ Zoll.

2. Soll das dreyfache Objectiv gewählt werden, so suche man wiederum aus der Vergrösserungszahl zuforderst die Abmessungen desselben, (96. §.) verbinde aber damit ein Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite in der Entfernung von $(\frac{1}{4}\frac{0}{1} m + \frac{1}{4})$ Zoll: denn des drey-

dreyfachen Objectivs Brennweite ist $\gamma = \frac{1}{4}\frac{0}{1}m$, und des gleichgültigen einfachen Objectivs Brennweite $\Pi = \frac{1}{4}m$, also wird ein Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite in der Entfernung $(\frac{1}{4}\frac{0}{1}m + \frac{1}{4})$ Zoll erfodert.

Ferner ist $\varphi = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{z}{\Pi} = \frac{4}{m+1}z$, und es bleibt $y = \frac{1}{5}\frac{}{0}$ Zoll.

Der 1. Zusatz.

98. Will man ein hohles Augenglas brauchen, damit sich die Objecte aufgerichtet darstellen, so ist die Entfernung der Gläser $(\frac{1}{2}\frac{1}{4}m - \frac{1}{2})$ Zoll oder $\frac{1}{4}\frac{0}{1}m - \frac{1}{4})$ Zoll, nachdem das doppelte oder dreyfache Objectiv gewählt wird. Auch ist im ersten Fall $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{z}{\Pi} = \frac{2z}{m-1}$, im letzten Fall $\varphi = \frac{4z}{m-1}$

Der 2. Zusatz.

99. Bey einerley Vergrösserungszahl wird die ganze Länge des Rohrs nur ohngefehr halb so groß, wenn das dreyfache Objectiv gebraucht wird, als in dem Fall, wenn man das doppelte wählt: auch ist bey einerley Oefnung des Oculars und gleicher Vergrösserung im ersten Fall das Gesichtsfeld doppelt so groß, als im letzten Fall.

Anmerkung.

100. Die Hauptstrahlen, welche durch die Mitte des Objectivs beynahe ungebrochen durchgehen, werden nach der Brechung im Ocular wegen ihrer ungleichen Brechbarkeit nicht in einerley Punct vereiniget, daher kommt es, daß durch ein Fernrohr mit dem einfachen Objectiv das Object mit einem farbigten Rande erscheint. (Anfangsgründe 3. Band 279 §. Photom.) Die davon herrührende Undeutlichkeit wird auch durchs zusammengesetzte Objectiv nicht gehoben: sie rührt, wenn das Objectiv dreyfach ist, allein vom Ocular her, und die zweyte Linse des doppelten

Objectivs hat auch einigen Antheil daran. Damit der farbigte Rand entweder völlig oder doch grösstentheils gehoben, auch selbst das Gesichtsfeld noch mehr erweitert werde, kann man zwey Augengläser mit einander verbinden, so wie es im 3 Bande der Anfangsgründe 359—365. §. der Photom. umständlich gewiesen ist. Um beyde Absichten, die Hebung des farbichten Randes und die möglichste Erweiterung des Gesichtsfeldes, zu erreichen, werden auch 3, 4, bis 5 Oculargläser besonders alsdenn gebraucht, wenn das Werkzeug als Erdrohr dienen, und die Objecte aufrecht vorstellen soll. Im XVIII. Abschnitt der Photometrie, im 3 Bande der Anfangsgründe sind alle dieserhalb nöthige Rechnungen vollständig vorgetragen. Wer sich nur soweit in der allgemeinen Rechenkunst geübt hat, als in diesem Handbuch dazu Anleitung gegeben ist, dem wird es nicht schwer fallen, jenen Rechnungen zu folgen. Wer aber auch nicht Zeit oder Geduld genug hat, diese Rechnungen durchzuführen, der wird doch auch aus dem bisherigen Vortrage hinlänglichen Unterricht schöpfen können, um für die Ausübung von der Anweisung des Herrn Fuß weitern Gebrauch zu machen, die Herr Prof. Klügel auch aus dem Französischen unter dem folgenden Titel ins Deutsche übersetzt hat: Umständliche Anweisung, wie alle Arten von Fernröhren in der grösten möglichen Vollkommenheit zu verfertigen sind, aus des ältern Herrn Eulers Theorie der Dioptrik gezogen, und für alle Künstler begreiflich gemacht von Hrn. Nicolaus Fuß Leipzig. 1775.

Anfangs=

Anfangsgründe der Catoptrik.

Die 1. Erklärung.

1. Jede recht glatt polirte Fläche einer harten Masse, worauf man keine merkliche Ungleichheiten wahrnehmen kann, heißt hier eine Spiegelfläche.

Die 1. Erfahrung.

2. Man lasse im finstern Zimmer durch eine kleine Oefnung einen Sonnenstrahl auf einen ebenen Spiegel fallen: so nimmt man an dem im erleuchteten Raum glänzenden Staube leicht war, daß der einfallende Strahl in grader Linie wieder zurückgeworfen werde. Auch kann man sich durch mehr als ein Hülfsmittel davon versichern, daß bey jedem Versuch und jedem Einfallswinkel nicht allein der einfallende und zurückgeworfene Strahl in einer Ebene liegen, sondern auch beyder Strahlen Neigungswinkel gegen die Ebene des Spiegels gleich groß ausfallen.

Die 2. Erklärung.

3. Eine grade Linie, die auf der Spiegelfläche in dem Punct, wo der Strahl auffällt, senkrecht steht, heißt das Einfallsloth: in dem Fall, wenn die Spiegelfläche krumm ist, muß man eine grade auf derjenigen Ebene senkrechte Linie verstehen, welche die Spiegelfläche in dem Punct berührt, wo der

Strahl

Strahl auffällt. Die Ebene durch das Einfallsloth und den einfallenden Strahl ist die Neigungsebene des letztern, in derselben liegt auch der zurückgeworfene Strahl, (2 §.) und man kann sie die Zurückwerfungsebene nennen. Die Catoptrik erklärt die Mathematische Theorie von den Erscheinungen, die das zurückgeworfene Licht verursachet.

Zusatz.

4. Die Winkel, welche beyde Strahlen, der einfallende und zurückgeworfene, mit dem Einfallsloth machen, ergänzen die Neigungswinkel der Strahlen gegen die Spiegelfläche zu 90°, und sind beyde gleich groß, weil die Neigungswinkel gleich groß sind.

Der 1. Lehrsatz.

206 Fig. 5. Wenn der strahlende Punct *L* sein Licht auf die ebene Spiegelfläche *XY* wirft, und *LR* auf *XY* senkrecht ist; so haben alle zurück geworfene Strahlen *AB*, *CD*, *EF*, eine solche Lage gegen einander, daß sie rückwärts verlängert einander in einerley Punct *M* schneiden, der im Neigungsloth *LR* soweit hinter der Spiegelfläche als *L* vor derselben liegt.

Beweis. Es sey LC ein einfallender Strahl, also LCR sein Neigungswinkel gegen die Spiegelfläche, in dessen Ebene auch der zurück geworfene Strahl CD liegt. Wenn dieser nach H verlängert wird, so ist GCD = RCL (2. §.) und GCD = RCH, (20. §. Geom.) also RCL = RCH. Ueberdem ist CRM = CRL = 90°: also muß CH mit RM irgendwo in M zusammen laufen, (99. §. Geom.) so daß RM = RL wird. (90. §. Geom.) Völlig eben

so

so erhellet, daß auch AB, EF, verlängert durch M laufen.

Der 1. Zusatz.

6. Das Auge einer Person, die den Spiegel betrachtet, hat eben die Empfindung, die es hätte, wenn L wirklich in M vorhanden wäre, und von M aus die Lichtstrahlen um sich her verbreitete. Deßwegen scheint L in M zu stehen, und M ist das Bild von L.

Der 2. Zusatz

7. Wofern alles auf den Spiegel fallende Licht zurückgeworfen wird, so erleuchtet das Bild M jede Ebene, die das zurückgeworfene Licht auffängt, völlig so, wie der Punct L selbst diese Ebene erleuchten würde, wenn er in M befindlich und der Spiegel nicht da wäre.

Der 3. Zusatz.

8. Jeder Punct eines Gegenstandes, wie OL, hat sein Bild hinter der Spiegelfläche in der von ihm darauf senkrecht fallenden graden Linie, so daß Bild und abgebildeter Punct gleich weit von der Spiegelfläche entfernt sind. Alle diese Bilder liegen hinter der Spiegelfläche vollkommen in eben der Ordnung, wie die abgebildeten Puncte in dem Gegenstande selbst liegen: sie machen also zusammen genommen ein Bild des ganzen Gegenstandes aus, das demselben gleich und ähnlich ist.

Der 4. Zusatz.

9. Wenn AB eine Person ist, die sich im lothrecht 207
stehenden Spiegel CD betrachtet, und Oo der Stern Fig.
im Auge; wenn ferner A der oberste Scheitelpunct, B der Fußpunct ist, und AC, BD, nach *a* und *b* verlängert auf CD senkrecht sind, auch $Ca = CA$, $Db = DB$ genommen ist: so kann man O*a*, *oa*, auch

Ob

Ob, *ob*, ziehen, welches mit der Spiegelfläche die Durchschnittspuncte *m*, *n*, und *p*, *q*, giebt. Man ziehe noch A*m*, A*n*, und B*p*, B*q*: so geht das zum Strahlenkegel A*mn* gehörige Licht ins Auge *Oo* so zurück, als käme es von *a* her, das zum Strahlenkegel B*pq* gehörige Licht aber so, als wenn es von *b* herkäme. Alle übrige Puncte des Körpers der Person selbst und eines jeden andern Gegenstandes bilden sich eben so im Spiegel ab: also begreift man völlig, wie es zugehet, daß jede Person sich selbst, und andre Sachen, die vor dem Spiegel befindlich sind, hinter dem Spiegel siehet.

Der 5. Zusatz.

208 Fig. 10. Das Bild *ab* eines Objects AB hat gegen die hintere Spiegelfläche eben die Lage, die das Object selbst gegen die Vorderfläche hat. Das Bild eines aufrecht stehenden Gegenstandes erscheint im aufrecht stehenden Spiegel zwar eben so: jedoch verwechseln sich die rechte und linke Seite mit einander. Wenn der Spiegel gegen eine grade Linie oder Ebene, die horizont liegt, unter einem Winkel von 45° geneigt ist; so erscheint das Bild der Linie, oder Ebene lothrecht. Auch umgekehrt das Bild einer lothrechten graden Linie oder Ebene erscheint wagrecht im Spiegel, der unter einem Winkel von 45° dagegen geneigt ist.

Der 6. Zusatz.

208 Fig. 11. Das Bild *ab* erscheint unter demselben Sehewinkel, wie das Object AB selbst erscheinen würde, wenn es hinter dem Spiegel an der Stelle des Bildes mit demselben in einerley Lage befindlich wäre. Wenn O den Mittelpunct des Sterns im Auge vorstellet, und die beyden Schenkel O*a*, O*b*,

des

des Sehewinkels, unter welchem das Bild *ab* erscheint die Spiegelfläche in α, β, treffen; so bedarf es dessen nur, daß die Spiegelfläche sich von α bis β erstrecke, um *ab* aus O ganz zu übersehen. Wenn also AB die ganze Höhe einer grade stehenden Person ist, die sich im lothrecht stehenden Spiegel CD betrachtet, so wird nur eine Höhe *pm* des Spiegels erfordert, damit man sich ganz darin sehen könne. Es ist aber $pm = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2}$ AB. (175. §. Geom.)

Der 7. Zusatz.

12. Ein Object, das zwischen zweyen ebenen Spiegeln befindlich ist, wenn sie unter einem Winkel, der kleiner als 180° ist, gegen einander geneigt sind, bildet sich in beyden ab. Je kleiner alsdenn der Winkel ist, unter welchem die Spiegelflächen gegen einander geneigt sind, desto mehreremahl können die von jedem Spiegel zurückgeworfenen Strahlen wieder auf den andern fallen, und ein neues Bild machen: zwischen zweyen parallelen Spiegeln, vervielfältiget sich das Bild unzähligmahl. M. s. die Anfangsgründe 3. B. 43. u. f. §. der Phometrie.

Der 8. Zusatz.

23. Wenn ein Lichtkegel, oder eine Lichtpyramide BDFM zusammenlaufender Strahlen, die in einem Punct M hinter der Spiegelfläche XY zusammenlaufen würden, auf den ebenen Spiegel fällt; so haben alle zurückgeworfene Strahlen einen wirklichen physischen Vereinigungspunct L in der graden Linie MR, die von der Spitze M der auffallenden Lichtpyramide auf den Spiegel senkrecht fällt; und beyde vereinigunspuncte M, L, der auffallenden und zurückgeworfenen Strahlen sind von der Spiegelfläche gleich weit entfernt. 206 Fig.

Die

Die 3. Erklärung.

14. Ein sphärischer Spiegel, dessen polirte Fläche die Figur eines Kugelabschnitts hat, ist entweder ein Hohlspiegel, oder ein erhabener sphärischer Spiegel, nachdem die Figur seiner polirten Fläche mit der Figur der innern hohlen Seite, oder der äussern erhabenen Seite der Fläche eines Kugelsegments überein kommt. Die Axe dieses Kugelsegments ist zugleich die Axe des Spiegels.

Die 1. Aufgabe.

209 Fig. 15. Aus dem Punct *P* der Axe *AP* des sphärischen Hohlspiegels fällt ein Lichtstrahl *PM* auf die Spiegelfläche, der nach *Mp* zurück geworfen wird: die Lage des einfallenden Strahls ist gegeben, man soll die Lage des zurückgeworfenen finden.

Aufl. Wenn C der Mittelpunct der sphärischen Fläche des Spiegels ist; so ziehe man CM: alsdenn liegt der zurückgeworfene Strahl in der Ebene PMC und es ist $CMp = CMP$. Ferner wird angenommen, daß der Halbmesser der Spiegelfläche $CM = r$, der Winkel ACM, oder statt dessen APM, und die Entfernung $AP = \delta$ gegeben sind.

Im Dreyeck PCM ist alsdenn $\sin CMP = \frac{\sin APM}{r} . CP$, und im Dreyeck *p*CM eben so $\sin CMp = \frac{\sin ApM}{r} . Cp$. (29. §. Trig.) Ferner ist $CMp = CMP$, (2. §.) also $\frac{\sin APM}{r} . CP = \frac{\sin ApM}{r} Cp$, und daraus folgt $Cp = \frac{\sin APM}{\sin ApM} . CP$

. CP. Weil nun $CP = AP - AC = \delta - r$ gegeben ist, so ist der Winkel $CMP = CMp$ gegeben, folglich auch $ApM = APM + 2\,CMP$, und man kann Cp, mithin auch $Ap = AC - Cp$ finden.

Der 1. Zusatz.

16. Wenn AM ein so kleiner Kreisbogen ist, daß ApM, ACM, APM nur kleine Winkel sind; so ist sehr nahe $\frac{\sin APM}{\sin ApM} = \frac{APM}{ApM}$, und $APM = \frac{AM}{AP}$, $ApM = \frac{AM}{Ap}$ (63. §. Dioptr.), also findet man $Cp = \frac{Ap}{AP} \cdot CP$. Man setze $Ap = x$, so ist $Cp = r - x$, und man erhält $r - x = \frac{x}{\delta} \cdot (\delta - r)$. Daraus folgt $\delta r - \delta x = \delta x - rx$, und $\delta r = 2\delta x - rx$, mithin $x = \frac{\delta r}{2\delta - r}$, oder auch $x = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}$.

Der 2. Zusatz.

17. Je grösser δ wird, desto mehr nähert sich x dem Werth $\frac{1}{2}r$, und so groß ist Ap, wenn der einfallende Strahl mit der Axe des Spiegels parallel ist. Fällt der Strahl in einer solchen Lage VM auf, daß er verlängert die Axe hinter dem Spiegel in P schneiden würde, so ist δ negativ, und $x = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta + \frac{1}{2}r}$. Fig. 210

Der 3. Zusatz.

18. Wenn r unendlich groß, das heißt, wenn die zurückwerfende Fläche eben ist, so wird $x = -\delta$,

wie der Natur der Ebene gemäß ist. Wenn aber r negativ ist, das heißt wenn die vordere polirte Flä-
211 che des Spiegels erhaben ist, wie es die 211 Fig.
Fig. vorstellt; so ist $x = -\frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta + \frac{1}{2}r}$ negativ, der einfal-
lende Strahl PM wird nach Mv so zurückgeworfen, daß er verlängert hinter dem Spiegel mit der Axe in P zusammen stößt.

Der 4. Zusatz.

19. Fängt die erhabene Spiegelfläche den Strahl so auf, daß er hinter dem Spiegel mit der Axe zusammen laufen würde, so ist auch δ negativ, und es wird $x = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\frac{1}{2}r - \delta}$.

Der 5. Zusatz.

20. Alle aus einerley Punct P sehr nahe bey der Axe auffallende Strahlen laufen nach der Zurückwerfung sehr nahe wieder in einerley Punct der Axe zusammen, und dieser Punct ist in einem ähnlichen Sinn, wie bey der Strahlenbrechung, (12. §. Dioptr.) entweder ein wirkliches physisches, oder ein geometrisches Bild von P.

Die 4. Erklärung.

212 21. Unter allen Lichtstrahlen, die ein Punct P in
Fig. der Axe des sphärischen Spiegels, oder auch ein Punct Q seitwärts der Axe auf den Spiegel wirft, heißt derjenige der Hauptstrahl, der auf die Mitte A des Spiegels fällt.

Der 2. Lehrsatz.

22. Wenn PQ eine grade auf AP senkrechte
212 Linie, und PAQ ein sehr kleiner Winkel ist; so
Fig. laufen unter den Strahlen, die jeder Punct wie Q in der Linie PQ auf den Spiegel sendet,

die-

diejenigen, welche sehr nahe bey dem Hauptstrahl auf die Linse fallen, nach der Zurückwerfung in einerley Punct *q* des zurückgeworfenen Hauptstrahls zusammen: auch ist alsdenn *q* eben soweit von der Mitte des Spiegels entfernt, als der Vereinigungspunct *p* der aus dem Punct *P* der Axe auffallenden Strahlen.

Beweis. Man ziehe QC bis an den Spiegel in D, so liegt D sehr nahe bey A, und alle aus Q auffallende Strahlen vereinigen sich nach der Zurückwerfung in dem Punct *q* der Axe QC, wenn D*q* = A*p* genommen wird. Man mache den Winkel PAR = l'AQ, so ist AR der zurückgeworfene Hauptstrahl, und dieser muß durch *q* laufen, weil *q* beydes im zurückgeworfenen Hauptstrahl und in der Axe QC liegen muß. Wegen der sehr kleinen Winkel ACD CA*q*, ist auch beynahe A*q* = D*q*, folglich A*q* = A*p*.

Die 5. Erklärung.

23. Jeder Punct der auf der Axe AP senkrechten graden Linie PQ, die hier auch als ein Kreisbogen angesehen werden kann, wenn der Winkel PAQ klein ist, hat sein Bild in dem vom Spiegel wieder zurückgeworfenen Hauptstrahl; alle diese Bilder liegen in einem kleinen Kreisbogen *pq*, wenn PQ ein solcher Bogen ist, da dann auch *pq* als eine grade auf AP senkrechte Linie angesehen werden kann: diese Reihe der Bilder macht ein Bild der Linie PQ aus.

Der 1. Zusatz.

24. Jeder andre Gegenstand also, dessen scheinbare Grösse aus der Mitte des Spiegels gesehen nur klein ist, hat sein Bild da, wo die von jedem Punct

auf den Spiegel fallenden Strahlen nach der Zurückwerfung ihre Vereinigungspuncte haben. Das Bild ist dem Gegenstande sonst in allem ähnlich, nur hat es die verkehrte Stellung, wenn es vor dem Spiegel befindlich ist.

Der 2. Zusatz.

25. Mit dem Halbmesser PQ des Objects gehört der Halbmesser *pq* des Bildes zusammen, und wegen der Aehnlichkeit der bey P, *p*, rechtwinklichten Dreyecke APQ, A*pq*, ist PQ : *pq* = AP : A*p*.

Die 6. Erklärung.

26. Der Punct in der Axe des sphärischen Hohlspiegels, worin Strahlen, die nahe bey der Axe mit ihr parallel einfallen, nach der Zurückwerfung wieder zusammen laufen, heißt der Brennpunct des Spiegels, seine Entfernung vom Spiegel die Brennweite, und der kreisförmige Raum, den das Bild der Sonne einnimmt, wenn die Axe des Spiegels gegen den Mittelpunct der Sonne gerichtet ist, der Brennraum: alles in einem ähnlichen Sinn, wie bey Glaslinsen. (30. §. Dioptr.)

Der 1. Zusatz.

27. Man setze $\delta = \infty$, so wird der Ausdruck $x = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}$ (16. §.) $= \frac{1}{2}r$. Statt dessen schreibe man f, so ist $f = \frac{1}{2}r$ die Brennweite des sphärischen Spiegels, und diese erhält für den erhabenen Spiegel, wenn r negativ ist, die entgegen gesetzte Lage: mithin hat der erhabene Spiegel nur einen geometrischen keinen physischen Brennraum.

Der 2. Zusatz.

28. Die Voraussetzung $f = \frac{1}{2}r$ giebt $x = \frac{\delta f}{\delta - f}$,

wie

wie für Linsengläser. (36. §. Dioptr.) Demnach finden alle Sätze auch beym sphärischen Spiegel ihre Anwendung, die daraus für Linsengläser sind hergeleitet worden, wenn nur bemerkt wird, daß hier die Entfernungen positiv genommen sind, die vor dem Spiegel liegen.

Der 3. Zusatz.

29. Wird die Stelle des Bildes mit der Stelle des Objects verwechselt, so fällt das Bild dahin, wo vorher das Object seine Stelle hatte. Ist das Object um die Brennweite des Spiegels von demselben entfernt, so giebt es gar kein Bild: alle von jedem Punct auf den Spiegel fallende Strahlen werden bey der Zurückwerfung in die mit dem zurückgeworfenen Hauptstrahl parallele Lage gebracht, (Man vergleiche den 39 u. 40. §. Dioptr.) Daher kann man sich des Hohlspiegels mit Vortheil bedienen vermittels einer im Brennraum angebrachten Lichtflamme Sachen stärker zu erleuchten, als die Flamme für sich allein selbige erleuchten würde.

Der 4. Zusatz.

30. Ueberhaupt hat der sphärische Hohlspiegel die Natur einer Sammlungslinse, der erhabene Spiegel aber die Natur einer Zerstreuungslinse: also wendet man leicht die im 42. bis 48. §. der Dioptrik bewiesenen Sätze auch hier auf sphärische Spiegel an. Ein Object, dessen Entfernung vom Hohlspiegel kleiner als die Brennweite ist, hat ein vergrössertes geometrisches Bild hinter dem Spiegel. Der erhabene Spiegel macht allemahl, wenn die Strahlen von einem wirklichen Object kommen, nur ein geometrisches Bild, das hinter demselben erscheint und kleiner ist, als das Object. Strahlen, die

schon zusammenlaufend auffallen, vereiniget der Spiegel in einem wirklichen Bilde unter eben der Bedingung wie die Hohllinse. (45. §. Dioptr.)

Die 7. Erklärung.

31. Ein Spiegeltelescop ist ein solches Fernrohr, das statt des Objectivglases mit einem Hohlspiegel versehen ist. Wenn gleich auch anders gekrümmte Hohlspiegel dienen können, so werden hier doch nur sphärische Spiegel verstanden.

Der 1. Zusatz.

215 32. Des Hohlspiegels AB polirte Fläche sey dem
216 Object zugekehrt, CP sey des Spiegels Axe, und
Fig. demselben gegen über sey ein kleinerer Hohlspiegel DE so gestellt, daß beyder Axen in einerley graden Linie zusammen fallen. Dieser Spiegel DE fängt das von AB zurückstrahlende Licht auf, und wirft es von neuen gegen denselben zurück. Um dies Licht durchzulassen, muß der Hohlspiegel AB in der Mitte eine Kreisrunde Oefnung haben, so kann man hinter demselben noch ein Ocularglas, oder mehrere stellen, wie HI, KL. Die so verbundene Reihe von Spiegeln und Gläsern kann alsdenn als Fernrohr dienen.

Der 2. Zusatz.

33. Es kann auch ein kleiner erhabener Spiegel statt DE, ja auch ein ebener Spiegel dienen.

Die 8. Erklärung.

34. Nachdem der kleine Spiegel im Telescop entweder eben, oder hohl, oder erhaben ist, nachdem hat dasselbe den Nahmen des Newtonschen, Gregorianischen oder Cassegrainischen Telescops erhalten. Die Ursache ist, weil das erste vom Herrn Newton zu Stande gebrachte Telescop einen ebe-

nen

nen Spiegel hatte, statt dessen aber Gregorius und Cassegrain die Anordnung mit dem Hohlspiegel und erhabenen Spiegel angegeben haben.

Der 1. Zusatz.

35. Dem Hohlspiegel AB, auf welchen das vom Object PQ kommende Licht fällt, und gegen das Bild πk zurückstrahlet, sey der ebene Spiegel DE so entgegen gestellt, daß er das zurückstrahlende Licht noch vor dem Bilde πk auffängt: so kommt statt des Bildes πk ein anderes pq zu Stande, und die Entfernung Kp des wirklichen Bildes pq vom ebenen Spiegel DE ist der Entfernung Kπ des Bildes πk von eben dem Spiegel gleich, (13. §.) auch sind beyde Bilder gleich groß. Hinter dem Bilde pq kann das Ocular HI die von den Puncten dieses Bildes wieder auseinander fahrenden Strahlen auffangen, und ins Auge O auf eben die Art bringen, wie das Ocular eines Sternrohrs, wenn Fp der Brennweite des Glases gleich ist. 217 Fig.

Der 2. Zusatz.

36. Was Brennweite und Oefnung des Objectivglases beym dioptrischen Fernrohr waren, das sind hier Brennweite und Oefnung des Objectivspiegels: also wendet man die allgemeinen Lehren von Fernröhren (62. u. f. §. §. Dioptr.) auch leicht auf Spiegeltelescope an. Hier bestimmt der Winkel PCQ = KCG = φ das halbe Gesichtsfeld, und es ist $\varphi = \frac{pq}{C\pi}$, FOH = $pFq = \frac{pq}{Fp}$, also die Vergrösserungszahl $m = \frac{FOH}{\varphi} = \frac{C\pi}{Fp}$, wie beym Sternrohr. Es kann zwar kein eigentlicher Hauptstrahl

QC ins Auge kommen, wenn der Spiegel AB in der Mitte durchbort ist; indessen dient doch die Bestimmung der Lage desselben, wie er würde zurück geworfen werden, die Vergrösserungszahl zu finden, und die Stelle, wo das Auge stehen muß, anzugeben.

Der 3. Zusatz.

37. Der ebene Spiegel könnte auch unter einem Winkel von 45° gegen die Axe des grossen Spiegels geneigt seyn. Alsdenn würde er seitwärts der Axe ein Bild zuwege bringen, welches das Auge durch ein in der Röhre eingesetztes Augenglas von der Seite her betrachten müßte. Das erste Newtonsche Telescop hatte wirklich diese wiewohl etwas unbequeme Einrichtung.

Die 2. Erfahrung

38. Licht, das von einer Spiegelfläche nach dem im 2. §. festgesetzten Gesetze zurück strahlet, leidet keine Farbenzerstreuung.

Anmerkung.

39. Die Rede ist von einer solchen Zurückstrahlung womit ganz und gar keine Brechung des Lichts verbunden ist. Unsre gläsernen Spiegel leisten daher das nicht, was ein metallener Spiegel leistet. Ein Theil des auffallenden Lichts strahlt von der Vorderfläche des Glases zurück, der übrige ins Glas hinein dringende Theil wird gebrochen, strahlt hiernächst von der hintern mit der Folie belegten Fläche zurück, und wird beym Uebergange aus dem Glase in die Luft an der Vorderfläche des Glases von neuen gebrochen.

Zusatz.

40. Das Bild, welches das vom sphärischen Spiegel zurückstrahlende Licht verursachet, ist viel deutlicher, als dasjenige, was von dem in der Glaslinse gebrochenen Licht zuwege gebracht wird, weil die Zurückstrahlung von der Farbenzerstreuung frey ist. Die ganz nahe beym Hauptstrahl auffallenden

lenden Strahlen haben wirklich einerley Vereinigungspunct: doch laufen die in etwas mehr Entfernung vom Hauptstrahl auffallenden Strahlen nach der Zurückstrahlung mit jenen nicht in einerley Vereinigungspunct zusammen. Es giebt auch hier eine Abweichung wegen der Kugelgestalt des Spiegels in einem ähnlichen Sinne, wie bey der Brechung des Lichts in sphärischen Glaslinsen. (89. §. Dioptr.): doch ist sie bey Spiegeln, wenn sonst alles übrige gleich ist, nicht so beträchtlich, als bey Glaslinsen. Das ist die Ursache, warum ein Spiegeltelescop bey einerley Vergrösserung viel kürzer ausfallen kann, als ein dioptrisches Fernrohr mit dem einfachen Objectivglase.

Die 3. Erfahrung.

41. Ein Telescop nach Newtons Entwurfe, welches Hadley im Jahr 1723 der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in London überreichte, hatte einen Objectivspiegel von 62,5 Zoll Brennweite. Nachdem man seiner Oefnung die Breiten von 4,5 Zoll, 5 Zoll, oder 5,5 Zoll gab, ward dazu ein Augenglas gebraucht, das $\frac{1}{40}$ Zoll, oder 0,3 Zoll, oder $\frac{1}{3}$ Zoll Brennweite hatte.

Zusatz.

42. Wird die Einrichtung mit der mittlern Oefnung zum Grunde gesetzt, so ist die Vergrösserungszahl $\frac{62,5}{0,3} = 208,3$ mahl.

Die 2. Aufgabe.

43. Die Vergrösserungszahl ist gegeben: man soll ein Spiegeltelescop anordnen, das bey dieser vorgeschriebenen Vergrösserung die betrachteten Objecte eben so deutlich und helle, als das Newtonsche darstellet.

Aufl. 1. Wegen der gleichen Helligkeit müssen sich, wie bey Objectivgläsern, die halben oder ganzen Oefnungsdurchmesser der Objectivspiegel wie die Vergrösserungszahlen verhalten.

2. Wegen der gleichen Deutlichkeit müssen sich die Oefnungsdurchmesser der Objectivspiegel, mithin auch die Vergrösserungszahlen, wie die Cubiczahlen von den Brennweiten der Oculare verhalten.

M. s. den dritten Band der Anfangsgründe im VI. Abschn. der Photom. 321 §. 598. 599. S.

Will man ein Telescop haben das 171 mahl vergrössern soll, so suche man zuerst den Oefnungsdurchmesser $2x$ des Objectivspiegels, vermittelst der Proportion $208{,}3 : 171 = 5$ Zoll $: 2x$, so findet man $2x = 4{,}104$ Zoll.

Ferner setze man an

$$5 \text{ Zoll} : 4{,}104 \text{ Zoll} = 0{,}3^3 : q^3,$$

wenn q die Brennweite des Oculars bezeichnet: so erhält man $q^3 = 0{,}0221616$, mithin $q = 0{,}281$ Zoll. Daraus findet man die Brennweite des Objectivspiegels $0{,}281 \times 171 = 48$ Zoll.

Der 1. Zusatz.

44. Wenn p, P, für die Objectivspiegel q, Q, für die Oculargläser die Brennweiten, und m, M, die Vergrößerungszahlen bezeichnen; so ist $m : M = \frac{p}{q} : \frac{P}{Q}$, und überdem (vermöge des 43. §. n. 2.) ist $m : M = q^3 : Q^3$. Daraus folgt $\frac{p}{q} : \frac{P}{Q} = q^3 : Q^3$, also ferner $p : P = q^4 : Q^4$.

Das will sagen: die Brennweiten der Objectivspiegel müssen sich verhalten, wie die Biquadrate von den

den Brennweiten der Oculargläser. Für einen Objectivspiegel von gegebener Brennweite kann also vermittelst dieser Proportion die Brennweite des Oculars gefunden werden.

Der 2. Zusatz.

45. Soll der Objectivspiegel 3 Fuß Brennweite haben; so setzt man an 62,5 Zoll : 36 Zoll = $0{,}3^4 : q^4$. Das giebt $q^4 = 0{,}0046656$, davon ist die Quadratwurzel = 0,068305, und hievon ferner die Quadratwurzel = 0,261 Zoll, als die gesuchte Brennweite des Ocularglases.

Der 3. Zusatz.

46. Wenn die Vergrösserungszahl 200 seyn sollte: so würde man die Brennweite des Objectivspiegels nur von 5 Fuß finden: dagegen müste ein einfaches Objectivglas wenigstens 100 Fuß Brennweite haben, um so viele Vergrösserung zu erhalten. (91. 92. §. Dioptr.) Das dreyfache achromatische Objectiv würde jedoch völlig soviel als ein Objectivspiegel leisten, wenn es völlig richtig nach der Theorie ausgearbeitet wäre. (97. §. Dioptr.)

Die 3. Aufgabe.

47. Dem Cassegrainischen Telescop eine solche Anordnung zu geben, daß der erhabene Spiegel zur Vergrösserung noch etwas beytrage.

Aufl. Man setze die Brennweiten des Objectivspiegels = p, des erhabenen Spiegels = q, des Ocularglases = r. Wenn nun der Objectivspiegel AB das Bild eines weit entfernten Gegenstandes in πk darstellet; so ist $C\pi = p$. Die Strahlen, welche in den Puncten dieses Bildes zusammenlaufen würden, fallen auf den erhabenen Spiegel DE, und bringen vor demselben in pq ein wirkliches physi- 218 Fig.

sches Bild zuwege, wenn die Entfernung $K\pi$ kleiner, als des Spiegels Brennweite ist. (30. §.) Denn in dem allgemeinen Ausdruck $x = \frac{\delta f}{\delta - f}$ (28. §.) muß man hier $\delta = -K\pi$ setzen, und $f = -q$: so erhält man $x = Kp = \frac{q \cdot K\pi}{q - K\pi}$. Demnach liegt p vor dem Spiegel, wenn $K\pi < q$ ist, und es wird $Kp > K\pi$. Man setze $K\pi = b$, $Kp = \beta$, so hat man $\beta = \frac{q \cdot b}{q - b}$.

Hinter dem Bilde pq fahren die Strahlen aus jedem Punct desselben wieder auseinander. Wenn also Fp der Brennweite r des Ocularglases HI gleich ist, so werden die zu jedem Punct gehörigen Strahlen beym Durchgange durch HI in die mit dem Strahl qF parallele Lage gebracht, wie erfordert wird, wenn das Object deutlich gesehen werden soll. Der aus Q kommende Haupstrahl QC wird nach G geworfen, und es ist $PCG = PCQ$. Wenn alsdenn k das Bild von Q ist, so läuft CG in k, und unter den nach k zusammenlaufenden Strahlen ist LK der Hauptstrahl. Der letztere wird nach q zurückgeworfen, so daß $LKC = CKq$ ist; wenn also q das Bild von k ist, so läuft auch der Strahl CG nach der Zurückwerfung durch q.

Nun ist $pKq = LKp = \pi Kk = \frac{\pi k}{K\pi} = \frac{\pi k}{b}$, und $\pi Ck = \varphi = \frac{\pi k}{C\pi} = \frac{\pi k}{p}$, folglich $\frac{pKq}{\varphi} = \frac{p}{b}$. Ferner ist $pFq = \frac{pq}{Fp} = \frac{pq}{r}$, und

pKq

$pKq = \frac{pq}{Kp} = \frac{pq}{\beta}$, mithin $\frac{pFq}{pKq} = \frac{\beta}{r}$. Daraus folgt $\frac{pFq}{\varphi} = \frac{p}{b} \cdot \frac{\beta}{r}$, und das ist die Vergrösserungszahl m. Weil nun $\beta > b$ ist, so wird $m > \frac{p}{r}$, und dies letztere wäre die Vergrösserung für das Newtonsche Teleskop mit dem ebenen Spiegel.

Zusatz.

46. Dies Teleskop stellet, wie das Newtonsche und das gewöhnliche Sternrohr, das Object umgekehrt vor. Wird statt des erhabenen Oculars ein Hohlglas gebraucht, so erscheinen die Objecte aufrecht.

Die 4. Aufgabe.

47. Dem gregorianischen Teleskop eine solche Anordnung zu geben, daß es wie das Erdrohr die Objecte aufrecht vorstellet.

Aufl. Es sey p des Objectivspiegels, und q des 216
kleinen Hohlspiegels Brennweite. Wenn alsdenn Fig. der Objectivspiegel AB von einem entfernten Gegenstande das wirkliche Bild in pq macht; so entferne man davon den kleinen Hohlspiegel DE um seine Brennweite, so daß $Fp = q$ sey, so wie $Cp = p$, ist. Alsdenn ist $PCQ = pCq = \varphi$, und $\frac{pFq}{\varphi} = \frac{Cp}{Fp} = \frac{p}{q}$. Nun werden alle zu einerley Punct des Bildes gehörige Strahlen, nach der Zurückwerfung vom kleinen Spiegel DE mit dem zurückgeworfenen dazu gehörigen Hauptstrahl parallel. (29. §.) Von q fällt der Hauptstrahl qF auf den kleinen Spiegel, und wird nach FH zurück geworfen; so daß

CFH

CFH = CFq ist: also wird CG nach GS mit FH parallel zurückgeworfen. Man ziehe auch ML durch die Mitte M des Oculars RS mit FH und GS parallel, so ist LM der zu diesen Parallelstrahlen gehörige Hauptstrahl, das Ocular RS bringt in seinem Brennraum das wirkliche Bild πk zuwege, und es ist der Winkel πMk = FML = CFH = pFq. In der Entfernung πN = Mπ stelle man ein andres Ocular TV, das mit dem vorigen eine gleiche Brennweite hat; so bricht selbiges die zu einerley Punkt k gehörigen Strahlen wieder in die mit dem dazu gehörigen Hauptstrahl kN parallele Lage VO, und das Object wird aus O deutlich und aufrecht unter dem Winkel NOV = πNk = πMk = pFq gesehen. Uebrigens ist

$\frac{p}{q}$ die Vergrösserungszahl.

Allgemeine Anmerkung.

48. Wenn gleich die metallenen Spiegel, welche man zu Telescopen braucht, von der Farbenzerstreuung frey sind, so bleibt doch der farbigte Rand, welchen das Augenglas verursachet, wofern man mit demselben nicht das zweyte Augenglas oder noch mehrere verbindet. Ausser der Hebung dieses farbigten Randes kann auch noch der Vortheil der Vergrösserung des Gesichtsfeldes erreicht werden, wenn man mehr Oculargläser geschickt mit einander verbindet, und ihren spärischen Flächen eine solche Figur giebt, wie es diese Bedingungen erfodern. Man sehe davon mit mehrern den XIX Abschnitt der Photometrie im 3 Bande der Anfangsgründe.

Die

Die

Astronomischen

Wissenschaften.

Die ersten Gründe der Astronomie.

Die 1. Erklärung.

1. Die Astronomie lehrt die Ausmessung des Weltgebäudes im Grossen und die Gesetze nach welchen die Bewegungen der Weltkörper und andre davon abhängende Erscheinungen erfolgen, welche wir am gestirnten Himmel wahrnehmen.

Die 1. Erfahrung.

2. Wenn wir den Erdboden aus einem erhabenen Orte, oder auch sonst aus einer Stelle übersehen, woselbst die Aussicht nach allen Seiten hin frey ist; so scheint derselbe eine Ebene zu seyn, die rings um uns herum in einem Kreise eingeschlossen ist, den wir die Gesichtsgränze, oder den Gesichtskreis nennen. (Man vergleiche den 19. §. der Optik.) Ueberdem scheint der Himmel sich wie ein Halbkugelgewölbe über unserm Haupte auszubreiten, und es hat das Ansehen, als wenn der äusserste Gesichtskreis diesem Halbkugelgewölbe zur Unterstützung diente. Alle Sterne, selbst die Sonne und den Mond nicht ausgenommen, erscheinen

an dieser scheinbaren Halbkugel nicht anders, als wenn sie insgesammt von der Stelle, aus welcher man sie beobachtet, gleich weit entfernt wären.

Zusatz.

3. Bey dem allen könnten doch wohl die Sterne sehr ungleich weit von dem Beobachter entfernt seyn. (20. 21. §. Opt.) So lange indessen nur davon die Frage ist, wie sich das Weltgebäude den Sinnen darstellet, kann man so reden, als wenn der gestirnte Himmel, soweit er sichtbar ist, wirklich eine Halbkugel und der Beobachter im Mittelpunct befindlich wäre, die Sterne aber an ihrer innern hohlen Fläche ihre Stellen hätten.

Die 2. Erfahrung.

4. Auf einer weit ausgebreiteten Ebene siehet man die Spitzen entfernter Thürme und Berge, ohne daß man zugleich ihre niedrigern Theile wahrnehmen kann. Dergleichen Thürme und Berge scheinen sich über dem Gesichtskreise immer zu erheben, je näher man ihnen kommt, umgekehrt aber desto tiefer herab zu sinken, je weiter man sich davon entfernt.

Der 1. Zusatz.

5. Daraus folgt, daß die Erdfläche nicht eben sondern krumm seyn müsse: auch muß die Krümmung der Erdfläche so beschaffen seyn, daß ihre hohle Seite unten, die erhabene Seite aber oben liegt. Denn wiedrigenfalls müste man den Thurm oder Berg immer ganz sehen, wenn gleich seine scheinbare Grösse in grösserer Entfernung kleiner ist, als in geringerer Entfernung.

Der 2. Zusatz.

6. Die Erde ist also vielleicht eine Kugel, oder wenigstens ein runder kugelähnlicher Körper. Weil jedoch

jedoch der im 4. §. erwehnte Erfolg allererst in ziemlich beträchtlichen Entfernungen merklich wird; so muß die Erde, wofern sie wirklich eine Kugel ist, eine ansehnliche grosse Kugel seyn.

Der 3. Zusatz.

7. Wenn man annimmt, daß die Erde eine Kugel sey, und wenn man aus dieser Voraussetzung mit andern bekannten Wahrheiten verbunden folgert, wie das Weltgebäude sich unsern Sinnen darstellen müsse; so stimmet alles, bis auf einige wenige Abweichungen, welche nur bey den schärfsten Ausmessungen bemerklich werden, mit der Erfahrung überein. Ganz kurz läßt sich das aber nicht beweisen: es werden vielmehr im folgenden nach und nach allererst die Gründe festgesetzt werden können, welche dazu dienen müssen, die eigentliche Gestalt und Grösse der Erde ausfindig zu machen.

Der 4. Zusatz.

8. Weil die Richtung der Schwere auf der Erdfläche, so weit sie eben zu seyn scheint, senkrecht ist, so kann jeder Beobachter des gestirnten Himmels an der Stelle, wo er beobachtet, nicht allein die Richtung der Schwere, als eine gerade Linie von bekannter Lage, sondern auch die darauf senkrechte Ebene der Erde, soweit sie sich nicht merklich krümmt, als eine Ebene von bekannter Lage annehmen. Diese Ebene des Horizonts scheint sich nach allen Seiten bis an die gestirnte Halbkugel des Himmels zu erstrecken: also ist es für unsre Empfindung eben so gut, als wenn eine solche Ebene wirklich da wäre.

Die 2. Erklärung.

9. Es sey T die Stelle des Beobachters auf der Erdfläche, und TZ eine lothrechte, grade Linie auf- 219 Fig.

wärts bis an die Himmelskugel in Z verlängert: so heißt TZ die Scheitellinie des Beobachters und Z sein Scheitelpunct oder das Zenith. Ferner ist T der Mittelpunct der scheinbaren Himmelskugel, und der Horizont ABCD ein gröster Kreis, wozu die Scheitellinie TZ als eine Axe gehört: also ist Z ein Pol des Horizonts. (327. §. Geom.) In S stehe ein Stern, der in der Richtung TS gesehen wird, so ist die Ebene ZTS vertical, ihre Durchschnittslinie BF mit dem Horizont läuft durch T, und BTS ist die Höhe des Sterns über dem Horizont, ZTS sein Abstand vom Scheitel. Die Bogen BS, ZS, sind die Maaße dieser Winkel, und man kann sich an der Himmelskugel auch diese Bogen statt der Winkel vorstellen.

Die 3. Erklärung.

10. Wenn L ein andrer Stern ist, so ist der Winkel STL die scheinbare Entfernung zwischen beyden Sternen, und in der Ebene dieses Winkels liegt der Bogen SL als das Maaß desselben. Alle diese Bogen gehören zu grösten Kreisen der Kugel, und man kann so reden, als wenn das wirkliche Bogen an einer Kugelfläche wären, weil sich alles den Sinnen völlig so darstellet. Man kann also auch von der scheinbaren Entfernung eines Sterns vom andern, oder von einem andern bekannten Punct an der Himmelskugel so reden, als wenn es wirkliche Entfernungen wären. Es ist nemlich der gröste Kreisbogen zwischen zweyen Puncten auf einer Kugelfläche, als die kürzeste Linie, die sich zwischen beyden auf der Kugelfläche ziehen läßt, mit der Entfernung des einen dieser Puncte vom andern einerley.

Die

Die 3. Erfahrung.

11. Der Himmel erscheint jedem Beobachter, er mag sich auf der gekrümmten Erdfläche wo er wolle befinden, als eine Halbkugel. Man siehet aber nicht an jedem Ort völlig einerley Sterne: auch bleiben selbst an einem und eben demselben Orte nicht immer einerley Sterne über dem Horizont. Sonne, Mond, und die meisten übrigen Sterne gehen an einer Seite des Horizonts auf, welche man die Morgenseite, Ostseite, nennt, und an der entgegengesetzten Seite unter, welche die Abendseite, Westseite heißt. Sie erreichen in einer Gegend zwischen den beyden vorigen ihre gröste Höhe, und diese Seite des Horizonts heißt die Mittagsseite. (Süden) Hat man das Gesicht gegen Süden, so liegt Osten zur linken, Westen zur Rechten, und hinter sich hat man Norden, oder die Mitternachtsseite.

Zusatz.

12. Der gestirnte Himmel umgiebt die Erde von allen Seiten, und wenn die Erde nicht undurchsichtig wäre; so würde der Himmel wie eine ganze Kugel erscheinen.

Die 4. Erklärung.

13. Wird die Scheitellinie TZ, unter dem Horizont bis an die Himmelskugel in dem Punct N verlängert; so ist N der untere Pol des Horizonts, welcher mit dem obern Z zusammen gehört. Auch heißt N der untere Scheitelpunct, oder das Nadir. Wenn P ein Stern unter dem Horizont ist, und die Ebene NTP den Horizont in TF schneidet; so ist FTP, oder der Bogen FP die Tiefe des Sterns unter dem Horizont.

Die 5. Erklärung.

14. Jede Ebene durch die Scheitellinie ZN giebt einen grösten Kreis, dessen Ebene auf dem Horizont senkrecht ist, (261. §. Geom.) und man nennt dergleichen Kreise **Verticalkreise**, oder **Scheitelkreise**. Der Bogen ZB eines Scheitelkreises zwischen dem Zenith und Horizont ist allemahl ein Quadrant, und es ist auch wohl gewöhnlich, daß man blos diesen Quadranten versteht, wenn vom **Scheitelkreise eines Sterns**, wie S, die Rede ist, der seine Stelle in diesem Scheitelkreise hat.

Die 4. Erfahrung.

15. In der nordlichen Gegend des Horizonts findet man viele Sterne, die niemahls untergehen. Sie steigen indessen doch, wie die übrigen Sterne durch Osten gegen Süden herauf, kommen zum Theil dem Seitelpunct nahe, und sinken hiernächst gegen Westen wieder herab, erreichen im Norden ihren niedrigsten Stand, und steigen gegen Osten wieder herauf. Ohngefehr 51 Grad hoch über dem hiesigen Horizont findet man im Norden einen ziemlich hell glänzenden Stern, in einer Gegend am Himmel, wo um ihn herum wenig andre kenntliche Sterne sind: dieser allein ändert seine Stelle nie merklich. Man mag diesen Stern, der unter dem Nahmen des **Nordsterns** bekannt ist, zu einer Jahrszeit wenn man will, und in einer Stunde des Nachts wenn man will beobachten, man findet ihn immer an derselben Stelle. Die übrigen Sterne, einige wenige ausgenommen, bleiben vom Nordstern immer gleich weit entfernt: sie gehen also in Kreisen um ihn herum, und es hat völlig das Ansehen, als

wenn

wenn die ganze Himmelskugel mit allen Sternen binnen 24 Stunden eine Umdrehung um eine Axe machte, wovon der eine über den Horizont befindliche Pol mit dem Nordstern am Himmel einerley Stelle hat, oder doch demselben sehr nahe liegt.

Die 6. Erklärung.

16. Die Axe PQ um welche sich die Himmelskugel zu drehen scheint, heißt die Weltaxe, und ihre Pole P, Q, die Weltpole. Eben daher führt der Nordstern auch den Nahmen des Polarsterns. Alle zur Weltaxe gehörige Parallelkreise, wie GSH, BLDE, heissen schlechthin Parallelkreise, und jeder Stern, wie S vorstellet, macht seinen täglichen Umlauf in einem solchen Parallelkreise, der eben darum auch der Tagekreis des Sterns heißt. Der Aequator ist der gröste unter diesen Parallelkreisen, welchen BLDE vorstellet; seine Ebene geht durch den Mittelpunct T der Himmelskugel. 220 Fig.

Die 7. Erklärung.

17. Jede Ebene durch die Axe PQ der Himmelskugel gelegt, giebt einen grösten Kreis, wie PSLQ, dessen Ebene auf dem Aequator senkrecht ist. Legt man eine solche Ebene zugleich durch einen Stern S, so ist der Bogen SL zwischen dem Stern und dem Aequator des Sterns Abstand vom Aequator, welcher hier des Sterns Abweichung heißt. Eben darum werden die grösten Kreise, welche wie PSLQ durch die Weltpole laufen; Abweichungs- oder Declinationskreise genannt. Wegen einer andern weiter unten vorkommenden Ursache heissen sie auch Stundenkreise.

Die 8. Erklärung.

18. Eine Ebene welche durch die Scheitellinie ZN, und die Weltaxe PQ gelegt wird, giebt einen grösten Kreis AZPNQ, der beydes zugleich ein Scheitelkreis, und Abweichungskreis ist. Man nennt ihn den **Mittagskreis**, oder **Meridian**, weil die Sonne zur Mittagszeit in diesem Kreise erscheint; die Ebene dieses Kreises heißt **Mittagsfläche**, ihre Durchschnittslinie AC mit dem Horizont die **Mittagslinie**, und der Winkel ZPS, unter welchem der Stundenkreis PSL eines Sterns den Meridian schneidet, wird der **Stundenwinkel** des Sterns genannt. Der Winkel CTP ist nun die Neigung der Weltaxe gegen den Horizont, und der Bogen CP die Höhe des Pols über dem Horizont, welche schlechthin die **Polhöhe** heißt.

Die 9. Erklärung.

219 Fig. 19. Die grade Linie TB, worin der Verticalkreis eines Sterns S die Ebene des Horizonts schneidet, kann die **Azimuthallinie** des Sterns heissen, ihr Winkel ATB mit der Mittagslinie heißt der **Azimuthalwinkel**, oder kurz das **Azimuth** des Sterns, und der Bogen AB des Horizonts ist das Maaß desselben. Das Azimuth ist westlich oder östlich, nachdem man die Grade desselben von Meridian gegen Westen oder gegen Osten zählt.

Zusatz.

20. Wenn das Azimuth und die Höhe (9 §.) eines Sterns bekannt ist; so ist seine Stelle gegen den Horizont bekannt.

Die 10. Erklärung.

220 Fig. 21. Derjenige Weltpol P heißt der **Nordpol**, welcher in unsern Gegenden über dem Horizont erha-

ben ist, und der entgegengesetzte Q der Südpol. An derjenigen Seite der Mittagslinie ist bey uns Norden, woselbst die Weltaxe unter einem spitzen Winkel dagegen geneigt ist: an der grade entgegengesetzten Seite ist Süden. Eine Azimuthallinie, welche die Mittagslinie senkrecht schneidet, zeiget den wahren Ost und West, und sie kann kurz die erste Azimuthallinie heissen.

Der 1. Zusatz.

22. Weil die Mittagsfläche beydes auf dem Horizont und Aequator senkrecht ist, (261. §. Geom.) so ist die Durchschnittslinie DF des Aequators mit dem Horizont auf der Mittagsfläche senkrecht: (264. §. Geom.) also macht sie mit der Mittagslinie rechte Winkel, (246. §. Geom.) und ist mit der ersten Azimuthallinie einerley. Die Peripherien des Aequators und Horizonts schneiden einander also im wahren Ost und West.

Der 2. Zusatz.

23. Der Horizont eines Beobachters mit seiner Scheitellinie und die Weltaxe behalten des täglichen Umlaufs der Himmelskugel ungeachtet einerley Lage: also auch der Meridian. Was in der Pheripherie des Aequators liegt, wird zwar mit herum geführt: allein dieses Umlaufs ungeachtet bleiben doch die Puncte des Horizonts im Osten und Westen einerley, worin derselbe vom Aequator geschnitten wird.

Die 11. Erklärung.

24. Die beyden Halbkugeln, worin der Aequator die Himmelskugel vertheilt, heissen von dem dazu gehörigen Pol die nordliche und südliche: auch heißt die Abweichung eines Sterns nordlich oder südlich, nachdem sich der Stern in der nordlichen oder südlichen Halbkugel befindet.

Die 12. Erklärung.

25. Die Höhe eines Sterns, wenn er im Mittagskreise steht, heißt seine Mittagshöhe, und den Bogen AB des Mittagskreises zwischen dem Horizont und Aequator nennt man die Aequatorshöhe. Er ist das Maaß des Winkels, unter welchem die Ebenen des Aequators und Horizonts einander schneiden. (249. §. Geom.) Von dem Stern sagt man, er culminire wenn er im Meridian steht, und die Redensart rührt daher, weil er im Meridian seine gröste Höhe erreicht, wenn er anders nicht zu denen gehört, die gar nicht untergehen. In diesem letztern Fall kommt er bey jedem Umlauf zweymahl im Meridian, und erreicht zugleich das einemahl seine gröste, das andremahl seine kleinste Höhe. Wenn von der Mittagshöhe schlechthin die Rede ist, so versteht man gewöhnlich die gröste Mittagshöhe.

Der 1. Zusatz.

26. Die Mittagshöhe eines Sterns ist grösser oder kleiner als die Aequatorshöhe, nachdem seine Abweichung nordlich oder südlich ist.

Der 2. Zusatz.

27. Die Aequatorshöhe ATB und Polhöhe CTP ergänzen einander zu 90°. Denn es ist ATB + BTP + CTP = 180°, und BTP = 90°, also auch ATB + CTP = 90°.

Der 3. Zusatz.

28. Die Aequatorshöhe AB ist dem Abstand ZP des Pols vom Zenith gleich.

Der 4. Zusatz.

29. Ein Stern der nordliche Declination hat, geht bey uns gar nicht unter, wenn sein Abstand vom Nordpol kleiner als die Polhöhe, oder seine

De-

Declination grösser als die Aequatorshöhe ist. Ein Stern, der südliche Declination hat, geht gar nicht auf, wenn seine Declination grösser, als die Aequatorshöhe ist.

Die 13. Erklärung.

30. Wenn man die allen Sternen gemeine tägliche Bewegung ausnimmt, so haben die meisten Sterne, so lange wir davon Nachrichten haben, ihre Lage gegen einander nicht geändert; eben diese Sterne erscheinen überall in einerley Lage gegen einander, der Beobachter mag seine Stelle auf der Erde haben, wo er wolle. Diese heissen Fixsterne, und es giebt vornemlich fünf andre mit blossen Augen ohne Fernrohr sichtbare Sterne, die eben so wie der Mond nicht immer bey einerley Fixsternen ihre Stelle haben, sondern unter denselben fortzurücken scheinen. Man nennt die letztern Irrsterne oder Planeten, ihr Licht ist nicht so stark glänzend und blinkend, als das Licht der Fixsterne; es ist mehr dem Licht des Vollmondes ähnlich. Am 13 März des Jahres 1781 ist vom Herrn Herschel, einem sehr fleissigen und geschickten Beobachter des Himmelslaufes, der von Geburt ein Deutscher ist, ausser jenen schon bekannt gewesenen fünfen noch ein sechster Planet entdeckt worden. (M. s. H. Bodens Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1784, 210 bis 221 Seite.) Ausser diesen Planeten erscheinen von Zeit zu Zeit Sterne, die sich von andern durch einen hellen Schweif unterscheiden, daher sie den Nahmen Kometen erhalten haben.

Die 5. Erfahrung.

31. Die Sonne erscheint wie eine hellglänzende Scheibe, und die Mittagshöhe ihres Mittelpuncts, welche

welche man hier kurz die Mittagshöhe der Sonne nennt, ist am 20sten März und 22sten September der Aequatorshöhe gleich, sie wächst vom 20 März bis zum 21 Junius, allemahl um 23° 28′, und nimmt vom 21 Junius bis zum 22sten September um eben soviel wieder ab. Hierauf wird ihre Mittagshöhe kleiner als die Aequatorshöhe, und nimmt bis zum 21 December noch weiter um 23° 28′ ab, sie wächst aber bis zum 20sten März wieder um ebensoviel. Sterne, die am 20sten März noch im südlichen Meridian stehen, wenn die Sonne untergeht, sind um den 20sten April, wenn die Sonne alsdenn untergeht, schon ziemlich weit gegen Westen gerückt, im May noch weiter, und sie gehen im Junius gleich nach der Sonne unter. So geht es von Monath zu Monath bis nach Verlauf eines Jahres von zwölf Monathen die Sterne wieder die vorige Lage gegen die Sonne haben.

Zusatz.

32. Das alles erfolgt vollkommen so, als wenn der Mittelpunct der Sonne binnen Jahresfrist in einem grösten Kreise von Westen gegen Osten um den Himmel liefe, der den Aequator unter einem Winkel von 23° 28′ schneidet. Uebrigens weiß man aus der Optik, daß eine Kugel in ansehnlich grosser Entfernung platt erscheint, also könnte die Sonne wohl eine Kugel, oder wenigstens ein runder kugelähnlicher Körper seyn. Aus andern Gründen wird es im folgenden erhellen, daß dies nicht bloße Vermuthung sey.

Die 14. Erklärung.

33. Der gröste Kreis am Himmel, den die Sonne jährlich zu durchlaufen scheint, heißt die Ecliptik

cliptik, und der Nahme ist daher entstanden, weil die Sonnen- und Mondfinsterniſſe (ecclipſes) nur alsdenn eintreten, wenn der Mond ebenfalls in dieſer ſcheinbaren Sonnenbahn, oder nahe dabey ſtehet. Dieſe Sonnenbahn, welche der Kreis FSOX in der 222 Fig. vorſtellet, wird wie jeder Kreis in 360 Grade getheilt, und auſſer dieſer Abtheilung in Grade iſt hier noch eine andre Abtheilung der Eccliptik in 12 gleiche Bogen übrig, die man Zeichen der Eccliptik nennt. Ein jedes von dieſen Zeichen hat 30 Grade und man fängt die Abtheilung bey demjenigen Durchſchnittspunct des Aequators mit der Eccliptik an, durch welchen die Sonne am erſten Frühlingstage aus der ſüdlichen Halbkugel in die nordliche hinauf tritt. Die Zeichen und Grade werden in der Richtung, wie die Sonne läuft, von Weſten nach Oſten herum gezählt. Uebrigens hat die Eccliptik FSOX, wie jeder gröſte Kreis auf der Kugel, ihre Axe ΠK und ihre Pole. 222 Fig.

Die 15. Erklärung.

34. Eine Ebene durch die Axe ΠK der Eccliptik gelegt giebt einen gröſten Kreis, der die Eccliptik ſenkrecht ſchneidet. Wenn derſelbe wie ΠLR durch den Stern L läuft: ſo iſt der Bogen RL des Sterns Abſtand von der Eccliptik: dieſer heißt die Breite des Sterns, und zwar nordliche oder ſüdliche Breite, nachdem der Stern auf der Nord- oder Südſeite der Eccliptik befindlich iſt. Eben darum nennt man auch die gröſten Kreiſe, welche durch die Pole der Eccliptik laufen, Breitenkreiſe. 222 Fig.

Die 16. Erklärung.

35. Eine Ebene durch beyde Axen PQ des Aequators und ΠK der Eccliptik giebt einen gröſten Kreis,

der

der beydes zugleich auf dem Aequator und der Ecclip-tik senkrecht ist, und zugleich Breitenkreis und Abweichungskreis ist. Er hat den Nahmen Colur der Sonnenstände erhalten, weil sich die Sonne am längsten und kürzesten Tage in diesem Abweichungskreise befindet. Die Ebene dieses Kreises ist die Neigungsebene der Eccliptik gegen den Aequator, und der Bogen BF des Colurs zwischen dem Aequator und der Eccliptik ist das Maaß ihres Neigungswinkels, welcher kurz die Schiefe der Eccliptik genannt wird.

Zusatz.

36. Die 222 Figur stellet die Himmelskugel für den Fall vor, wenn die Axe der Eccliptik ΠK im Meridian liegt. Alsdenn fällt der Colur der Sonnenstände mit dem Meridian zusammen, und die Durchschnittspuncte der Eccliptik mit dem Aequator liegen im Horizont.

Die 16. Erklärung.

222 Fig. 37. Die Durchschnittspuncte F und X der Ecliptik mit dem Colur der Sonnenstände nennt man die Sonnenstandspuncte, Solstitialpuncte, ihre Durchschnittspuncte mit dem Aequator aber Nachtgleichspuncte, Aequinoctialpuncte. Von diesen ist derjenige der Frühlingspunct, durch den die Sonne aus der südlichen Halbkugel in die nordliche hinauf steiget: der andre aber der Herbstpunct. Diese beyden Puncte liegen in der Durchschnittslinie des Aequators und der Eccliptik, und eine Ebene durch die Weltaxe, und die erwehnte Durchschnittslinie gelegt giebt einen Abweichungskreis PpO, welcher den Nahmen Colur der Nachtgleichen führt. Beym Umlauf der Himmelskugel beschrei-

beschreiben die Pole Π, K, der Eccliptik ein Paar Kreise ΠM, KD, um die Weltpole, die man Polarkreise nennt. Ferner beschreiben auch die Sonnenstandspuncte ein Paar Parallelkreise FGH, IgX, die man Wendekreise nennt. Es sind, die Tagekreise der Sonne am längsten und kürzesten Tage.

Zusatz.

38. Weil alle gröste Kreise der Kugel einander halbiren, so liegt zwar die eine Hälfte der Eccliptik allemahl über und die andre Hälfte unter dem Horizont: beym Umlauf der Himmelskugel aber ändert sich beständig die Stelle der Puncte im Horizont, worin derselbe von der Eccliptik geschnitten wird, auch ändert sich der Winkel unter welchen beyde einander schneiden. Hatte die Kugel anfangs die Lage, welche die 222 Figur vorstellt; so liegt der Aequinoctialpunct bey O im wahren Ost, und die Solstitialpuncte F, X, im Meridian. Beym Umlauf der Kugel von Osten nach Westen durchläuft der Pol Π der Eccliptik den Halbkreis Π*p*M, der Punct worin Horizont und Eccliptik einander schneiden rückt von O nach *g* zu, und fällt in *g*, wenn der Sonnenstandspunct X im Hotizont kommt. Hiernächst rückt dieser Durchschnittspunct mit dem Horizont wieder gegen O, und fällt mit O zusammen; wenn ein halber Umlauf zu Ende ist. Darauf rückt der Durchschnittspunct der Eccliptik mit dem Horizont gegen G, er fällt in G, wenn der Sonnenstandspunct F hieselbst anlangt, und rückt hiernächst aufs neue gegen O zurück.

Die 17. Erklärung.

39. Der Winkel, unter welchem Eccliptki und Horizont einander schneiden kann man kurz den Winkel

des

des Aufganges nennen, so wie der Durchschnittspunct den der Ostseite der Punct des Aufgangs heissen kann. Der culminirende Punct des Aequators ist allemahl um 90° vom wahren Ost und West entfernt: der culminirende Punct der Eccliptik aber ist von den Puncten des Auf- und Unterganges der Eccliptik sonst allemahl um ungleiche Bogen entfernt, wofern nicht jene Puncte mit den Frühlings- und Herbstpuncten zusammen fallen. Von diesem ist also derjenige Punct der Eccliptik unterschieden, welcher um 90° von beyden Puncten des Auf- und Unterganges entfernt ist, die Grade auf der Eccliptik gezählt: dieser heißt kurz der Neunzigste. Der Bogen eines durch den Neunzigsten geführten Scheitelkreises zwischen dem Horizont und der Eccliptik ist die Höhe des Neuzigsten und zugleich das Maaß der Winkel des Auf- und Unterganges.

Die 18. Erklärung.

40. Die Ringkugel oder Armillarsphäre ist ein Modell, welches die bisher beschriebenen Kreise, die man sich am gestirnten Himmel vorstellen muß, in gehöriger lage zusammengefüget im kleinen darstellet. Ein festes Gestelle trägt den Horizont, mit dem darauf senkrechten Meridian. In dem letztern ist eine hohle Kugel so aufgehangen, daß sie um eine Axe welche die Weltaxe vorstellet, umlaufen kann, und diese so bewegliche Kugel ist aus Ringen zusammen gesetzt, welche den Aequator, die Wendekreise, die Polarkreise, die Eccliptik, und beyde Coluren vorstellen.

Die 19. Erklärung.

222 41. Der Bogen der Eccliptik vom Frühlings-
223 punct bis an den jedesmaligen Ort S der Sonne in
Fig. Graden gemessen, heißt die Länge der Sonne.

Weil

Weil die Sonne allmahl in der Eccliptik bleibt, so hat sie nie eine Breite. (35. §.) Die Stelle eines Sterns L aber wird in Ansehung der Eccliptik durch seine Länge und Breite bestimmt. Wenn ∏LR der Breitenkreis des Sterns, also RL seine Breite ist; so versteht man durch die Länge des Sterns den Bogen der Eccliptik vom Frühlingspunct bis an die Stelle R, woselbst der Breitenkreis die Eccliptik schneidet. Der Winkel ∏LP unter welcher der Breitenkreis und Abweichungskreis des Sterns einander schneiden, heißt der Positionswinkel, weil er die Lage der beyden erwehnten Kreise gegen einander bestimmet.

Die 20. Erklärung.

42. Durch die Sonne in S laufe der Abweichungskreis PSV, und schneide den Aequator in V; so ist VS die Abweichung der Sonne, und den Bogen des Aequators vom Frühlingspunct bis an den Abweichungskreis der Sonne in Graden gemessen nennt man die Rectascension oder grade Aufsteigung der Sonne. Wenn ferner PLY der Abweichungskreis des Sterns L, also YL seine Abweichung vom Aequator ist; so heißt der Bogen des Aequators seine Rectascension, welcher vom Frühlingspunct von Westen gegen Osten in Graden gemessen sich bis an den Abweichungskreis erstreckt. Der culminirende Punct des Aequators liegt in der Gränze der nordlichen und südlichen Hälfte, und zugleich in der Gränze der östlichen und westlichen Halbkugel: daher nennen ihn die Schriftsteller auch die Mitte des Himmels. Der Bogen des Aequators vom Frühlingspunct nach der Ordnung der Zeichen (33 §.) bis an den culminirenden Punct des Aequators gemessen, ist

alsdenn die Rectascension der Mitte des Himmels, und die Höhe dieses Puncts über dem Horizont ist der Aequatorshöhe gleich). (25 §.)

Der 1. Zusatz.

43. Die 223. Figur stellet die Westseite der Himmelskugl vor, wovon die 222. Figur die Ostseite abbildet. Der Frühlingspunct liegt bey W im Horizont im wahren Westen, S ist die Sonne noch im ersten Quadranten der Ecclíptik, WS ihre Länge, WV ihre Rectascension, VS ihre Declination. Ferner ist L ein Stern, ΠLR sein Breitenkreis, PLY sein Abweichungskreis; also WR seine Länge, RL seine Breite, WY seine Rectascension, YL seine Declination.

Der 2. Zusatz.

44. Sterne deren Rectascension gleich ist, stehen in einerley Abweichungskreise, und kommen zugleich im Meridian. Wenn aber ihre Rectascension ungleich ist so folgen sie einander beym Durchgange durch den Meridian in der Ordnung, wie die Grade der Rectascension gezählt werden.

Die 6. Erfahrung.

45. Die tägliche Bewegung der Sterne ist in dem Sinne gleichförmig, daß in gleichen Zeittheilen gleiche Bogen des Aequators, und eben so auch gleiche Bogen eines jeden Parallelkreises durch den Meridian gehen. Wenigstens stimmt alles, was aus dieser Voraussetzung folgt, mit dem, was die Beobachtungen lehren überein.

Die 21. Erklärung.

46. Ein Sterntag ist die Zeit, worin ein Fixstern seinen Tagekreis durchläuft. Man theilt ihn in 24 gleiche Stunden, die Stunde in 60 Minuten,

jede

jede Minute in 60 Secunden, eine Secunde in 60 Tertien, u. s. w. Diese Sternzeit nennt man auch Zeit der ersten Bewegung.

Der 1. Zusatz.

47. Demnach gehen durch den Meridian

ein Bogen			Sternzeit	
von	15°	in	1	Stunde
	15′	in	1	Minute
	15″	in	1	Secunde
	1°	in	4	Minuten
	1′	in	4	Secunden
	1″	in	4	Tertien

Die Meinung ist, wenn zwey Fixsterne in Ansehung der Rectascension um so viele Grade, Minuten oder Secunden von einander entfernt sind; so verfließt soviele Zeit zwischen beyder Durchgängen durch den Mittagskreis. Zugleich ergiebt sich auch hieraus der Grund von der Benennung der Stundenkreise und Stundenwinkel. (17. 18. §.)

Der 2. Zusatz.

48. Wenn die Rectascension eines Sterns bekannt ist, so kann die Rectascension eines jeden andern Sterns gefunden werden, wenn man eine Uhr zur Hand hat, die nach der Sternzeit gestellet ist. Man beobachte nur die Zeit, welche zwischen den Augenblicken verfließt, worin beyde Sterne nach einander culminiren, und verwandle sie in Bogen des Aequators; (47. §.) so hat man die Differenz ihrer Rectascensionen. Daraus findet man leicht die gesuchte Rectascension dem 44. §. gemäß.

Der 1. Forderungssatz.

49. Die Höhe eines Sterns, also auch seine Mittagshöhe, kann vermittelst eines

dazu dienlichen Winkelinstruments gemessen werden.

Ammerkung.

Eine nähere Beschreibung der Einrichtung und des Gebrauchs der Werkzeuge, womit die Höhen gemessen werden können, wäre für dies kurze Handbuch viel zu weitläuftig. Dem angehenden Astronomen wird überdem die Wissenschaft leichter faßlich, und eben darum auch angenehmer, wenn ihm anfangs nur kurz gezeigt wird, was die Theorie fodert, wenn gleich die Ausübung in manchen Fällen schwer und weitläuftig ist. Wenn von der Höhe der Sonne oder des Monds die Rede ist, so wird gewöhnlich die Höhe des Mittelpuncts verstanden.

Der 1. Lehrsatz.

221 Fig. 50. Wegen der Brechung, die das von einem Stern auf die Erde fallende Licht in der Atmosphäre leidet; scheint der Abstand des Sterns vom Scheitelpunct kleiner zu seyn, als man ihn finden würde, wenn das Licht keine Brechung litte.

Beweis. Es sey VRST die Erdfläche, ABDE die äusserste Gränze der Atmosphäre, T die Stelle des Beobachters auf der Erdfläche. Auf die Atmosphäre falle aus M ein Strahl M*m* der in grader Linie verlängert die Erde in T treffen würde: so erhellet, daß derselbe schon in *m* aus der Lage *m*T gegen *m*C zu gebrochen werde. Weil überdem die Dichtigkeit der Atmosphäre von der höchsten Gränze gegen die Erdfläche zu immer grösser wird; (22. §. Aerom.) so wird der Strahl gegen die Erde zu allmählig immer mehr in eine krumme Linie *mt* gebogen, und dieser Strahl kann die Stelle T nicht treffen. Ein anderer Strahl M*n* aber die in grader Linie verlängert über T wegfahren würde, wird eben so in die krumme Linie *n*T gebogen, und kann

in

in T auffallen. Alsdenn ist seine letzte Richtung, indem er das Auge des Beobachters trift, einerley mit der Richtung der Tangente TN: er wird also in dieser Richtung gesehen, und sein scheinbarer Abstand vom Scheitel ist ZTN, welchem man ohne Brechung = ZTM finden würde.

Die 22. Erklärung.

51. Der Winkel MTN um welchen der scheinbare Abstand ZTN eines Sterns vom Zenith wegen der Strahlenbrechung in der Atmosphäre von seinem wirklichen Abstande ZTM verschieden ist, heißt hier kurz die astronomische Refraction. Aus den Gesetzen der Strahlenbrechung folgt, daß der Winkel MTN am grösten sey, wenn der Stern im Horizont 90° vom Zenith entfernt ist, und man nennt ihn alsdenn kurz die Horizontalrefraction.

Zusatz.

52. Je näher der Stern dem Zenith ist, desto kleiner ist die Refraction, und im Zenith selbst fällt sie völlig weg. Wenn in der 220 Fig. S ein Stern ist, der wegen der Refraction in s gesehen wird, so hat diese scheinbare Verrückung des Sterns zwar keinen Einfluß auf den Azimuthalwinkel ATM oder AZS: allein weil nun der Stern in dem Abweichungskreise Ps zu stehen scheint, so ist der scheinbare Stundenwinkel ZPs, vom wahren ZPS, und der scheinbare Abstand Ps vom Pol vom wahren Abstande PS verschieden. Dieserwegen verursachet die Strahlenbrechung, daß die scheinbare Rectascension und Declination des Sterns von der wahren ein wenig verschieden ist: eben darum muß auch die scheinbare Länge und Bréite des Sterns von der wahren (41. §) ein wenig verschieden seyn.

Die 23. Erklärung.

53. Der Abstand ZTM eines Sterns vom Zenith aus dem Punkt T auf der Oberfläche der Erde gesehen ist grösser, als man den Abstand ZCM vom Zenith finden würde, wenn man ihn aus dem Mittelpunct der Erde messen könnte, (22. 23. §. Opt.) und der Winkel CMT, um welchen beyde unterschieden sind, heißt hier die **Höhenparallaxe**, des Sterns. In dem besondern Fall, wenn der Stern aus der Oberfläche der Erde gesehen in H um 90° vom Zenith entfernt scheint; nennt man CHT die **Horizontalparallaxe** des Sterns.

Der 1. Zusatz.

54. Es ist $\frac{CM}{CT} = \frac{\sin ZTM}{\sin CMT}$ und $\frac{CH}{CT} = \frac{\text{sin. tot.}}{\sin CHT}$. (28. 29. §. Trigon.) Wenn demnach für einerley Stern CH = CM ist, so hat man $\frac{\sin ZTM}{\sin CMT} = \frac{\text{sin. tot}}{\sin CHT}$, also auch sin. tot : sin ZTM = sin CHT : sin CMT. Aus der Horizontalparallaxe eines Sterns kann demnach seine Höhenparallaxe für jeden andern Abstand vom Scheitel, und umgekehrt, wenn diese gegeben ist, jene gefunden werden. Im Horizont ist übrigens die Parallaxe am grösten, und im Scheitel verschwindet sie ganz.

Der 2. Zusatz.

55. Das Azimuth eines Sterns wird von der Parallaxe so wenig, als von der Refraction verändert, wohl aber die Rectascension und Declination, die Länge und breite desselben. Man muß also von

der

der Höhenparallaxe noch die Parallaxe der Rectascension und Declination die Längen- und Breitenparallaxe unterscheiden. Diese Parallaxe ändert im sphärischen Dreyeck ZPS ausser dem Stundenwinkel an P auch den Winkel an S zwischen dem Scheitelkreise und dem Abweichungskreise, (220. Fig.) und eben dieser Winkel ZSP dient die Parallaxe der Rectascension und Declination aus der gegebenen Höhenparallaxe zu finden: daher nennt man ihn gewöhnlich Kürze halber den parallactischen Winkel.

Der 2. Lehrsatz.

56. Wofern vielleicht die Erde alle 24 Stunden mit gleichförmiger Bewegung einmahl um eine Axe läuft, die durch ihren Mittelpunct geht; so müssen alle Erscheinungen der täglichen allen Sternen gemeinen Bewegung eben so erfolgen, wie sie bisher den Beobachtungen gemäß sind beschrieben worden.

Beweis. Es stelle *dpeq* die Erde vor, und *pq* ihre Umlaufsaxe, welche die scheinbare Himmelskugel in P und Q trift: z aber sey ein Ort auf der Erdfläche, und dessen Scheitellinie Cz bis an die scheinbare Himmelskugel in Z verlängert. Ferner sey S ein Stern, der selbst nicht in Bewegung ist, so wird eine Ebene durch den Stern und die Erdaxe *pq* gelegt, an der scheinbaren Himmelskugel den grösten Kreis PEQD geben, der den Abweichungskreis des Sterns vorstellt. Wofern nun der Mittelpunct C der Erde mit der Erdaxe *pq* ruhet oder wenigstens für jetzt die etwanige Bewegung desselben noch nicht mit in Betrachtung gezogen wird; so bleibt auch die Ebene des Abweichungskreises PSEQD in

225 Fig.

Ruhe. Beym Umlauf der Erde aber beschreibt jeder Punct der Erdfläche, also auch z einen zur Axe *pq* gehörigen Parallelkreis. Eine Ebene durch die Erdaxe *pq* und die Scheitellinie Cz, die vem 13. §. gemäß der Meridian des Orts z ist, und die Erde in einem grösten Kreise schneidet, wovon *pze* einen Quadranten vorstellet, wird beym Umlauf der Erde mit herum geführt: sie kommt nach und nach in die Lagen *pwd*, *pvm*, *pze*, indem die Stelle z den halben Parallelkreis *wvz* durchläuft. Zugleich kommt die Scheitellinie Cz nach und nach in die Lagen C*w*, C*v*, Cz, und wird mit einer conischen Bewegung herumgeführt. Stellt man sich die Scheitellinie in jeder Lage auch bis an die Himmelskugel in W, V, Z, erweitert vor; so liegen diese Puncte in einem zur Axe PQ gehörigen parallelkreise, der mit dem Parallelkreise *wvz* auf der Erde zusammengehört.

In dem jetzigen Augenblick sey die Stelle des Beobachters in *v*, unter dem Scheitelpunct V am Himmel; so ist der gröste Kreisbogen SV der Abstand des Sterns S vom Zenith. Beym Umlauf der Erde indem der Beobachter von *w* durch *v* nach z herumgeführt wird, bleiben im Dreyeck VPS die Seiten PV und PS ungeändert: aber der Winkel VPS wird kleiner mit der gegenüberstehenden Seite VS. Weil nun der Beobachter in *v* seine Bewegung nicht merkt; so ist die gesammte Erscheinung für ihn eben so, als wenn die Ebene des Meridians *pvm* mit der Erde in Ruhe wäre, der Abweichungskreis PSEQ aber sich auf entgegengesetzte Art in der Richtung *zvw* drehete. Denn der Stern S scheint dem Meridian PVM immer näher zu kommen,

ohne

ohne daß seine Entfernung von P sich ändert: also scheint er um P einen Kreis zu beschreiben. Zugleich nimmt seine Entfernung vom Scheitel so lange ab, bis PVM mit PZE zusammen fällt, da dann der Stern im Meridian erscheint, und dem Scheitelpunct, der nun in Z fällt, am nächsten ist. Beym andern halben Umlauf erfolgt alles in umgekehrter Ordnung eben so.

Der 1. Zusatz.

57. Weil die Erscheinung der täglichen Bewegung aller Sterne einerley ist, die Erde mag umlaufen, und die Himmelskugel ruhen, oder, es mag die Himmelskugel umlaufen und die Erde ruhen; so ist es hier noch ganz gleichgültig, wie man sich die Sache vorstellen will. Wenn also im folgenden bald so geredet wird, als wenn die Erde umliefe, bald aber der Ausdruck, nachdem es auf die eine oder die andre Art kürzer seyn wird, den Umlauf der Himmelskugel vorauszusetzen scheint; so muß man sich daran, als an gleichgültige Redensarten gewöhnen, ohne daß damit eben das eine oder das andre schon mit entscheidender Gewißheit angenommen wird.

Der 2. Zusatz.

58. Die Erdaxe *pq* ist mit der Weltaxe 16. §. 225 einerley, ihre Endpuncte *p*, *q*, auf der Erdoberflä- Fig. che sind die Erdpole, und in dieser verlängerten Axe liegen zugleich die Pole P, Q, am Himmel.

Der 3. Zusatz.

59. Der Abstand PS des Parallelkreises SX vom Pol, worin ein Stern S seinen täglichen Umlauf macht, in Graden gemessen, ist eben so groß, als der Abstand *ps* des damit zusammengehörigen Paral-

lelkreises *sx* auf der Erde von den Erdpolen, ebenfalls in Graden gemessen: also geht die Ebene des Aequators DMF (16. §.) durch den Mittelpunct der Erde, der mit dem Aequator am Himmel zusammengehörige Parallelkreis auf der Erde ist auch unter den Parallelkreisen auf der Erdfläche der grösste, und kann um deßwillen in einem ähnlichen Sinn der **Erdäquator** heissen.

Die 24. Erklärung.

60. Den Aequator nennen die Schiffer schlechthin die Linie, und man versteht aus dem bisherigen leicht den Sinn der Redensart: ein Ort liege unter der Linie, oder unter einem Parallelkreise um so und so viel Grade von der Linie entfernt. Jede Ebene durch die Weltaxe, die am Himmel einen Abweichungskreis PVM giebt, schneidet auch die Erde in einem grösten Kreise *pvm*, der durch die Erdpole geht, und auf dem Aequator senkrecht ist: auf der Erde nennt man diese Kreise **Meridiane**, und sagt von mehrern Oertern auf der Erde, daß sie unter einerley Meridian liegen, wenn sie in der Peripherie eines solchen Kreises ihre Stelle haben. Die Winkel am Pol, wie *apm*, unter welchen die Meridiane einander schneiden, nennt man **Stundenwinkel**, wie an der Himmelskugel.

Zusatz.

61. Wenn man auf der Erdfläche die Stelle eines Orts als bekannt annimmt, so kann der Meridian dieses Orts als der erste angenommen werden. Es sey *padq* dieser erste Meridian: so wird derselbe von jedem andern Meridian *pvm* unter einem Winkel *apm* geschnitten werden, dessen Maaß der Bogen *dm* des Aequators zwischen beyden Meridia-

ridianen ist. Wenn ferner *v* ein Ort auf der Erde und *pvm* der Meridian, *wvz* der Parallelkreis dieses Orts ist; so fassen die Bogen *wv* und *dm* gleichviele Grade; der Bogen *mv* ist die Entfernung des Orts vom Aequator, und *dm* oder *wv* in Graden gemessen ist das Maaß des Winkels zwischen dem Meridian des Orts und dem ersten Meridian.

Die 25. Erklärung.

62. Die geographische Breite eines Orts *v* auf der Erde ist seine Entfernung *vm* vom Aequator, und die geographische Länge desselben ist der Bogen *dm* des Aequators zwischen dem Meridian dieses Ortes und dem ersten Meridian, der zugleich das Maaß des Stundenwinkels zwischen beyden Meridianen abgiebt. Beydes, Länge und Breite werden in Graden gemessen. Die Grade der Länge zählt man gewöhnlich von Westen gegen Osten herum, oder es muß bestimmt angezeigt werden, wenn man sie etwa westwärts gezählt hätte. Die Breite des Orts nennt man nördlich oder südlich; nachdem derselbe nordwärts oder südwärts des Aequators liegt.

Die 26. Erklärung.

63. Eine Ebene, welche die Scheitellinie Cz des Orts z im Mittelpunct C der Erde senkrecht schneidet, nennt man am besten den Haupthorizont des Orts z, weil eigentlich jede auf der Scheitellinie senkrechte Ebene für den Ort horizontal liegt. Das giebt also nicht allein auf der Erde den grösten Kreis *afb*, sondern auch am Himmel den grösten Kreis AFB beyde mit der Erde concentrisch. 224 Fig.

Der 1. Zusatz.

64. Ein Stern, der in der Ebene des mit dem Ort z zusammengehörigen Haupthorizonts befindlich 224 Fig.

lich ist, wird auch aus z gesehen 90° vom Scheitel entfernt erscheinen, wenn seine Entfernung vom Mittelpunct der Erde so groß ist, daß er keine merkliche Horizontalparallaxe, mithin überhaupt keine merkliche Höhenparallaxe hat. (53. 54. §.) In Ansehung dieser Sterne ist es also einerley, ob man sich die Ebene des Horizonts durch den Mittelpunct oder durch einen Punct auf der Oberfläche der Erde vorstellet. Die scheinbare Lage solcher Sterne gegen einander selbst bleibt also auch einerley, der Beobachter mag seinen Ort auf der Oberfläche der Erde wo er wolle haben. Weil man nun dergleichen bey den Fixsternen wahrnimmt, (30. §.) so folgt daraus, daß die Fixsterne keine merkliche Höhenparallaxe haben.

Der 2. Zusatz.

65. Solche Sterne, die ungleichweit von der Erde entfernt sind, erscheinen nicht aus jeder Stelle der Oberfläche der Erde in einerley Lage gegen einander, und gegen die Fixsterne, wenn jeder für sich eine nicht ganz unmerkliche Höhenparallaxe hat. Daß dies der Fall bey den Planeten sey, auch einigermassen bey der Sonn, und am allermeisten bey dem Monde, wird sich im folgenden zeigen. Viele Erscheinungen, die von den Bewegungen des Mondes und der Planeten theils gegen einander selbst, theils gegen die Sonne und die Fixsterne abhängen, müssen sich dem einen Beobachter so, einem andern entfernten anders darstellen. Dieserwegen muß man allemahl, wenn die Höhe der Sonne, des Mondes, oder eines Planeten ist beobachtet worden, auf die Höhenparallaxe dabey Rücksicht nehmen, und die beobachtete Höhe auf diejenige zu brin-

bringen suchen, die aus dem Mittelpunct der Erde wäre beobachtet worden. Das ist alsdenn die Höhe über dem mit der Erde concentrischen Haupthorizont, und dieser Haupthorizont wird im folgenden allemahl verstanden werden, wenn nicht ausdrücklich das Gegentheil angezeigt wird.

Der 3. Zusatz.

66. Die Polhöhe *ap* eines Orts *z* auf der Erde ist also einerley mit dem Bogen *ap* zwischen dem Erdpol *p* und dem Haupthorizont des Orts *z*; er ist das Maaß des Winkels unter welchem die Erdaxe *pq* gegen den Haupthorizont geneigt ist. Eben diese Polhöhe *ap* ist so groß, als die geographische Breite *ze* desselben Orts. Denn es ist $ap + pz = 90° = ez + pz$, also auch $ap = ez$. Demnach wird mit der Polhöhe eines Orts zugleich seine geographische Breite gefunden. 225 Fig.

Der 3. Lehrsatz.

67. Die Erscheinungen der jährlichen Bewegung der Sonne um die Erde erfolgen auf einerley Art, die Erde mag in Ruhe seyn, und die Sonne im Kreise oder einer kreisähnlichen Bahn sich um die Erde bewegen: oder es mag im Gegentheil vielleicht die Sonne in Ruhe seyn, und die Erde binnen Jahresfrist einen Umlauf um die Sonne vollenden.

Beweis. Es sey S der Sonne, und T der Erde Mittelpunct, der letztere aber bewege sich im Kreise, oder einer kreisähnlichen Bahn, die ganz in einerley Ebene liegt, um den Mittelpunct S der Sonne. In dieser Bahn nehme man die Puncte V, X, S, nach Gefallen an, ziehe SV, SX, SZ, und Tv, Tx, Tz, mit diesen Linien nach der Ordnung 226 Fig.

nung parallel und von einerley Grösse: so läuft dem 29. §. Opt. gemäß die scheinbare Bahn der Sonne durch v, x, z, und sie wird der Bahn der Erde um die Sonne gleich und ähnlich. Dem Beobachter auf der Erde, welcher die Bewegung der Erde nicht empfindet, muß demnach alles so erscheinen, als wenn die Sonne wirklich in der Bahn $Svxz$ sich um die Erde bewegte.

Der 1. Zusatz.

68. Weil die relative Bewegung der Sonne gegen die Erde, wenn diese vielleicht und nicht die Sonne in Bewegung wäre, dem Bewohner der Erde eben die Erscheinungen darstellet, die er beobachten würde, wenn die Erde ruhete, und die Sonne jährlich einen Umlauf um die Erde machte; so ist es wiederum gleichgültig, ob man sich der einen oder der andern Voraussetzung gemäß ausdrückt. Hat man aus Beobachtungen die eigentlichen Abmessungen der relativen Bahn der Sonne um die Erde gefunden; so sind das die Abmessungen der wirklichen Bahn der Erde um die Sonne, wofern vielleicht die Sonne in Ruhe ist.

Der 2. Zusatz.

69. In allen Fällen bleibt die Ebene der Ecclyptik, wodurch man hinführo, wie man will, die wirkliche oder relative Bahn der Sonne um die Erde verstehen kann, eine Ebene, deren Lage in dem nach allen Seiten ausgebreiteten Weltraum als bekannt angenommen werden kann. Hier ist nur noch zu bemerken, daß diese Ebene, weil sie eigentlich die Erde durch ihren Mittelpunct schneidet, auch auf der Erdoberfläche einen grösten Kreis giebt, der füglich die auf die Erdfläche reducirte Eccliptik hei-

heissen könnte. Im Umfange dieses Kreises liegen nur solche Oerter, in deren Scheitelpunct die Sonne beym täglichen Umlauf der Erde kommen kann.

Der 3. Zusatz.

70. Wofern es sich finden sollte, daß auch die Sonne von der Höhenparallaxe nicht gänzlich frey ist, so siehet man nun um so mehr die Nothwendigkeit ein, weßwegen bey beobachteten Sonnenhöhen darauf Rücksicht genommen, und die Höhe der Sonne so gesucht werden muß, wie sie aus dem Mittelpunct der Erde als Höhe über dem Haupthorizont würde beobachtet werden.

Die 27. Erklärung.

71. Die mit den Wendkreisen am Himmel zusammengehörigen Parallelkreise auf der Erde heissen auch hier **Wendekreise**, der **nördliche** in der Halbkugel worinn Europa liegt, der **südliche** in der andern Halbkugel. Es sind die Parallelkreise der Oerter, welche in der auf die Erdfläche reducirten Eccliptik am weitesten vom Aequator entfernt sind. Eben so nennt man **Polarkreise** auf der Erde diejenigen, welche die Pole der auf der Erdfläche reducirten Eccliptik beym täglichen Umlauf der Erde beschreiben. Die Erdzone zwischen den Wendekreisen heißt die heisse **Erdzone**; **gemäßigte Zonen** nennt man in jeder Halbkugel diejenige, welche zwischen dem Wendekreise und Polarkreise liegt. Die beiden Segmente, welche die Polarkreise umschliessen, heissen **kalte Zonen**, weil man sie auch als Zonen ansehen kann, wovon der innere kleinere Kreis in einem Punct, nemlich in den Polen selbst, zusammen geht. Heiß, gemäßigt, und kalt

heissen

heissen sie von der stärkern oder schwächern Erwärmung der Sonne, so weit sie theils von der Neigung der Strahlen gegen die Fläche abhängt, welche die Strahlen auffängt, theils auch von der längern oder kürzern Dauer der Wirkung der Sonne.

Die 1. Aufgabe.

72. Die Polhöhe und Aequatorshöhe, mithin auch die geographische Breite. (66. §.) für den Ort der Beobachtung zu finden.

Aufl. Man beobachte die gröste und kleinste Mittagshöhe eines Fixsterns, der nicht untergeht, so ist die halbe Summe der gefundenen Höhen die gesuchte Polhöhe.

Daß der Fixstern keine merkliche Parallaxe habe, davon kann man zwar wegen der im 64. §. angeführten Gründe schon ziemlich versichert seyn: obgleich die ersten Beobachter es nicht so ganz sicher ohne weitere Prüfung voraussetzen konnten. Die Strahlenbrechung wird aber allemahl auch beym Fixstern ihre Wirkung haben, und man findet nicht ganz genau die Polhöhe, bevor man von den beobachteten Höhen die von der Strahlenbrechung verursachte Erhöhung abziehen kann. Wenn man den Polarstern wählt, so ist seine gröste Höhe wenig von der kleinsten Höhe verschieden, also die Strahlenbrechung für beyde Höhen beynahe gleich: also kann man versichert seyn, daß der Fehler bey der aus den noch unverbesserten Höhen gefundenen Polhöhe nicht sehr erheblich sey.

Wenn die Polhöhe gefunden ist, so wird selbige von 90° abgezogen, um die Aequatorshöhe zu erhalten. (27. §.)

Der 1. Zusatz.

73. Es sey S ein Fixstern und PSL sein Stundenkreis: so erhellet, daß seine Abweichung LS gefunden werde, wenn man seine Mittagshöhe beobachtet, und die Aequatorshöhe von der Mittagshöhe des Sterns, oder umgekehrt diese von jener abzieht, nachdem der Stern nördliche oder südliche Abweichung hat. (26. §.) Wäre die Abweichung eines Fixsterns sonst schon bekannt, so würde man aus der beobachteten Mittagshöhe desselben die Polhöhe des Orts der Beobachtung finden können. Damit aber die Strahlenbrechung keinen erheblichen Fehler verursache, muß es ein Stern seyn, der dem Scheitelpunct des Beobachters sehr nahe kommt, oder man muß sonst schon Mittel wissen, die beobachtete Mittagshöhe zu verbessern. 220 Fig.

Der 2. Zusatz.

74. Wenn die Abweichung eines Fixsterns S sonst schon bekannt, und vielleicht an einem solchen Orte, dessen Polhöhe bekannt war, richtig genug gefunden ist; so kann die Polhöhe eines andern Orts auch aus der beobachteten Mittagshöhe eben des Sterns gefunden werden.

Die 2. Aufgabe.

75. Die Abweichung *SL* eines Sterns *S* ist gegeben, und sein Stundenwinkel *ZPS*: man soll seine Höhe *MS* über dem Horizont, und den Azimuthalwinkel *ATM* finden. 220 Fig.

Aufl. Aus der bekannten Polhöhe hat man den Abstand ZP des Pols vom Zenith, und überdem im sphärischen Dreyeck ZPS den Winkel an P, und PS, als die Ergänzung der Abweichung zu 90°. Aus diesen dreyen Stücken kann nicht allein ZS, als die

Ergänzung der Höhe MS zu 90°, sondern auch PZS = CTM, als die Ergänzung des Azimuthalwinkels ATM zu 180° gefunden werden. Aus beyden findet man hiernächst die Höhe und den Azimuthalwinkel selbst.

Zusatz.

76. Wenn statt des Stundenwinkels die Höhe MS gegeben ist, so hat man im Dreyeck ZPS ausser den beyden Seiten PZ, PS, auch die dritte Seite ZS, als die Ergänzung der Höhe zu 90°, und kann den Azimuthalwinkel und Stundenwinkel ZPS finden. Den parallactischen Winkel ZSP (55. §.) kann man auf mehr als eine Art finden. Wenn im 75. §. MS oder ZS schon gefunden ist, so kann der Winkel an S aus den beyden Seiten ZP, ZS, und dem Winkel ZPS, oder auch aus allen dreyen Seiten ZP, ZS, PS gesucht werden.

Die 3. Aufgabe.

77. Die Strahlenbrechung für jede gegebene Höhe über dem Horizont zu finden.

Aufl. Man beobachte die Mittagshöhe eines Fixsterns, der dem Zenith sehr nahe kommt, und suche daraus dem 73. §. gemäß seine Abweichung. Diese wird man ohne erheblichen Fehler richtig finden, weil die Refraction sehr nahe beym Zenith unmerklich ist. Ferner suche man für die gegebene Höhe den Stundenwinkel ZPS (76. §.) und verwandle denselben, oder welches einerley ist, den Zeitbogen BL in Sternzeit. (47. §.) Nach einer guten Uhr, die nach der Sternzeit gestellet seyn muß, bemerke man, wenn seit dem Augenblick, da der Stern culminirte, so viele Zeit, als die Rechnung anzeigt, verflossen ist, und beobachtet in dem Augenblick, da diese Zeit verstrichen

strichen ist, die Höhe des Sterns. Diese wird man wegen der Strahlenbrechung grösser finden, als sie bey der Rechnung angenommen wor, und der Ueberschuß ist die gesuchte Refraction für diese Höhe.

Der 1. Zusatz.

78. Man kann auf diese Art eine Tafel für mehrere Grade der Höhe verfertigen, die man hiernächst allemahl zur Hand haben muß, um beobachtete Höhen dem 50. §. gemöß zu berichtigen.

Der 2. Zusatz.

79. Man hat gefunden, daß die Horizontalrefraction zwischen 32′ bis 36′ falle, und nicht immer einerley sey. Wegen der veränderlichen Dichtigkeit und Wärme der Luft ist auch in andern Höhen die Strahlenbrechung nicht immer einerley. Dieserwegen hat man gesucht, theoretische Untersuchungen mit den Beobachtungen zu verbinden, und daraus sind dergleichen Refractionstafeln entstanden, wie sie unter andern in der Sammlung astronomischer Tafeln, unter Aufsicht der Königl. Preuss. Akad. der Wissenschaften. Berlin 1776, im 3. Band, 228 u. f. S. mitgetheilt werden. Wer sich auch nur einigermassen in astronomischen Rechnungen üben will, der muß eine solche Sammlung von Tafeln zur Hand haben, und unter mehrern andern ist diese eben angeführte Berlinsche Sammlung besonders zu empfehlen.

Die 4. Aufgabe.

80. Die Schiefe der Ecclyptik zu finden.

Aufl. Wenn die Sonne grade zu Mittage am längsten oder kürzesten Tage die Solstitialpuncte erreichte; so würde man am längsten Tage die grösste, am kürzesten Tage die kleinste Mittagshöhe der

Sonne finden, zu der sie an dem Orte der Beobachtung jemahls gelangen kann. Die halbe Differenz zwischen beyden Mittagshöhen des Mittelpuncts der Sonne würde alsdenn die Schiefe der Ecliptik geben. Hat man die Aequatorshöhe schon gefunden, so kann auch diese von der grösten Mittagshöhe der Sonne, oder die kleinste Mittagshöhe der Sonne von der Aequatorshöhe abgezogen werden, um die Schiefe der Ecliptik zu finden. Ob nun gleich die hiebey angenommene Voraussetzung gewöhnlich nicht völlig zutrift, weil die Sonne nicht eben grade zu Mittage die Sonnenstandspuncte erreicht; so haben doch die ersten Beochter dies Verfahren brauchen, und man hat etwanige kleine Fehler nach und nach verbessern müssen.

Auf die Parallaxe der Sonne, wenn sie vielleicht nicht ganz unmerklich ist, muß hiebey Rücksicht genommen werden, welches jedoch die ersten Beobachter nicht sogleich haben thun können. Hat man die Aequatorshöhe schon einigermassen richtig gefunden; so ist es am besten, aus dieser und der grösten Mittagshöhe der Sonne die Schiefe der Ecliptik herzuleiten, weil bey grössern Höhen nicht allein die Parallaxe, sondern auch die Refraction weniger Einfluß hat. Die neuesten Beobachtungen, wenn man sie mit ältern Beobachtungen vergleicht, ergeben, daß dieser Winkel des Aequators mit der Ecliptik nach und nach kleiner werde, und in 100 Jahren vielleicht um mehr als eine Minute, (nach andern Bestimmungen nur um 46 Secunden) abnehme. Wofern eine Angabe vom Eratosthenes richtig ist, so hat die Schiefe der Ecliptik 230 Jahr vor der Christl. Jahrrechnung 23° 51′ 20″ betragen, und

jetzt

jetzt findet man sie nur von 23° 28′12″. Von einer andern kleinen periodischen Veränderung wird weiter unten Nachricht vorkommen.

Zusatz.

81. An einem jeden andern Tage des Jahrs kann zu Mittage die Declination VS des Mittelpuncts der Sonne in S gefunden werden, wenn man die Mittagshöhe beobachtet, und mit der Aequatorshöhe vergleicht. Alsdenn hat man im rechtwinklichten sphärischen Dreyeck VSW ausser dem rechten Winkel bey V auch den Winkel bey W als die Schiefe der Ecclíptik und die Seite VS. Daraus können die übrigen beyden Seiten WS und WV, las die Länge der Sonne und ihre Rectascention (ihres Mittelpuncts nemlich, wie hier allemal verstanden wird) gefunden werden. 223 Fig.

Die 5. Aufgabe.

82. Die Rectascension eines Fixsterns zu finden.

Aufl. Nach einer guten Uhr, welche die Sternzeit richtig zeigt, beobachtet man den Augenblick, da der Stern culminirt, und zugleich die nächste Culmination des Mittelpuncts der Sonne, die entweder vorhergeht, oder folgt. Die Zwischenzeit verwandle man in Grade des Aequators, (47. §.) so hat man den Zeitbogen zwischen dem Abweichungskreise der Sonne, worin sie zu Mittage war, und zwischen dem Abweichungskreise des Fixsterns. Aus der Mittagshöhe, welche die Sonne hatte, findet man ihre Declination, daraus ferner ihre Rectascension die sie zu Mittage hatte, und dazu addirt man, oder subtrahirt, wie es dem 44. §. gemäß

mäß ist, den erwehnten Zeitbogen zwischen beiden Abweichungskreisen.

Zusatz.

223 Fig. 83. Wenn die Rectascension und Declination eines Sterns bekannt ist, so kann seine Länge und Breite durch Rechnung gefunden werden. Denn im Dreyeck PΠL ist PΠ der Schiefe der Eccliptik gleich, PL ist das Complement der Declination, der sphärische Winkel ΠPL ist = 180° — LPZ und LPZ ergänzt die Rectascension WY zu 90°. Demnach hat man den Winkel an P mit den Seiten die ihn einschliessen, und kann das übrige finden. Es ist aber ΠL das Complement der Breite, und der Winkel LΠP das Complement der Länge zu 90°. Der Positionswinkel ΠLP wird hiernächst ebenfalls leicht gefunden, entweder aus den beyden Seiten PΠ, ΠL, und dem Winkel ΠPL, oder aus allen dreyen Seiten PΠ, PL, ΠL.

Die 24. Erklärung.

84. Schon vor Alters hat man gewisse Gegenden am Himmel, die mehrere Fixsterne fassen, mit eigenen Nahmen belegt, und unter allerley Figuren vorgestellet, die sich zum Theil auf wahre Geschichte, zum Theil auf die Fabeln der alten Dichter beziehen. Das ist die Ursache, weßwegen man Sternbilder, oder Gestirne, Asterismen, von einzelnen Fixsternen, wovon viele ebenfalls eigene Nahmen erhalten haben, unterscheiden muß. Hie und da waren auch einzeln am Himmel zerstreuete Sterne übrig, welche zu keinen von den Gestirnen gehörten, denen die Alten eigene Nahmen beygeleget hatten, und diese nannten sie Sporades, zerstreuete, in keine Figur gebrachte Sterne. Die

einzel-

einzelnen Sterne werden sonst nach ihrer scheinbaren Grösse in Sterne erster, zweyter, dritter, vierter, fünfter und sechster Grösse eingetheilt. Ausser diesen Sternen zeichnet sich in heitern Nächten, wenn das Mondenlicht nicht hinterlich ist, derjenige weisse Lichtstreifen aus, der unter dem Nahmen der Milchstrasse bekannt ist: überdem giebt es hie und da noch Stellen, die wie kleine Lichtwölkchen erscheinen, und neblichte Sterne heissen.

Zusatz.

85. Aus dem 73 und 82. §. erhellet, wie es möglich gewesen sey, auf einer künstlichen Himmelskugel die Fixsterne nach ihren Rectascensionen und Declinationen in eben der Lage zu verzeichnen, wie sie am Himmel erscheinen. Unter mehrern andern vorgeschlagenen Hülfsmitteln die Gestirne kennen zu lernen, behält die künstliche Himmelskugel allemahl den Vorzug, wenn man sie bey der nun folgenden Beschreibung zur Hand haben kann. Hat man sie nach ihren Stellen am Himmel und ihrer Lage gegen einander schon kennen gelernt, so dienen auch gute Sterncharten und Sternenverzeichnisse, um desto besser die einzelnen Sterne kennen zu lernen. Solche Sternenverzeichnisse sind für die ausübende Astronomie sehr wichtig, wie es sich im folgenden mit mehrern ergeben wird. Unter andern erinnere man sich aus dem 73. §. wie aus der schon bekannten Declination eines Sterns die Aequatorshöhe und Polhöhe gefunden werden kann.

Anmerkung.

Soviel wir Nachricht haben, rührt das älteste uns bekannte Sternenverzeichniß vom Hipparch her, der es ohngefehr 150 Jahr vor Christi Geburt verfertiget hat. Claudius Ptolomäus, der zu Alexandrien in

Egypten im zweyten Jahrhundert nach Christi Geburt lebte, hat uns das Sternverzeichniß in seinem astronomischen Werke aufbehalten, das eigentlich den Titel führt: Μεγάλη συνταξις τῆς ἀστρονομίας, nun aber, nachdem es im 9ten Jahrhundert in die arabische, und aus dieser im 13ten Jahrhundert ins lateinische war übersetzt worden, gewöhnlich unter dem Titel: Almagestum angeführt wird. Neuere Sternverzeichnisse aus eigenen Beobachtungen hat man vom Tycho de Brahe, Johann Hevel, *Flamstead*. M. s. Astronomiae instauratae Progymnasmata Auct. Tycho de Brahe P. I. Von diesem Buche hat man zwo Ausgaben, die erste vom Jahr 1602 die andre von 1648. Ioh. Hevelii Prodromus Astronomiae cum catalogo fixarum et firmamentum Sobiescianum Gedani 1690. Das Werk enthält 56 vorzüglich schöne Sterncharten. Flamsteadii Historia coelestis Britannica Tomi III. Lond. 1725. Seit dem Jahr 1603 hatte man schon eine Sammlung von Sterncharten unter dem Titel: Ioh. Bayeri Uranometria omnium asterismorum continens schemata nova methodo delineata, und es sind nach der Zeit mehrere Auflagen davon gemacht worden. In diesen Charten sind die Sterne mit Buchstaben des griechischen Alphabeths, und wenn diese in einem Gestirne nicht zureichten, die übrigen mit Buchstaben aus dem lateinischen Alphabeth bezeichnet. Eben die Bezeichnung hat nachher Flamstead in seinen Himmelscharten beybehalten, und sie ist von den Astronomen allgemein angenommen worden. In Deutschland sind Doppelmayers Himmelscharten, die er im Jahr 1742 zu Nürnberg heraus gegeben hat, ziemlich bekannt, und sie würden zum Gebrauch noch weit angenehmer seyn, wenn zur Bezeichnung der Sterne eben die Buchstaben, welche Bayer und Flamstead gebraucht haben, wären beybehalten worden. Die Sterne werden darin nach Hevels Beobachtungen vorgestellet, und die deutschen Schriftsteller haben sie bey den Beschreibungen der Anzahl und Grösse der zu jedem Gestirne gehörigen einzelnen Sterne gewöhnlich zum Grunde geleget. Nur an die Doppelmayerschen Buchstaben muß man sich nicht gewöhnen,

weil

weil die Bayerschen überall gebraucht werden. Im Jahr 1679 hat Augustin Royer vier Himmelscharten bekannt gemacht, die man um deßwillen kennen muß, weil sie in Ansehung der neuern Gestirne, mit den Heveliſchen Charten nicht übereinkommen. Das schon angeführte Flamsteadtsche Werk mit den dazu gehörigen Chartenist unter allen das vollständigste. Im Jahr 1776 hat Herr Fortin zu Paris eine Ausgabe der englischen Orginalcharten im kleinern Format veranstaltet, und wir haben nun auch eine noch sehr verbesserte deutsche Ausgabe davon, die Herr Bode, Astronom der Königl. Preuss. Academie der Wissenschaften unter dem nachstehenden Titel besorgt hat: Vorstellung der Gestirne auf 34 Kupfertafeln nach der Pariser Ausgabe des Flamsteadtschen Himmelsatlas, Berlin und Stralsund. 1782.

Nähere Beschreibung der Gestirne.

86. Grade im Norden ohngefehr 51 Grad hoch über dem Horizont in Halte findet man den Nordstern oder Polarstern. Es ist ein heller Stern von zweyter Grösse der an den oben (15. §.) schon angezeigten Merkmahlen leicht erkannt wird. Zunächst um den Pol muß man sieben Gestirne, fünf alte vom Ptolmäus im Almagest beschriebene Sternbilder, und zwey neue Gestirne kennen lernen. Die alten Gestirne sollen hier mit den grossen römischen, die neuen mit den kleinen arabischen Ziffern bezeichnet werden. Bey Beschreibung der Gestirne selbst werde ich vornemlich nur die Sterne erster, zweyter und dritter Grösse, auch zuweilen die von vierter Grösse, und ihre Lage gegen einander als Hülfsmittel anführen, die Gestirne kennen zu lernen. Uebrigens ist leicht zu erachten, daß nicht alle Sternenverzeichnisse die Anzahl aller zu jedem Gestirn gehörigen einzelnen Gestirne übereinstimmig angeben können; neuere zählen mehrere als

ältere, so wie nach und nach die Stellen mehrerer durch Beobachtungen sind bestimmt worden.

I. Der grosse Bär.

87. Die ältern Nahmen sind Arctos major, septem Teriones vel Triones, Parrhasis, Callisto. Lycaonia, Dobeb. (Virg. Georg I. v. 138. Homer. Lib. XVIII. Iliad. v. 487. Vier sehr kenntliche Sterne stehen in einem ziemlich regulairen Viereck im Rücken, und drey andre linker Hand in einer etwas gebogenen Linie im Schwanz des Bären. Sechs von diesen Sternen sind von zweyter Grösse, nur derjenige im Viereck, welcher dem Schwanz am nächsten steht, ist von dritter Grösse. Seitwärts ganz nahe über dem mittelsten im Schwanze steht der kleine Stern Alcor, der Reuter. Die Landleute nennen diesen Theil vom Gestirn des Bären den Wagen am Himmel. Sonst gehören noch hieher sechs kleinere Sterne im Kopf, unter ihnen drey im Halse; und weiter unten sechs in den Vorderfüssen. Unter den letztern sind drey von dritter Grösse. Zur linken unter dem Viereck im Rücken finden sich noch verschiedene nur kleine Sterne, die zu den Hinterfüssen gehören. Die Fabel von der Callisto, daher das Gestirn den Nahmen erhalten hat, erzählt Ovid Lib. II. Metam. v. 401. auch vergleiche man Fab. 6. v. 512.

Die zwey vordern Sterne im Viereck stehen mit dem Polarstern in grader Linie: diese Bemerkung ist ein neues Hülfsmittel, den Polarstern sicher zu finden.

II. Der kleine Bär.

88. Arctos minor, Phœnice, Plaustrum minus. Er siehet völlig so aus; wie der grosse Bär, und steht

dem

dem Polarstern näher: nur ist alles kleiner, als im grossen Bär, und die Stellung ist so, daß der Schwanz dieses kleinen Bären dahin weiset, wo der grosse Bär den Kopf hat. Die beyden vordersten Sterne im Viereck des Rückens nach dem Kopf zu sind die hellesten, nebst dem äussersten im Schwanz, und dieser letztere ist selbst der Polarstern, der auch den Nahmen Cynosura führt, weil der kleine Bär von einigen Alten unter dem Bilde eines Hundes vorgestellet wird. Eben dieser Polarstern ist von zweyter Grösse, die beyden obersten im Viereck machen mit dem ersten im Schwanz fast eine grade Linie, und der zunächst am Halse ist ebenfalls von zweyter Grösse, der an den Vorderfüssen von dritter Grösse. Die zwey ersten im Schwanz kommen auch unter dem Nahmen der Wächter (vigiles) vor, weil sie oft bey trüben Himmel sichtbar sind.

III. Der Drache.

89. Serpens, Anguis, Hesperidum custos, schlingt sich um den kleinen Bär schlangenförmig fast in der Figur eines S. Der Schwanz läuft mitten zwischen beyden Bären durch, und die Krümme nach dem Kopf zu liegt unter den Füssen des kleinen Bären. Zwey Sterne von dritter Grösse im Kopf sind ziemlich kenntlich. Wenn man die Linie zwischen den beyden vordersten Sternen im Viereck des kleinen Bären verlängert; so trift sie auf einen hellen Stern dritter Grösse mitten im Drachen, zwischen dem Kopf des Drachen und dem kleinen Bär. Ein Stern zweyter Grösse steht im Schwanz des Drachen. (Virg. Georg. I. v. 244.) Nach dem Lucan ist dies der Drache, der die gol-

denen

denen Aepfel im Walde der Hesperidum bewacht hat, und vom Hercules umgebracht, von der Juno aber an den Himmel gesetzt worden.

IV. Cepheus.

90. Wenn man die Linie zwischen den beyden vordersten Sternen im Viereck des grossen Bären durch den Polarstern in Gedanken verlängert; so trift man an der andern Seite des Polarsterns auf diesen **Cepheus**. Im Kopf, der an die Milchstrasse stößt, siehet man ein kleines Dreyeck von 3 Sternen vierter Grösse, Leib und Füsse sind dem Polarstern zugekehrt, und am kenntlichsten sind darin 3 Sterne dritter Grösse. Eine Linie vom Kopf nach den Polarstern gezogen läuft auf zwey kenntliche Sterne vierter Grösse zu, zwischen jenen dreyen Sternen dritter Grösse durch, wovon zwey auf der Seite nach dem Drachen zuliegen, der dritte aber auf der andern Seite. Sonst sind die übrigen hieher gehörigen Sterne nur wenig kenntlich. Cicero (Tusculan. Quæst. L. 5. C. 3. n. 8. p. 424. Ed. Ernesti.) erzählt, der König Cepheus in Aethiopien sey nach seinem Tode mit seiner ganzen Familie, (nemlich) seiner Gemahlin Cassiepäa, seiner Tochter Andromeda, und Schwiegersohn Perseus, die weiter unten vorkommen,) wegen seiner ungemeinen Wissenschaft in der Sternkunde an den Himmel gesetzt worden.

V. Cassiopäa.

91. Dies Gestirn ist etwas weiter vom Pol entfernt als Cepheus, und die Brust stehet schon in der Milchstraße. Eine Linie vom Hintertheil des grossen Bären zwischen dem Viereck und Schwanz durch den Polarstern trift an der andern Seite dieses

ses Polarsterns auf die Cassiopäa. Sie wird wie Cepheus in umgekehrter Stellung die Füße gegen den Pol, den Kopf dem Aequator zugekehrt gezeichnet. Drey Sterne dritter Grösse stehen beynahe in grader Linie, und der äusserste in der Brust ist daran zu erkennen, daß er schon in der Milchstrasse steht.

1. Der Cameloparde.

92. Zwischen der Cassiopäa und dem Kopf des grossen Bären ist noch ein ziemlich geräumiger Platz übrig, wo nur kleine wenig kenntliche Sterne befindlich sind; welche die Alten in kein Sternbild gebracht hatten. Bartschius hat hieher ein neues Sternbild, den Cameloparden gesetzt, so daß er mit der Brust gegen den Kopf des grossen Bären, mit den Hinterfüssen gegen die Cassiopäa; und die Milchstrasse stehet, und der Kopf oben dem Pol nahe ist.

2. Das Renntbier.

Equicervus, über dem Rücken des Cameloparden zwischen den Füssen des Cepheus und der Cassiopäa. Herr le Monnier setzte dies kleine Sternbild hieher: es befindet sich nur auf den neuesten Charten, und enthält nur Sterne 6ster Grösse bis auf einen von 5ter Grösse.

Die Hauptsegmente und Hauptzonen der Himmelskugel.

93. Die bisher beschriebenen sieben Gestirne können füglich circumpolares heissen. Sie nehmen um den Nordpol herum einen Raum ein, der sich an einigen Stellen ziemlich weit über dem Polarkreis IIM hinaus erstreckt: denn dieser Polarkreis läuft durch den Kopf des grossen Bären, und der ganze 223 Fig.

ze übrige Theil dieses Gestirns liegt schon ausserhalb des Polarkreises. Nur der kleine Bär liegt ganz innerhalb desselben, und ein grosser Theil vom Cepheus von den Füssen bis nahe an die Schultern. Vom Drachen liegt eine Krümme zunächst dem Kopf innerhalb, die andre ausserhalb des Polarkreises. Auch Cassiopäa liegt beynahe ganz ausserhalb des Polarkreises. Indessen ist es ein grosses Hülfsmittel, um desto leichter sowohl ganze Gestirne, als auch einzelne Sterne am Himmel zu finden, wenn man diesen Raum den die Circumpolargestirne einnehmen, die nordliche Hauptzone nennt, und sich übrigens die ganze Himmelskugel so eingetheilt vorstellet, wie sie die beyden Polarkreise ΠM, DK: und die beyden Wendekreise HF, IX theilen. Zuerst also ein nordliches Segment um den Nordpol P, und eben so ein südliches Segment um den Südpol Q herum. Ferner die nordliche Hauptzone zwischen dem Polarkreise ΠM und nordlichen Wendekreise HF, und eben so, die südliche Hauptzone zwischen dem südlichen Polarkreise DK und Wendekreise IX, ohne daß diese Kreise eben aufs genaueste die Gränzen abgeben. Mitten um die Kugel herum läuft alsdenn die äquatorische Zone zwischen beyden Wendekreisen, die man vom Aequator so nennen kann. Die Nahmen der zu einer jeden dieser Abtheilungen gehörigen Gestirne behält man alsdenn am besten in der Ordnung, wie sie von Westen gegen Osten auf einander folgen. So werden die Grade der Rectascension gezählt, (42. §.) und in eben dieser Ordnung folgen auch die Gestirne in der täglichen Bewegung von Osten gegen Westen nach einander. Auf den grossen Bär

in

in der nordlichen Hauptzone folgt nach dieser Ordnung der kleine Bär mit dem Drachen, darauf Cepheus alsdenn Cassiopäa, zuletzt das Rennthier und der Cameloparde.

Die nordliche Hauptzone.

94. Hieher gehören acht alte und acht neue Gestirne, und es ist am rathsamsten, daß man sich hier sowohl, als auch weiter im folgenden zuerst vornemlich nur die alten Gestirne bekannt mache.

1. Der Luchs.

Unter den Vorderfüssen des Cameloparden, und unter dem Kopf mit den Vorderfüssen des grossen Bären, sind wenig helle Sterne befindlich: Hevel brachte sie in ein Sternbild, das er den Luchs nannte, weil man scharfe Augen haben muß, um diese Sterne zu finden. Weiter Ostwärts unter den Hinterfüssen des grossen Bären steht.

2. Der kleine Löwe.

Welchen ebenfalls Hevel dahin gesetzet hat. Die drey kenntlichsten dahin gehörigen Sterne sind von dritter Grösse, und stehen fast alle drey in grader Linie. Neun in dieser Gegend befindliche Sterne hatten die Alten unter dem Nahmen der Sporadum schon mitgezählt. Hinter dem grossen Bär und kleinen Löwen folgt in der täglichen Bewegung

I. Bootes.

95. Er heißt auch Arcas, Custos Erimanthidos ursæ, Venator ursæ, Arctophylax. Es soll dieser Arcas der Sohn des Jupiters und der Calliste seyn, wovon Ovid nachzusehen ist. Trist. Lib. I. Eleg. III. v. 103. Fast. III. v. 405. Zu diesem Gestirn gehört ein Stern erster Grösse, der Arcturus heißt, und 6 von zweyter Grösse: daher ist

die-

dieser Bootes sehr kenntlich. Von den Sternen zweyter Grösse steht einer im Kopf, mit dem äussersten im Schwanz des grossen Bären und dem hintersten hellen im Quadrat des grossen Bären fast in grader Linie. Ferner steht in jeder Schulter ein Stern zweyter Grösse, mit jenem im Kopf fast im gleichseitigen Dreyeck. Der vierte Stern zweyter Grösse steht im Gürtel, und nahe bey ihm zwey helle Sterne vierter Grösse. Noch steht in jedem Fuß ein Stern zweyter Grösse, und etwas weniges höher als diese beyden der Arcturus. Zwischen dem grossen Bär und Bootes hatten die alten zwey Sporades bemerkt. Hieher hat Hevel

3. die Jagdhunde

Asterion und Chara gesetzt, Asterion steht oben, Chara unten, und in der Halsbinde der Chara ein Stern zweyter Grösse. Die übrigen sind kleinere Sterne.

Die drey Hevelischen Gestirne, der Luchs, der kleine Löwe, und die Jagdhunde, machen auf Royers Charten. (R. s. dem 61. §.) nur ein neues Gestirn aus, das er den Jordanfluß nennt. Der helle Stern in der Halsbinde der Chara heißt auf den englischen Charten das Herz Carls II.

4. Die Haare der Berenice.

Unter den Jagdhunden soll Conon, ein ägyptischer Hofmathematicus zur Zeit des Königes Ptolmäus Philadelphus dies Gestirn an den Himmel gesetzet haben. Am kenntlichsten ist das Sternbild da, wo bey der Abbildung die Haare zusammengebunden vorgestellet werden, weil daselbst 10 kleine Sterne nahe bey einander stehen. Ptolomäus hatte in seinem

Alma-

Almageſt dieſes Sternbild nicht mitgezählt: aber Tycho hat es hergeſtellet, und hieher geſetzt.

5. Der Berg Mönalus.

Dieſen ſetzte Hevel an den Himmel unter den Füſſen des Bootes, weil Arcas nach den Fabeln der Poeten auf dem Berge Mönalus geſtanden hat, und rechnete 8 Sporades dazu, davon 6 zur vierten, 2 zur fünften Gröſſe gehören.

II. Die nordliche Krone.

96. (Corona borealis, Corona Ariadnae) Dieſe folgt dem Bootes in der täglichen Bewegung. Es iſt zwar nur ein kleines Geſtirn in der Figur eines Kranzes: doch iſt einer von den dazu gehörigen Sternen ſehr kenntlich und von zweyter Gröſſe. Dieſen nennt Virgil Gnoſia: (Lib. I. Georg. v. 223.) er ſteht mit dem Polarſtern und dem hellen im Quadrat des kleinen Bären in grader Linie. Die Fabel von der Ariadne erzählt Ovid Metam. Lib. 8. Fab. 2. v. 177. und Lib. III. Faſtor. v. 459. ſqq.

III. Hercules.

97. Ein groſſes Geſtirn, bey deſſen Abbildung Hercules in umgekehrter Stellung ſo vorgeſtellet wird, daß er mit dem einen Fuß kniet, daher er auch Engonaſis, Genu flexus, heißt, und mit dem andern auf den Kopf des Drachen tritt. Acht Sterne von dritter und 16 von vierter Gröſſe machen mit vielen andern kleinern dies Geſtirn ſehr kenntlich. Der erſte Stern dritter Gröſſe ſteht unten im Kopf, der zweyte in der linken Schulter, der dritte im rechten Arm, der vierte gleich unter dem rechten Arm, der fünfte in der Hüfte, der ſechſte etwas weiter nach dem Drachen zu, der ſiebente im rechten Knie, der achte im Fuß nahe beym Kopf des Drachen. Auch

gehört hieher ein neblichter Stern ganz unten im Fuß noch näher beym Kopf des Drachen. M. s. Ovid. Metam. Lib. IX. v. 134 sqq.

In der rechten Hand hält Hercules

6. den Cerberus, ein neues von Hevel hinzugesetztes Sternbild, wozu einige Sterne, von vierter und fünfter Grösse gerechnet werden. Ältere Charten auch die Englischen haben statt dessen einen Apfelzweig. Nach dem Hercules folgt

IV. Die Leyer des Orpheus.

98. Die Musen sollen sie mit Jupiters Einwilligung an den Himmel gesetzt haben, als Orpheus von den Thracischen Weibern in Stücken zerrissen, und sein Kopf nebst der Leyer in den Fluß Hebrum geworfen worden. Unter den dahin gehörigen Sternen ist einer von erster Grösse, der Lucida Lyrae, auch Fidicula, Wega, heißt. Unter den übrigen zählt man noch 3 von 3ter Grösse. Dies Gestirn steht nahe an der Milchstrasse, es wird auch wie ein herabfallender Geyer gebildet unter dem Nahmen vultur cadens.

V. Der Schwaan.

99. Ein sehr kenntliches Gestirn in der Milchstrasse, das gleich nach der Leyer in der täglichen Bewegung folgt. Es gehört dazu ein Stern von zweyter, 7 von dritter Grösse, mit vielen andern kleinern. Der Stern zweyter Grösse steht im Schwanz. Von den Sternen dritter Grösse findet man einen in jedem Flügel, und einen im Kopf, welche mit dem im Schwanz beynahe die Gestalt eines Kreuzes machen, und in der Mitte dieses Kreuzes stehen noch zwey Sterne dritter Grösse neben einander. Die übrigen beyden Sterne dritter

Grösse

Grösse stehen im südlichen Flügel mit der Brust in grader Linie. Dieser Schwaan wird fliegend abgebildet, sein Kopf erstreckt sich bis unter die Leyer, der eine Flügel aufwärts bis an den Drachen gegen Norden, der andre unterwärts gegen Süden: der Schwanz erstreckt sich bis an den Kopf des Cepheus. Man hält diesen Schwaan für denjenigen, worin Orpheus soll verwandelt seyn, als er von den Bachanten zerrissen worden.

Gleich unter dem Kopf und Halse des Schwaans steht

7. der Fuchs mit der Gans,

(vulpecula cum anſere) und das kleine Sternbild hat wiederum Hevelius hieher gesetzt. Dahin gehört unter andern ein Stern vierter Grösse, welcher den Alten nur als einer der Sporadum bekannt war. Auf Royers Charten ist hier der Tygerfluß gezeichnet, der sich aber noch weiter gegen Süden recht in der Milchstrasse bis an das Gestirn des Schlangenmannes erstreckt, wovon im 105. §. die Beschreibung folgt.

Hinter dem südlichen Flügel und Schwanz des Schwaans unter dem Kopf des Cepheus ist eine ziemlich geräumige Stelle, wo lauter ganz kleine wenig kenntliche Sterne stehen. Hevel hat

8. die Eidexe, (Lacerta, Stellio,) hieher gesetzt, auf Royers Charten aber sind hier ein Paar Scepter gezeichnet.

VI. Die Andromeda,

100. des Cepheus und der Cassiopäa Tochter, des Perseus Gemahlinn, der ihr in der täglichen Bewegung gleich folgt. Auch dies grosse Gestirn ist sehr kenntlich. Ausser einem neblichten Stern ge-

hören hieher 3 von zweyter Grösse, 2 von dritter, 10 von vierter Grösse mit vielen andern kleinern. Die drey Sterne zweyter Grösse stehen fast in grader Linie, im Kopf, im Gürtel, und im Fuß. Der mittlere im Gürtel heißt bey den Arabern Mirach, der letzte im Fuß aber Alamak. Im Gürtel steht auch der neblichte Stern.

VII. Perseus.

101. Dies Gestirn steht recht in der Milchstrasse und wird mit dem Kopf der Meduſa in der Hand abgebildet. Von zweyen hieher gehörigen Sternen zweyter Grösse steht einer im Kopf der Meduſa, er hat auch den Nahmen Algol, und spielt mit einem röthlichen Licht. Der zweyte Stern zweyter Grösse steht dem Algol gegen über in der Seite des Perseus, so daß er mit dem Algol, und dem Fuß der Andromeda beynahe ein gleichseitiges Dreyeck macht.

VIII. Der Fuhrmann.

102 Auriga, Erichtonius, im Homer Erichteus. Dieses grosse sehr schöne Gestirn beschließt die Reihe der alten Gestirne in der nordlichen Hauptzone gleich nach dem Perseus, grade unter dem Cameloparden. Es ist dem Andenken des Athenienſischen Königes Erichtonius gewidmet, der als Erfinder vieler nützlichen Künste beschrieben wird, und besonders der Kunst, sich des Wagens mit Zugpferden zu bedienen. Virg. Georg. Lib. III. v. 113. Es enthält unter vielen andern einen Stern erster Grösse, 2 Sterne zweyter Grösse, 2 von dritter 6 von vierter Grösse. Der Stern erster Grösse heißt Capella und sitzt dem Fuhrmann auf der linken Schulter: neben ihm auf der andern Schulter

steht

steht ein Stern zweyter Grösse, und der andre Stern zweyter Grösse steht im Fuß. Im andern Fuß steht ein Stern dritter Grösse, und der zweyte von dritter Grösse steht im Kopf. Gleich unter der Capella stehen drey Sterne vierter Grösse, welche die Böcklein, (hoedi) heissen. Der Gürtel und die Füsse des Fuhrmanns stehen in der Milchstraße, die zwischen der Capella und den beyden hellen Sternen in den Füssen hindurch gehet.

Allgemeine Anmerkung.

103. Die Circumpolargestirne im nordlichen Segment gehen bey uns nie unter, und man findet sie zu jeder Jahrszeit und in jeder Stunde der Nacht gewiß am Himmel. Weil man jedoch gewöhnlich wohl die Abendstunden nach Untergang der Sonne zu den Betrachtungen des gestirnten Himmels wählen wird; so bemerke man hier vorläufig folgendes. Der grosse Bär befindet sich in den Abendstunden im Herbst unter dem Pol im Norden, in den dreyen Wintermonaten seitwärts des Pols im Osten, in den Frühlingsmonathen oberhalb des Pols nahe beym Zenith, und in den Sommermonathen seitwärts des Pols im Westen. Um die übrigen Circumpolargestirne zu finden, darf man sie nur nach der Ordnung der täglichen Bewegung von Westen nach Osten um den Polarstern herum suchen. Der Bär und die übrigen hieher gehörigen Gestirne bewegen sich wie alle übrige von Osten nach Westen, wenn sie oberhalb des Pols sind, von Westen nach Osten aber, wenn sie unterhalb des Pols durchgehen, wie es nicht anders seyn kann. Was die zur nordlichen Hauptzone gehörigen Gestirne betrift, so bemerkt man vornemlich die beyden Sterne erster Grösse Capella im Fuhrmann, und die Lucida der Leyer. Die Abweichung der Capella ist noch etwas grösser als 45°, also geht sie bey uns, wo die Aequators-Höhe ohngefehr 39° ist gar nicht unter. Die Lucida der Leyer hat eine Abweichung von $38\frac{1}{2}°$. Hier in Halle ist die Aequatorshöhe ziemlich nahe eben so groß: also geht Lucida Lyra bey uns auch nicht unter, ob sie gleich grade im Norden im Horizont erscheint. Der drit-

te zur nordlichen Hauptzone gehörige Stern erster Grösse, Arcturus im Bootes hat eine Abweichung nur von $20\frac{1}{2}°$: er geht also im Nordwesten unter, kommt nach ohngefehr 8 Stunden im Nordosten wieder zum Vorschein, und man findet ihn nicht allemahl über dem Horizont. Weil jedoch Bootes zunächst nach dem Bär in der täglichen Bewegung folgt; so kann man leicht aus dem blossen Anblik der Stelle, wo man den Bär findet, beurtheilen wo ohngefehr Arctur seine Stelle haben muß.

Die äquatorische Zone.

104. Die Ecliptik läuft durch zwölf Gestirne, diese umgeben die Himmelskugel wie eine eigene Zone, die zwischen den Wendekreisen eine schräge Lage hat, und unter dem Nahmen des Thierkreises nur einen Theil des Raums zwischen den Wendekreisen einnimmt, welcher die äquatorische Zone ausmacht. Die Nahmen der zwölf zum Thierkreise gehörigen Gestirne sind aus jedem Calender bekannt. Es sind folgende: 1. Widder, 2. Stier, 3. Zwillinge, 4. Krebs, 5. Löwe, 6. Jungfrau, 7. Wage, 8. Scorpion, 9. Schütze, 10. Steinbock, 11. Wassermann, 12. Fische. Diese zwölf Gestirne heissen auch himmlische Zeichen, oder die Zeichen des Thierkreises. Die mit n. 1. bis n. 6. bezeichneten heissen die Sommerzeichen, weil um die Zeit, da diese Gestirne ihre Nahmen erhalten haben, die Sonne mit dem ersten Frühlingstage in den Widder, und mit dem ersten Herbsttage in die Wage trat: deßwegen heissen auch die übrigen mit n. 7. bis n. 12. bezeichneten die Winterzeichen. Die Absicht mag wohl anfangs gewesen seyn, daß jedes dieser Gestirne nach der Länge der Ecliptik gerechnet ohngefehr 30 Grade einnehmen sollte, damit alsdenn die Sonne in je-

dem

dem Zeichen sich ohngefehr einen Monath verweile: allein die 12 Gestirne des Thierkreises sind sehr ungleich groß ausgefallen. Indessen hat das doch die Eintheilung der Ecclíptik in gleiche Bogen von 30° (33. §. veranlasset, die auch Zeichen (Dodecatemoria) heissen, auch wohl mit den Zeichen des Thierkreises nach der Ordnung einerley Nahmen führen. Wenn nun gleich Eccliptik und Aequator einander halbiren, so wird doch der Thierkreis nicht vom Aequator halbirt.

Nordwärts des Aequators.

liegen 12 die Fische, 1 der Widder, 2 der Stier, 3 die Zwillinge, 4 der Krebs, 5 der Löwe, 6 die Jungfrau ohngefehr zur Hälfte.

Südwärts des Aequators.

7 die Wage, 8 der Scorpion, 9 der Schütze, 10 der Steinbock, 11 der Wassermann.

Die äquatorische Zone wird also am besten in folgende vier Abtheilungen gebracht. Man unterscheide den nordlichen Theil des Thierkreises vom südlichen Theil. Der nordliche Theil fängt mit den Fischen unter der Andromede an, und läuft unter dem Perseus dem Fuhrmann, dem Luchs, und grossen Bären fort bis unter das Haupthaar der Berenice und dem Berge Mœnalus unter des Bootes Füssen, woselbst er sich mit der Jungfrau endiget, die zum Theil schon unter dem Aequator liegt. Zum südlichen Theil gehören die übrigen 5 Zodiacalgestirne. Oberhalb des südlichen Theils bleibt zwischen demselben und einem Theil der nordlichen Hauptzone, worin die Krone, Hercules, die Leyer, der Schwaan, und Hevelii Eidexe ihre Stelle haben, noch ohngefehr eine halbe Zone am Himmel

übrig, die zwar zur äquatorischen Zone aber nicht zum Thierkreise gehört, und welche füglich die nordliche Halbzone heissen kann. Unterhalb des nordlichen Theils vom Thierkreise von den Fischen bis unter der Jungfrau ist in der äquatorischen Zone eine ähnliche halbe Zone übrig, welche man die südliche Halbzone nennen kann.

Die nordliche Halbzone.

105. Hieher gehören acht Gestirne von denen, die Ptolemäus beschrieben hat. Nördliche Gestirne sind nach dem Ptolemäus diejenigen, welche nordwärts des Thierkreises liegen, und südliche diejenigen, welche südwärts des Thierkreises ihre Stellen haben. Ptolemäus zählt 21 nordliche Gestirne, nemlich 5 Circumpolargestirne, (87—91. §.) 8 in der nordlichen Hauptzone, (95 — 102. §.) und 8 in der nordliche Halbzone.

I. Der Schlangenträger, und II. die Schlange.

Ophiucus, Serpentarius, sind Nahmen des Schlangenmannes, der den Aesculap vorstellen soll. Ovid. Lib. 15. Fab. 50. v. 665. Der Kopf des Ophiucus zeichnet sich durch einen Stern zweyter Grösse aus, gleich unter dem Kopf des Hercules, der übrige Theil des Gestirns, welches ansehnlich groß ist, fasset ausserdem noch 5 Sterne von dritter Grösse ausser vielen andern kleinern, wodurch es ziemlich kenntlich wird. Jede Schulter hat einen Stern von dritter und einen von vierter Grösse.

Die Schlange schlingt sich zwischen den Füssen des Schlangenmannes durch, der Kopf hebt sich aufwärts beym Hercules unter der Krone, und der Schwanz schlingt sich auf der andern Seite des

Schlan-

Schlangenmannes zwischen der Milchstrasse in die Höhe, unter den kenntlichsten dazu gehörigen Sternen ist einer von zweyter, und 7 sind von dritter Grösse. Der helleste Stern steht im Halse, zwischen zweenen andern von 3ter Grösse, mit den hellen Sternen im Schwanze des Drachen und der Krone in grader Linie. Auch stehen im Halse noch 2 Sterne von vierter Grösse. Auf der andern Seite des Schlangenmannes ist das Ende des Schwanzes zwischen zweyen Armen der Milchstrasse an dreyen Sternen 3ter Grösse, die übereinander stehen sehr kenntlich.

I. Das Sobieskische Schild.

106. Dem Könige von Polen Johann III. und dessen Familie zu Ehren, setzte Hevel unter diesem Nahmen ein Gestirn hieher, in der Milchstrasse unter dem Schwanz der Schlange, und rechnete 7 Sterne dahin, soviele nemlich als Personen in der Sobieskischen Familie waren. Es sind 2 Sterne von 4ter, 4 von 5ter und einer von 6ter Grösse.

III. Der Adler, und
IV. der Pfeil.

107. Weiter gegen Osten unter der Leyer und dem Schwaan steht der Adler in der Milchstrasse, den man auch leicht an einem dazu gehörigen Stern erster Grösse (Lucida aquilae. Altair,) erkennt. Dies Gestirn heißt auch vultur volans, man rechnet dahin ausserdem noch 2 Sterne von 3ter Grösse, wovon einer im Halse, einer im rechten Flügel, zwey im Schwanze stehen. Die übrigen sind kleiner und nicht so kenntlich. Der Stern erster Grösse steht mit den beyden hellesten in der Leyer in grader Linie.

Der Pfeil ist ein kleines Gestirn zwischen dem Adler und Schwaan, wozu nur 4 Sterne von vierter, einer von 5ter Grösse nebst noch einigen von 6ster Grösse gehören. Es soll einer von den Pfeilen des Hercules seyn, mit dem er den Adler getödtet hat, der des Prometheus Leber gefressen.

Unter dem Adler wird auf den neuern Himmelskugeln und Sterncharten gewöhnlich unter dem Nahmen

2. Antinous.

ein Gestirn vorgestellet, dessen zwar beym Ptolomäus im ältesten Sternverzeichnisse, so wie des Haupthaars der Berenice (95. §) schon erwehnt wird, das Ptolomäus aber unter seinen 21 nordlichen Gestirnen nicht mitgezählt. Tycho hat auch diesem Gestirn hier seinen Plaz wieder angewiesen, den es wie es scheint vormahls schon gehabt hat. Am meisten kenntlich machen es 3 Sterne von 3ter, und 6 von 4ter Grösse. Von den 3 hellesten stehet einer in jedem Arme, und der dritte im linken Fuß. Es soll der Antinous seyn, dem der Kayser Hadrian, als einer neuen Gottheit Altäre hat bauen lassen. Nach andern soll es Ganymedes seyn, den der Adler, unter welchem er stehet, aus dem Idischen Walde entführt, und in den Himmel gebracht hat, daß er den Göttern Nectar einschenke. (Virg. Lib. I. Aeneid. v. 28, und Lib. V. v. 252.) Hevel hat dem Antinous Pfeil und Bogen gegeben, womit er unter dem Schutz des Adlers (des deutschen und polnischen) nach den Schützen und Steinbock im Thierkreise zielt, welches eine Anspielung auf neuere Begebenheiten ist.

V. Der Delphin.

108. Triton, Neptuns Sohn, der den Göttern im Kriege mit den Riesen gedient hatte, soll in diesen Delphin verwandelt und an den Himmel versetzt seyn. Das Gestirn hat seine Stelle noch unter dem Schwaan, und ist nur klein: es gehören aber dazu 5 Sterne von dritter Grösse, mit einigen kleinern, die alle ganz nahe beysammen stehen: daher man dies kleine Gestirn leicht erkennen kann.

VI. Das kleine Pferd, und VII. der Pegasus.

109. Von dem kleinen Pferde (Equuleus, Cyllarus) wird auf den Himmelskugeln nur der Kopf gezeichnet, und es soll der **Cyllarus** seyn, welchen Mercur dem Castor geschenkt hat. Das Gestirn ist klein und fasset nur 4 Sterne von vierter, 1 von 5ter und noch einige von 6ster Grösse.

Der **Pegasus** ist dagegen ein ansehnlich grosses Gestirn, wiewohl es auch nur als der vordere Theil eines geflügelten Pferdes abgebildet wird. Die Stellung ist umgekehrt, der Kopf unten gleich neben dem kleinen Pferde, die Vorderfüsse aber erstrecken sich hinauf nach Norden bis unter Hevelii Eydexe, und der Hals mit den Flügeln ostwärts bis unter den Kopf der Andromeda. Unter den vielen dahin gehörigen Sternen sind drey von zweyter und 3 von dritter Grösse. Die drey Sterne zweyter Grösse machen ein grosses Dreyeck aus, zwey davon stehen fast in einerley Abweichungskreise und kommen beynahe zugleich im Meridian: der untere am Halse heißt **Markab**, der obere am Fuß Scheat. Der dritte steht weiter ostwärts an der Spitze des Flügels sehr nahe beym Colur der Nacht-

gleichen: er führt den Nahmen Algenib. Alle drey machen mit dem hellen Stern im Kopf der Andromeda ein grosses ziemlich reguläres Viereck aus. Das Gestirn ist also leicht zu erkennen. Die Fabel vom Pegasus erzählt Ovid. Lib. III. Fastor. v. 449 sqq.

VIII. Der nordliche Triangel.

110. Ein kleines Gestirn unter dem Fuß der Andromeda. Drey Sterner vierter Grösse stellen ein gleichschenklichtes Dreyeck vor, zwey davon stehen nahe bey einander, und machen ostwärts die Grundlinie aus, der an der Spitze liegt westwärts. Es werden jedoch noch einige andere kleine Sterne dazu gerechnet.

3. Der kleine Triangel.

bestehet aus 3 kleinen Sternen sechster Grösse gleich unter dem vorigen Triangel, und es ist wiederum ein kleines von Hevelen hinzu gesetztes neues Gestirn.

4. Die Fliege.

ist noch ein kleines neueres Gestirn gleich neben dem kleinen Triangel, wohin man 4 Sterne rechnet, einen von dritter, 2 von vierter und einen von fünfter Grösse. Statt dessen findet man auf Royers Charten eine Lilie gezeichnet.

Der nordliche Theil vom Thierkreise.

111. Dieser fängt mit den Fischen schon unter dem Pegasus und der Andromeda an, und läuft unter dem Perseus, Fuhrmann, dem Luchs, dem kleinen Löwen, und dem Haupthaar der Berenice bis unter dem Bootes um den halben Himmel herum.

XII. Die Fische.

zählt man zwar nach Art der Alten als das zwölfte Zodiacalgestirn; es ist aber unter den nordlichen

(104. §.) in der Ordnung der täglichen Bewegung das erste. Es ist zwar eins der grösten Gestirne, und wird wie zwei Fische gebildet, die mit einem nachläßig geschlungenen Bande an den Schwänzen zusammen gefüget sind: allein die dazu gehörigen Sterne sind klein und wenig ins Auge fallend. Der eine Fisch noch unter dem Pegasus ist dem Aequator ganz nahe und heißt der südliche Fisch. Der andere schon ziemlich hoch nach Norden hinauf gleich unter der Andromeda heißt eben darum auch der nordliche Fisch. Der helleste Stern ist nur von 3ter Grösse im Bande; hiezu kommen 6 von vierter Grösse, die übrigen sind nur von 5ter und 6ster Grösse.

I. Der Widder.

112. Dieses Gestirn, welches unter den Triangel und der Fliege seine Stelle hat, ist schon kenntlicher, als das vorige: es unterscheiden sich vornemlich ein Stern von 2ter Grösse im Kopf an dem einen Horn, und einer von 3ter Grösse am andern Horn, auch noch zwey andere von 4ter Grösse. Um die Zeit, als die Zodiacalgestirne ihre Nahmen erhalten haben, ist die Sonne am ersten Frühlingstage in dies Gestirn des Widders getreten: daher zählt man es noch als das erste hieher gehörige Gestirn.

II. Der Stier.

113. Ein noch grösseres Gestirn als der Widder. Der Kopf mit den Hörnern hat seine Stelle ostwärts, die Hörner grade unter dem Fuhrmann, der übrige Theil, welcher auf den Himmelskugeln nur den halben Leib mit den Vorderfüssen vorstellet, unter dem Perseus. Das Gestirn selbst ist groß, und wegen vieler hell glänzender Sterne, wohin ein Stern

erster

erster Grösse, einer von 2ter und 6 von 3ter Grösse gehören, leicht in die Augen fallend. Der Stern erster Grösse stehet nahe am Auge, und heißt auch das Stierauge, bey den Arabern Aldebaran, bey den Römern Palilicium. Der Stern zweyter Grösse steht im obern nordlichen Horn, und ist zugleich der Fuß des Fuhrmanns: gleich darunter an der Spitze des südlichen Horns steht ein heller Stern dritter Grösse. Nahe beym Aldebaran stehen im Kopfe noch 4 Sterne dritter Grösse, und alle 5 stellen die Figur eines liegenden lateinischen V vor, wovon die Spitze gegen Westen dem Widder, die Oeffnung aber gegen Osten den Hörnern des Stiers zugekehrt ist. Sie heissen Hyades, die Regensterne. (Ovid. Fastor. Lib. V. v. 165.) Oben im Rücken, etwas mehr nach Westen grade unter dem Fuß des Perseus steht das bekannte Siebengestirn, welches auch die Nahmen Plejades, (von πλεω, schiffen,) Atlantides, (Töchter des Atlandis, die er mit der Plejone erzeugt hat) vergiliae, führen. Der letzte Nahme kommt daher, weil sie vormahls zu Rom am Ende des Frühlings mit der Sonne zugleich aufgiengen. Der helleste im Siebengestirn heißt auch die Klukhenne. M. s. von diesem Gestirn Ovid. Fast. L. V. v. 605, Metam. Lib. I. v. 588.

III. Die Zwillinge.

114. Wiederum ein grosses mit vielen hellen Sternen prangendes Gestirn, wovon sich 3 von 2ter, 3 von 3ter, 9 von vierter Grösse besonders unterscheiden. Es soll die Zwillinge Castor und Pollux vorstellen, die Jupiter zur Belohnung ihrer brüderlichen Liebe an den Himmel gesetzt hat.

(Ovid.

(Ovid. Fast. Lib. V. v. 699.) In dem Kopf eines jeden steht ein Stern zweyter Grösse, wovon der westliche, welcher in der täglichen Bewegung voran geht, Castor, der östliche Pollux heißt. Die Füsse erstrecken sich westwärts gegen die Stierhörner, und in Castors Fusse steht ein heller Stern dritter Grösse, im Fusse des Pollux der dritte Stern zweyter Grösse.

IV. Der Krebs.

115. Die Benennung rührt vermuthlich daher, weil vormahls die Sonne, wenn sie vom Widder bis hieher im Thierkreise fortgerückt war, nun am längsten Tage sich wieder gegen Süden wandte. Jetzt tritt die Sonne um die Zeit des längsten Tages allererst in die Zwillinge. Das Gestirn des Krebses hat seine Stelle grade unter den Hinterfüssen des Luchses: es ist nicht groß, und enthält nur wenig kenntliche Sterne, 2 von 3ter, 3 von 4ter Grösse; die übrigen sind alle kleiner: einer davon ist ein neblichter Stern fast in der Mitte des Gestirns. Dieser neblichte Stern heißt die Krippe, (praesepe) gleich über und unter ihm steht ein Stern vierter Grösse, und beyde heissen Aselli. (Es sollen die Esel seyn, die im Kriege der Götter wider die Riesen durch ihr Geschrey den Sieg der Götter befördert haben.) Einer von den Sternen dritter Grösse steht unten in der südlichen Scheere, der andre weiter gegen Westen am letzten südlichen Fuß.

V. Der Löwe.

116. Wiederum eins der grösten und schönsten Gestirne mit vielen hellglänzenden Sternen. Unter diesen sind zwey Sterne erster Grösse, zwey von zweyter, 6 von 3ter, 11 von 4ter Grösse. Die

Abbil

Abbildung ist: so, daß der Kopf mit den Vorderfüssen gegen Westen dem Krebs zugekehrt ist, der Schwanz mit den Hinterfüssen gegen Osten. Grade oberhalb dieses Löwen steht der grosse Bär, und zwischen beyden der kleine Löwe Hevelii, der auch daher seinen Nahmen erhalten hat. Von den Sternen erster Grösse steht einer vorn an der Brust, und heißt das **Löwenherz**, auch **Regulus**: der andre steht im Schwanze, und heisset cauda Leonis. Ueber dem Regulus steht im Halse der Stern zweyter Grösse, nahe über und unter ihm steht ebenfalls im Halse ein Stern 3ter Grösse. Zwey andre von dritter Grösse stehen im Hintertheil des Leibes, einer über dem andern. Der obere von diesen beyden der helleste im Halse, und die beyden Sterne erster Grösse bilden ein grosses Viereck beynahe in der Figur eines Trapezii, wovon die grössere Grundlinie die untere ist zwischen den beyden Sternen erster Grösse.

VI. Die Jungfrau.

117. Auch dies Gestirn ist eines der grösten, und es stellet eine Jungfrau mit Flügeln vor, welche nach einigen Poeten **Asträa**, die Göttin der Gerechtigkeit seyn soll: nach andern aber ist es die **Ceres**. Der Kopf liegt gegen Westen am Löwen, die Füsse gegen Osten, und das Gestirn nimmt den ganzen Raum unter dem Haupthaar der Berennice, und dem Bootes ein. Einer von der dazu gehörigen Sternen ist von erster Grösse, 6 sind von 3ter, und 6 von 4ter Grösse. Im nordlichen Flügel, 12° vom Aequator entfernt, steht ein heller Stern dritter Grösse, der **Vindemiatrix**, Protrygeres, heißt. Auf der andern südlichen Seite des Aequators 10° davon entfernt steht der Stern

erster

erster Grösse, der die Kornähre, (Spica virginis) heißt, welche die Jungfrau in der Hand hält. Zwischen diesen beyden stehen 3 Sterne 3ter Grösse dem Aequator ganz nahe, fast in grader Linie von Westen nach Osten, und etwas höher noch ein vierter von denen, die zur 3ten Grösse gehören. Der sechste steht oben am südlichen Flügel nahe beym hintersten Fuß des Löwen.

Der südliche Theil des Thierkreises.

118. Dieser fängt mit der Wage unter dem Berge Moenalus an zunächst an der Schlange, und läuft unter dem Schlangenmann mit der Schlange, dem Antinous, und beyden Pferden herum wieder bis an die Fische unter dem Pegasus.

VII. Die Wage.

nur ein kleines Gestirn, wozu 2 Sterne von zweyter Grösse, einer von 3ter, und 4 von 4ter Grösse gehören, die es ziemlich kenntlich machen. Von den beyden hellen Sternen zweyter Grösse steht einer nordwärts der Eccliptik am Ruhepunct der Wage, der andere in der einen Schale fast grade in der Ecliptik. Der Stern 3ter Grösse steht nicht weit davon schon südwärts der Eccliptik.

VIII. Der Scorpion.

119. Dies ziemlich grosse Gestirn enthält einen Stern von erster Grösse, 3 von zweyter Grösse, 7 von 3ter Grösse, auch 2 neblichte Sterne. Es hat seine Stelle grade unter dem Schlangenmann, so daß der Schwanz in der Milchstrasse liegt, und wegen der vielen Sterne würde es sehr kenntlich seyn, wenn es nicht immer dem südlichen Horizont sehr nahe wäre: da dann gemeiniglich die Dünste den Glanz der Sterne schwächen. Der Stern erster Grösse steht

in der Mitte des Leibes unter dem westlichen Fuß des Schlangenmannes, und heißt das Scorpionherz, Antares, beym Sophokles Vespertilio. Von den 3 Sternen zweyter Grösse, steht der eine in der Stirn, der andre im Schwanz, der dritte im Stachel am Ende des Schwanzes. Die Sterne im Schwanz stehen im Bogen, der die hohle Seite oben, die erhabene Seite unten hat: aber die unterste Krümme erstreckt sich schon über 40° südwärts des Aequators, und geht bey uns gar nicht auf. Der eine neblichte Stern steht im Schwanze, der andre seitwärts des Stachels in der Milchstrasse.

IX. Der Schütze.

120. Es soll den Crotus, einen Sohn der Euphemis, welche die Musen erzogen haben, vorstellen, der sehr scharfsinnig, und zugleich ein guter Jäger gewesen. Dies Gestirn hat seine Stelle unter dem Sobieskischen Schilde und dem Antinous, dabey ist es zwar ziemlich groß, erstreckt sich aber wie der Scorpion so weit nach Süden, daß es bey uns nicht ganz aufgeht. Drey Sterne von dritter, und 12 von vierter Grösse, sind die hellsten darin. Pfeil und Bogen stehen noch in der Milchstrasse, der übrige Theil weiter ostwärts.

X. Der Steinbock.

121. Ein kleines nicht sehr kenntliches Gestirn unter dem Pfeil und Bogen des Antinous. Unter den Sternen, die dazu gerechnet werden, sind 4 von 3ter, 2 von 4ter Grösse. Ausserdem sind 3 neblichte Sterne merkwürdig, die neben einander im Kopf stehen. Grade darüber stehen 2 von den Sternen 3ter Grösse über einander. Die beyden andern stehen neben einander im Schwanz schon unter dem kleinen Pferde.

Uebrigens ist dies Gestirn dem Aequator so nahe, daß es ganz über unsern Horizont kommt.

XI. Der Wassermann.

122. Ein grosses Gestirn, das gleich unter dem kleinen Pferde und dem Kopf des Pegasus steht, und sich tief herunter nach Süden erstreckt: doch sind unter den dahin gehörigen wenige hellglänzende Sterne, wenn ausser 4 Sternen 3ter und 7 von 4ter Grösse auch ein Stern erster Grösse ausgenommen wird, der jedoch wegen seiner südlichen Abweichung von beynahe 31 Graden uns im Süden nur wenig zu Gesichte kommt. Das Gestirn stellt man als eine männliche Figur vor, die aus einen Kruge Wasser gießt. Das Wasser, worinn die meisten Sterne stehen; fließt nach Süden herab, und unten wo sich das Wasser endiget, steht der Stern erster Grösse, welchen die Araber Fomahant, Fischmaul nennen. Hier gränzt nemlich mit dem Wassermann ein Gestirn südwärts des Thierkreises, das unten unter dem Nahmen des südlichen Fisches vorkommen wird: in dessen Maul steht Fomahant, und wird daher von einigen nicht zum Wassermann gerechnet.

Die südliche Halbzone.

123. Diese fängt grade unter den Fischen an, läuft unter dem nordlichen Theil des Thierkreises herum bis unter der Kornähre der Jungfrau, und es gehören dahin neun alte Gestirne ausser 2 neuern. Hier bemerkt man am besten, daß Ptolemäus im Almagest 48 Gestirne zähle, nemlich die oben beschriebenen 21 Gestirne nordwärts des Thierkreises, 12 Zodiacalgestirne, und 15 südliche an der Südseite des Thierkreises.

I. Der Wallfisch.

ein grosses Gestirn unter den Fischen bis unter den Kopf des Widders. Drey Sterne von 2ter, 9 von 3ter, 10 von vierter Grösse, zeichnen es sehr deutlich aus. Die von 2ter Grösse stehen beynahe in grader Linie. Der erste am meisten westliche im Schwanze mit einer Abweichung von beynahe 20°, die übrigen beyden im Halse und im Kinnbacken, der erste noch unter, der andre schon über dem Aequator.

II. Der Fluß Eridanus.

124. Auch dies Gestirn erstreckt sich durch einen grossen Raum unterhalb des Aequators gegen Süden. Die Figur ist so, daß sich ein Arm vom Wallfisch ostwärts bis an das nächstfolgende Gestirn, den Orion, erstreckt: ein anderer Arm läuft von den Füssen des Wallfisches gegen Osten, macht aber darauf eine Wendung wieder nach Westen, und läuft zugleich tief nach Süden herab. Unter den hieher gehörigen Sternen ist einer von erster Grösse, der Acarnar heißt, unten am südlichen Ende mit einer Abweichung von beynahe 60°, der also bey uns gar nicht aufgehet. Unter den übrigen sind 8 von 3ter, 20 von 4ter Grösse. Vier von den Sternen 3ter Grösse stehen im obern Arm neben den Füssen des Wallfisches beynahe in grader Linie von Westen nach Osten.

III. Orion.

125. Dies grosse Gestirn fällt aus mehr als einer Ursache prächtig ins Auge: einmahl enthält es selbst eine ziemliche Anzahl recht hell glänzender Sterne, und zweitens hat es seine Stelle in einer Gegend des Himmels, die auch sonst die reichste an hellglänzenden Sternen ist. Orion steht nemlich

grade

grade unter den Hörnern des Stiers, sein Kopf zwischen den Füssen des Stiers und der Zwillinge. Oben über den Hörnern des Stiers steht das schöne Gestirn des Fuhrmanns, der Stier selbst auf der Westseite, und die Zwillinge auf der Ostseite, prangen insgesammt mit hellglänzenden Sternen. Dazu kommt noch der Umstand, daß diese Gegend des Himmels in den Wintermonaten über dem Horizont ist, da dann bey heiterer Frostluft die Sterne ohnehin stark glänzen. Zum Orion gehören als die hellesten 2 Sterne erster Grösse, 4 von 2ter, 4 von 3ter, 9 von 4ter Grösse. Einer von den Sternen erster Grösse in der linken Schulter heisset Bellatrix, er steht mit den beyden Stierhörnern in grader Linie: der andre heißt Rigel Orionis, und steht im rechten Knie. Von den 4 Sternen zweyter Grösse steht einer in der rechten Schulter mit dem Siebengestirn und Aldebaran in grader Linie, die übrigen 3 stehen gleich neben einander im Gürtel und werden zusammen auch wohl der Jacobsstab, von einigen die heil. drey Könige genannt. Alle vier Sterne der 3ten Grösse stehen gleich darunter in grader Linie, die drey obern im Schwerdt, der untere im linken Knie. Im Schilde, welches Orion in der rechten Hand hält, stehen mehrere Sterne 4ter und 5ter Grösse in Form eines Kreisbogens.

IV. Der Hase.

126. Ein kleines Gestirn unter dem Orion, worin sich nur 4 Sterne dritter, und 7 von vierter Grösse auszeichnen. Einer von den hellesten steht nahe am Halse, der andre im Fusse, nicht weit unter dem vorigen. In jedem Ohr stehen 2 kleine Sterne über einander, einer im Kopfe.

An der Ostseite vom Orion ist ein ziemlich geräumiger Plaz unter den Zwillingen, in der Milchstrasse, auch noch etwas weiter ostwärts bis unter dem Krebs, woselbst die Alten kein Gestirn hingesetzt hatten. Hieher hat Bartschius ein neues Gestirn gesetzt.

I. Das Einhorn.

127. Dazu gehören nur wenig kenntliche Sterne, und die 6 hellesten sind nur von 4ter Grösse. Gleich nach dem Hasen aber folgt in der täglichen Bewegung

V. der grosse Hund, Sirius,

unter den Vorderfüssen des Einhorns soweit nach Süden, daß der südliche Wendekreis mitten hindurch läuft; oben aber über dem Rücken des Einhorns schon nordwärts des Aequators unter dem Schwanz des Krebses

VI. der kleine Hund Procyon.

Von den zum grossen Hunde gehörigen Sternen ist einer als der schönste Stern erster Grösse merkwürdig, der Sirius heißt, wovon auch das ganze Gestirn den Nahmen führt. Weiter gehören dahin 5 von zweyter Grösse, einer im rechten Vorderfusse, zwey im Rücken und zwey im Schwanze. Unter den übrigen sind 1 von 3ter, 5 von 4ter Grösse.

Zum kleinen Hunde gehört ebenfalls ein Stern erster Grösse, der wie das ganze Gestirn Procyon heißt, auch überdem noch 1 Stern, von 3ter Grösse: die übrigen sind nur von 5ter und 6ter Grösse. Der Stern erster Grösse ist mit den beyden Schultern Orions beynahe in grader Linie.

VII. Die Wasserschlange, und über ihrem Schwanze

VIII. Der Becher und

IX. Der Rabe.

128. Alle drey Gestirne haben einen gemeinschaftlichen Ursprung von einer Fabel, die Ovid erzählt.

erzählt. Lib. II. Fast. v. 243. Die Wasserschlange selbst liegt noch mit dem Kopfe unter dem Krebse, und erstreckt sich unter den Löwen und der Jungfrau ansehnlich weit gegen Osten. Unter den hieher gehörigen Sternen ist einer von erster Grösse, der doch nur ein mattes Licht hat, auch eben darum von einigen nur als ein Stern zweyter Grösse gezählt wird: er heißt das Herz der Wasserschlange. Er steht mit den beyden vordern im Viereck des Löwen beynahe in grader Linie. Weiter zählt man 2 Sterne von 3ter und 11 von vierter Grösse. Einer von den hellesten steht in der untersten südlichen Krümme 30° vom Aequator, der andere im Schwanz unter der Kornähre der Jungfrau, dem Aequator um 8 bis 9° näher.

Der Becher zwischen der Schlange und den Hinterfüssen des Löwen, enthält nur 11 Sterne, 9 von 4ter, 2 von 6ster Grösse.

Zum Raben zwischen der Jungfrau und dem Schwanz der Wasserschlange, rechnet man 7 Sterne, 4 von 3ter Grösse, 1 von 4ter, 2 von 5ter Grösse. Zwischen dem Herzen der Wasserschlange und dem Löwen hat Hevel 12 kleine Sterne 5ter und 6ster Grösse in ein Gestirn gebracht, daß er

2. Den astronomischen Sextanten

nennt. Es soll das Andenken seines eigenen Sextaten erhalten, womit er 21 Jahre die Fixsterne beobachtet hatte, als am 26 September die heftige Feuersbrunst in Danzig ausbrach, und dieser Sextante mit dem Wohnhause Hevelii und andern Werkzeugen auch Büchern und Handschriften von sehr grossen Werth ein Raub der Flamme ward.

Die südliche Hauptzone.

129. Auſſer den bisher beschriebenen IX südlichen Gestirnen bemerke man nach dem Ptolemäus noch folgende sechs Gestirne nach der Ordnung der täglichen Bewegung.

X. Das Schiff Argo

unter den Hinterfüssen des Einhorns gleich ostwärts des Sirius, und weiter gegen Osten unter der ersten Hälfte der Wasserschlange. Im Ruder dieses Schiffes ist der Stern erster Grösse Canopus merkwürdig, er geht aber bey uns nicht auf, weil er zu weit vom Aequator nach Süden hin entfernt ist. Sechs dahin gehörige Sterne zweyter Grösse gehen ebenfalls bey uns nicht auf. Bayer hat darin 57 Sterne bezeichnet. H. de la Caille, von dessen Beobachtungen bald weiter Nachricht ertheilt wird, zählt 162.

XI. Der Centaur,

unter dem Schwanze der Wasserschlange, enthält viele hellglänzende Sterne, und unter denselben einen oder nach andern Verzeichnissen zwey Sterne von erster Grösse; allein die hellesten bleiben unter unserm Horizont.

XII. Der Wolf.

am Spiesse des Centaurs. Unter 31 dahin gehörigen Sternen sind 4 von 3ter Grösse, die auch nicht über unsern Horizont herauf kommen.

XIII. Der Altar.

ein kleines Gestirn etwas höher gegen den Aequator zu, mit 17 Sternen, nach de la Caille, worunter 3 von dritter Grösse sind.

XIV. Die südliche Krone,

noch etwas höher gleich neben den Vorderfüssen des Schützen ebenfalls nur klein. Unter 11 dahin gehörigen Sternen übertrift keiner die 5te Grösse.

XV.

XV. Der südliche Fisch,

gleich unter dem Wasser des Wassermannes. Ausser dem Fomahant. (122. §.) nur 14 Sterne 5ter und 6ster Grösse.

130. Seit etwa 200 bis 250 Jahren haben geschickte Seefahrer auf den Reisen nach südlichen Gegenden noch folgende neue Gestirne an die Himmelskugel gebracht.

1. Der Indianer unter den Hinterfüssen des Schützen, 2. der Kranich unter dem südlichen Fisch, 3. die Amerikanische Gans und 4 der Phönix unter dem Schwanz des Wallfisches, neben und über der untersten Gränze des Eridanflusses, wo Acarnar steht. 4. Der Schwerdtfisch, Dorado, nahe am Schiff Argo, 6. der fliegende Fisch unter dem Schiff Argo, 7. der südliche Triangel unter dem Altar, 8. der Pfau gleich neben dem Indianer.

Südliche Circumpolargestirne

9. die männliche Wasserschlange, unter dem Phönix und der Gans: grade gegen über auf der andern Seite des Pols 10. der Camelcon, 11. die Fliege 12. der Paradiesvogel.

131. Zu diesen südlichen Gestirnen ist noch eine Menge andrer gekommen. Vom H. Halley hat man ein Verzeichniß südlicher Sterne aus Beobachtungen, die er im Jahr 1677 auf der Insel St. Helene anstellte: er brachte einige Sterne an der Ostseite des Schiffes Argo in ein Sternbild, und nannte es die Eiche Carls II. Augustin Royer setzt in seinen Himmelscharten die Taube des Noah gleich unter den Hasen, das Kreuz unter den Centaur in der Milchstraße, welches die Engländer

der the Crosiers oder Croziers nennen. Ferner nannte er einen Haufen neblichter Sterne nahe beym Polarkreise neben dem Schwerdtfisch die grosse Wolke, einen andern kleinen Hauffen solcher Nebelsterne neben dem Schwanz der männlichen Wasserschlange ohngefehr 14° vom Pol die kleine Wolke. Von diesen beyden Wolken ist noch eine dunkelschwarz scheinende Stelle zu unterscheiden, die sich in dem östlichen Theil des Kreuzes befindet, und nach allen Seiten im Durchschnitt fast 3 Grade beträgt. H. de la Caille, (Memoires de l' Acad. de Paris A. 1775 pag. 199 der fr. 296. der holl. A.) und nach ihm H. de la Lande, (Astronomie Tom. I. §. 842, pag. 331.) sagen, die erwehnte dunkle Stelle werde von der lebhaften Weisse der Milchstrasse in dieser Gegend verursachet, welche jene dunkle Stelle von allen Seiten umgiebt. Unser Herr Professor Forster aber, welcher auf seinen Reisen diese merkwürdige Stelle am Himmel selbst gesehen hat, hält die vom H. de la Caille angegebene Ursache nicht für völlig befriedigend. Die Stelle ist so sehr schwarz, daß daher die Engelländer ihr den Nahmen the Coalbag, der Kohlensack, gegeben haben. In unsers H. Prof. Freylingshausen neuerer Geschichte der Missionsanstalten zu Bek. der Heid. in Ostindien, 18 Stück 1779, ist ein Brief eines Herrn Gerlach an H. Prof. Kratzenstein in Copenhagen, aus Trankenbar vom 30sten Januar 1778, abgedruckt und in demselben wird auf der 727 S. zweyer dunkler Capflecken erwehnt, die von dem übrigen Himmel so merklich abstechen sollen, daß man sie beym ersten Anblick für schwarze Wolken anse-

ansehen möchte; der eine soll seine Stelle zunächst unter den Aesten der Carlseiche, der andre im Kreuze haben. Die grosse und kleine Wolke werden hier die weissen Capflecken genannt.

Nach der Herren de la Caille und de la Lande Beschreibung würde man hier nur einen solchen schwarzen Flecken vermuthen. Vermöge einer von unserm Herrn Professor Forster mir darüber gegebenen Erläuterung siehet man würklich zwey solche schwarze Flecken, (the great and the little Coalbag.) Der eine in der Carlseiche ist ansehnlich grösser und viel dunkler, als der andere, welcher sich zwischen den Sternen des Kreuzes befindet: daher pflegt man nur auf den grossen Fleck vorzüglich acht zu geben.

Als H. de la Caille in den Jahren 1751—1754 auf dem Vorgebürge der guten Hofnung astronomische Beobachtungen anstellte, setzte er noch 14 Gestirne an die südliche Halbkugel jenseits des südlichen Wendekreises. Er selbst giebt die ersten Nachrichten davon in den Memoires de l' Acad. de Paris A. 1752, pag. 539 der Pariser und p. 821 der holl. Ausgabe, in dem Aufsatz. Table des Ascensions droites et des declinaisons apparents des etoiles australes renfermées dans le tropique de capricorne, observées au Cap de bonne esperance, dans l' intervalle du 6 Aout 1751 au 18 Juillet 1752, avec Remarques sur ce Catalogue. Von diesen Gestirnen stehen 12 zwischen dem Wendekreise und Polarkreise nach der graden Aufsteigung in folgender Ordnung. Ueber dem Schiff Argo 1. die Boussole, weiter nach Osten unter der Wasserschlange 2. die Luftpumpe, vor dem Centaur und Wolff in der Milchstrasse na-

he

he am Polarkreise 3. das Cirkelinstrument, etwas höher gegen den Wendekreis 4. das Lineal und Winkelhaken. Ferner zwischen dem Altar und der Krone 5. das Telescop, ostwärts des Schützen 6. das Microscop, ostwärts des südlichen Fisches über dem Kranich und Phönix 7. die Bildhauerwerkstatt, und in der untersten Krümme des Eridanflusses 8. der Chymische Ofen. Weiter nahe am Polarcirkel beym Kopf der männlichen Wasserschlange 9. die Penduluhr, und ostwärts gleich daneben, 10. das astronomische Netz, (M. s. unten den 133. §.) höher gegen den Wendecirkel zwischen dem Eridan und der Taube 11. die Grabstichel, nahe am Schiff Argo über dem Schwerdtfisch 12 die Mahlerstaffeley mit dem Farbenbrett. Innerhalb des Polarkreises stehet 13 der Tafelberg unter der grossen Wolke, und 14 der Seeoctant am nächsten beym Südpol.

132. Statt der oben im 85. §. angeführten grössern zum Theil kostbaren Werke dienen den Liebhaber der Sternkunde auch kleine Handbücher, und solche Sterncharten, die nach den Regeln perspectivischer Zeichnungen jede Halbkugel, die nordliche für sich, und eben so die südliche für sich auf einer Charte vorstellen. Im Jahr 1764 hat H. Robert Vaugondy zu Paris zwey solche in Kupfer gestochene Planisphären bekannt gemacht, welche auf der südlichen Halbkugel schon alle neu hinzugekommene Sternbilder enthalten. Auch hat man zwey Paar solche Planisphären von Senex in London. Auf dem einen Paar sind die Halbkugeln nordwärts und südwärts des Aequators auf dem andern Paar nord-

und

und südwärts der Ecclíptik vorgestellet. Nach Art der Vaugondischen hat Herr Professor Funk in Leipzig vor kurzen zwey Planisphären stechen und zugleich ein kleines Handbuch unter dem Titel drucken lassen: Anweisung zur Kenntniß der Gestirne auf zwey Planiglobien, und zween Sternenkegeln nach Bayern und Vaugondy. Leipzig 1777. Herrn Bodens Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels ist zum erstenmahl in Hamburg 1772 zum zweytenmahl in Berlin 1777 herausgegeben. Aeltere Handbücher sind: M. Christ. Gottl. Semlers, Astrognosia nova, oder ausführliche Beschreibung des ganzen Fixstern- und Planetenhimmels, mit 35 Figuren der Sternbilder Halle 1742. Wiedeburg Einleitung zur Astrognosie nach den Homannischen Himmelscharten. Jena 1745.

Die 25. Erklärung.

133. Das astronomische Fadennetz bestehet aus einigen sehr zarten Fäden, die im Sternrohr an der Stelle, wohin das vom Objectivglase verursachte Bild fällt, mit den Gläsern parallel so ausgespannt werden, daß sie hier nächst dienen können, die Lage zweyer Fixsterne, oder sonst zweyer kenntlichen Puncte am Himmel, gegen einander durch Beobachtung zu finden. Wenn es zweene Fäden AB und DE sind, die sich im Mittelpunct C des Gesichtsfeldes senkrecht schneiden; so giebt man dem Sternrohr die Lage, daß der eine zu beobachtende Punct am Himmel in seiner täglichen Bewegung beständig den einen Faden AB berühre: alsdenn stellt dieser Faden einen kleinen Theil vom Parallelkreise, der andre DE einen Theil des Stunden- oder Abweichungskreises vor. 227 Fig.

Um

Um deßwillen heißt auch AB der Parallelfaden, DE der Stundenfaden. Auſſer den auf einander senkrechten Fäden AB, DE, dienen auch noch ein Paar schiefe Fäden, wie FG und HI, welche die vorigen in C unter Winkeln von 45° schneiden. Oder
228 Fig. man legt auch vier schiefe Fäden so, wie es die 228 Figur vorstellet, in die Lage DF, DG, EF, FG, so daß $CF = CG = \frac{1}{2}CD$ genommen, und das Viereck DFEG eine Raute wird.

Der 1. Zusatz.

134. Die Zeit zwischen den Durchgängen zweener Fixsterne durch den Stundenfaden DE in Bogen des Aequators verwandelt giebt den Unterscheid der Rectascension beyder Sterne. Hat man dem Fernrohr die Stellung gegeben, daß ein Stern dessen Declination und Rectascension bekannt ist, an dem Faden AB hinstreicht, wenn ein andrer im Fern-
227 Fig. rohr den Weg KL zu nehmen scheint: so bemerke man die Zeit zwischen den Augenblicken, wenn der letztere den Stundenfaden DE in M, und den schiefen Faden HI in L zu berühren scheint. Diese Zeit in Grade verwandelt giebt die Grade für den Bogen des Parallelkreises, welchen ML vorstellet. Wenn
224 Fig. nun in der 224 Fig. der kleine Bogen $Z\zeta$ des Parallelkreises $W\zeta Z$ denjenigen vorstellet, welchen ML im Fernrohr deckt; so hat man vermöge des beschriebenen Verfahrens die Grade des Winkels $ZK\zeta$.

Daraus findet man $ZC\zeta = \frac{KZ}{CZ} . ZK\zeta$, (25. §. Opt.)

und es ist $\frac{KZ}{CZ}$ = dem Cosinus der Declination des Parallelkreises WZ, wenn der ganze Sinus = 1

gesetzt

gesetzt wird. Weil nun im Fernrohr MCL = CLM = 45° also ML = CM ist: (72. §. Geom.) so findet man solchergestalt den Bogen CM in Graden, als die Differenz der Declination beyder Sterne. Diese ist, der Voraussetzung gemäß, sehr klein: also kann man ohne merklichen Fehler bey der Rechnung den Cosinus der Declination des am Faden AB hinstreichenden Sterns brauchen. 227 Fig.

Der 2. Zusatz.

135. Hat das Netz die Gestalt der Raute, so stelle IK den Weg vor, welchen der Stern, dessen Stelle am Himmel noch nicht bekannt ist, im Fernrohr zu nehmen scheint, wenn der andre den Weg FG nimmt. Hier ist CD = 2CF = FG, also HD = 2HI = IK. Aus der Zeit der Bewegung des einen Sterns von F bis G findet man nach der im vor. §. gegebenen Regel FG = CD in Graden des Declinationskreises, und eben so auch IK = DH; mithin ferner CH = CD − DH, als die Differenz der Declination. 228 Fig.

Die 26. Erklärung.

136. Das Micrometer ist an sich eine ähnliche Anordnung an der Stelle des Bildes im Sternrohr wobey man zur Absicht hat, kleine Bogen grösster Kreise am Himmel, dergleichen unter andern die scheinbaren Durchmesser der Planeten sind unmittelbar zu messen. Ausser den beyden auf einander senkrechten Fäden AB, DE, wird ein dritter KL in die mit AB parallele Lage gebracht, und alles so eingerichtet, daß man vermittelst einer feinen Schraube die Entfernung zwischen beyden Fäden nach Gefallen verändern kann, ohne die parallele Lage zu verrücken. So kann man jedesmahl wissen, um wie 227 Fig.

viele

viele Schraubengänge die Fäden von einander entfernt sind. Man sucht alsdenn nur für einen Fall in einer bekannten Entfernung CM der Fäden den mit dem kleinen Bogen CM zusammengehörigen Winkel: so giebt die Regel Detri in jedem andern Fall, wenn auf CM mehr oder weniger Schraubengänge kommen, den dazu gehörigen Winkel.

Zusatz.

137. Mehrerer Bequemlichkeit halber kann man sich ein für allemahl eine Tabelle darüber berechnen, aus welcher man die Werthe der Schraubenrevolutionen, in Secunden des grösten Kreises der Himmelskugel ausgedrückt, jedesmal nur abschreiben darf. Das Micrometer dient alsdenn auch um desto kürzer, kleine Differenzen der Declinationen zweyer Sterne zu messen.

Die 7. Erfahrung.

138. Aus Vergleichung älterer Beobachtungen der Stellen der Fixsterne mit neuern hat man gefunden, daß ihre Länge von Zeit zu Zeit immer grösser werde, so daß die jährliche Aenderung 50,3″ beträgt. Dies könnte wohl nur eine scheinbare Bewegung seyn, wenn vielleicht die Durchschnittspuncte der Ecliptik mit dem Aequator nicht an einer Stelle blieben, sondern jährlich um 50,3″ der Ordnung der Zeichen entgegen rückten. Es sey das eine oder das andre, der Erfolg wird doch allemahl eben so seyn, als wenn ein solches Zurückweichen wirklich statt hätte: um deßwillen kann man die eben erwehnte Veränderung in der Länge der Fixsterne das Vorrücken der Nachtgleichen nennen, ohne eben über die eigentliche Ursache der Erscheinung schon etwas gewisses festzusetzen.

Zusatz.

139. Diese Aenderung in der Länge ziehet auch eine Aenderung in der graden Aufsteigung und Abweichung der Fixsterne nach sich; auch können eben um deßwillen die Stellen der Fixsterne in einem Sternverzeichnisse (85 §.) nur für einen gewissen Zeitpunct angezeiget werden, und man muß sie daraus für jede andre Zeit durch eine besonders angestellte Rechnung finden. Die Gründe dieser Rechnungen können hier der nothwendigen Kürze wegen nicht vorgetragen werden: die Rechnungsregeln selbst sind den Sternverzeichnissen gewöhnlich beygefügt. M. s. H. Bodens Vorstellung d. Gest. 38. S. Berlinische Samml. Astr. Taf. 1 Band, 202. S.

Die 27. Erklärung

140. Die Ellipse ist eine krumme Linie AMDBE, welche zweene Puncte F und G, die man Brennpuncte der Ellipse nennt, in einer Ebene so umgiebt, daß die Summe der Entfernugen MF und MG eines jeden Puncts M in der Peripherie von den Brennpuncten von beständiger Grösse ist. Die grade Linie AB durch beyde Brennpuncte bis an die Ellipse gezogen heißt die Zwergaxe, die Mitte C dieser Zwergaxe der Mittelpunct der Ellipse, und eine andre durch C auf AB senkrecht gesetzte bis an die Ellipse in D und E verlängerte grade Linie DE wird die zugeordnete Axe genannt. 229 Fig.

Der 1. Zusatz.

141. Die Brennpuncte sind gleichweit vom Mittelpunct C entfernt. Denn es ist FM + GM = FA + GA = FG + 2GA, und eben so FM + GM = FG + 2FB. Daraus folgt GA = FB, also auch CG = CF.

Der 2. Zusatz.

142. Die Summe der Entfernungen FM + GM ist der Zwergaxe AB gleich. Denn man findet FM + GM = FG + 2GA = 2(CG + GA) = 2CA = AB.

Anmerkung.

143. Wenn TV die Ellipse in M berührt, so sind die Winkel FMT, GMV gleich groß, welches die höhere Geometrie beweiset. Strahlen also, die aus einem leuchtenden Punct in F ausgiengen, würden vom innern Umfange der Ellipse nach den Punct G zurück geworfen werden. Daher kommt es, daß F und G Brennpuncte heissen.

Die 8. Erfahrung.

144. Die eigene Bewegung der Sonne in der Eccliptic ist nicht in dem Sinne gleichförmig, daß sich in gleichen Zeiten ihre Länge (41. §.) um gleich viele Grade änderte. Mitten im Sommer bald nach dem längsten Tage, legt die Sonne in der Ecliptik täglich einen Bogen von 57 Min. 12 Sec. zurück, und von dieser Zeit an nimmt die Geschwindigkeit dieser täglichen Bewegung nach und nach zu, bis sie bald nach dem kürzesten Tage täglich einen Bogen von 1° 1′ 12″ zurück legt. Hiernächst nimmt die Geschwindigkeit der Bewegung in umgekehrter Ordnung wieder ab. Daher kommt es, daß die Zeit von der Frühlingsnachtgleiche am 20sten März bis zur Herbstnachtgleiche am 22sten September um sieben bis acht Tage länger ist, als die Zeit vom 22sten Sept. bis wieder zum 20sten März. Den scheinbaren Durchmesser der Sonne findet man am kleinsten, wenn ihre Bewegung am langsamsten ist, er beträgt alsdenn 31 Min. 33,8 Sec. So lange die Geschwindigkeit der Bewegung wächst, so lange wächst auch der scheinbare Durchmesser, bis

er zuletzt bey der schnellesten Bewegung 32 Min. 38,6 Sec. (M. s. die Berlinischen Astron. Tafeln, 1 Band 263. S.) beträgt. In der Folge nimmt auch der scheinbare Durchmesser in umgekehrter Ordnung wieder ab. Uebrigens ist die Länge der Sonne zu der Zeit, wenn ihr scheinbarer Durchmesser am grösten ist, allemahl um 180° von derjenigen unterschieden, die man zu der Zeit beobachtet, wenn sie den kleinsten scheinbaren Durchmesser hat.

Der 1. Zusatz.

145. Die Sonnenbahn kann kein Kreis um die Ende als ihren Mittelpunct seyn, weil sonst der scheinbare Durchmesser der Sonne immer gleich groß befunden werden müste. Wenn indessen bey jeder Beobachtung, woraus man die Länge der Sonne durch Rechnung findet, zugleich ihr scheinbarer Durchmesser gemessen wird; so läßt sich die ganze Sonnenbahn nach einem willkührlich gewählten Maaßstabe zeichnen, weil man aus dem 15. H. Opt. weiß, daß sich die scheinbaren Durchmesser der Sonne in umgekehrter Ordnung wie die jedesmahligen Entfernungen der Sonne von der Erde verhalten.

Der 2. Zusatz.

146. Die krumme Linie AMDBEA stelle die Sonnenbahn nur vorläufig, im ohngefehren Entwurf vor, und F sey die Stelle der Erde. Ferner sey A die Stelle der Sonne in ihrer grösten Entfernung von der Erde, so muß eben diese grade Linie rückwärs nach B verlängert durch die Stelle der Sonne laufen, wo sie sich in ihrer kleinsten Entfernung von der Erde befindet. Man nehme also das Verhältniß FA : FB = dem Verhältniß des 229 Fig.

gröſten Sonnendurchmeſſers zum kleinſten, ſo iſt B die Stelle der Sonne in ihrer kleinſten Entfernung von der Erde.

Die 28. Erklärung.

229 Fig. 147. Die Stelle A der Sonne in ihrer gröſten Entfernung von der Erde heißt das **Apogäum**, oder die **Erdferne**, und die gegen über liegende Stelle B der Sonne in ihrer kleinſten Entfernung von der Erde nennt man das **Perigäum**, oder die **Erdnähe**. Beyde Puncte gemeinſchaftlich heiſſen die Apſiden, und die grade Linie AB die Linie der Abſiden. Die ſcheinbare Entfernung AFM der Sonne in jeder Stelle M ihrer Bahn von der Erdferne nennt man die Anomalie der Sonne.

Der 1. Zuſatz.

148. Wenn die grade Linie FH in den Anfangspunct des Widders läuft, ſo iſt MFA die Länge der Erdferne, ſo wie HFM die Länge der Sonne. Um alſo die Anomalie der Sonne zu haben, muß man die Länge der Erdferne von der Länge der Sonne abziehen.

Der 2. Zuſatz.

149. Um ſo viele Puncte in der Sonnenbahn als man will zu finden, zeichne man den Winkel AFM ſo groß, als die Anomalie der Sonne, wie man ſie dem 81 und 148. §. gemäß aus einer Beobachtung findet, wobey zugleich der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne gemeſſen iſt. Ferner nehme man das Verhältniß FA : FM = dem Verhältniß des Sonnendurchmeſſers, welcher vermöge der Beobachtung mit der Anomalie der Sonne AFM zuſammen gehört, zu dem in A geſehenen Sonnendurchmeſſer: ſo liegt M in der Sonnenbahn.

Der 3. Zusatz.

150. Sucht man auf diese Art so viele Puncte in der Sonnenbahn, als man nöthig hat, um diese Bahn durch selbige gehörig durchzuführen; so findet man, daß die Sonnenbahn eine Ellipse, und die Erde in einem ihrer Brennpuncte befindlich sey. Vermöge der im 144. §. angeführten Beobachtungen ist AF : BF = 32′ 38,6″ : 31′ 33,8″ = 1958,6 : 1893,8, also AB : AF = 3852,4 : 1958,6. Man nehme CA = CB = 1, also AB = 2, so giebt die Regel Detri AF = 1,01682, mithin CF = AF − AC = 0,01682 = CG. Aus den Puncten F und G als Brennpuncten kann nun dem 138. §. gemäß eine Ellipse so beschrieben werden, daß FM + GM allemahl = AB bleibt. Die höhere Geometrie lehrt, wie für jeden Winkel AFM die Entfernung FM gefunden werden könne, und das ist alsdenn zugleich allemahl diejenige, welche es vermöge des für diese Anomalie beobachteten scheinbaren Durchmessers der Sonne seyn muß.

Die 29. Erklärung.

151. Die Entfernung CF = CG der Brennpuncte vom Mittelpunct heißt die Excentricität der elliptischen Sonnenbahn. Weil ferner die halbe Zwergaxe CA zwischen der grösten Entfernung FA und der kleinsten GA die mittlere arithmetische Proportionallinie ist; so sagt man, die Sonne sey im mittlern Abstande von der Erde, wenn ihre Entfernung der halben Zwergaxe ihrer elliptischen Bahn gleich ist.

Der 1. Zusatz.

152. Die Entfernung der Endpuncte D, E, der zugeordneten Axe von den Brennpuncten F, G,

ist der mittlern gleich. Denn es ist FD + GD = 2AC, und FD = GD, (60. §. Geom.) also 2FD = 2AC, und ferner FD = AC = GD.

Der 2. Zusatz.

153. Diesemnach findet man die halbe zugeordnete Axe $CD = \sqrt{(FD^2 + CF^2)}$: (226. §. Geom.) und wenn sich die Sonne in den Endpuncten dieser zugeordneten Axe oder in ihrer mittlern Entfernung befindet, so ist ihr scheinbarer Durchmesser = 32′2″.

Die 30. Erklärung.

154. Wenn man annimmt, daß die Sonne in Ruhe sey, und die Erde jährlich einen Umlauf um die Sonne mache; so ist die (wirkliche oder vielleicht nur scheinbare) Erdbahn, AMDBE eine Ellipse, die der bisher betrachteten Sonnenbahn gleich und ähnlich ist, und die Sonne befindet sich im Brennpunct F. Die übrigen Benennungen behält man alsdenn in einem ähnlichen Sinne für die Erbahn bey, nur nennt man A das Aphelium, oder die Sonnenferne, und B das Perihelium, oder die Sonnennähe. Die Anomalie der Erde ist alsdenn die Entfernung der Erde von der Sonnenferne in Graden gemessen, so wie sie aus der Sonne gesehen wird.

Zusatz.

155. Könnte man auf irgend eine Art die Sonnenparallaxe finden, wenn man zugleich für eben den Zeitpunct den scheinbaren Durchmesser der Sonne beobachtet hätte, so würde man die dermahlige Entfernung der Sonne von der Erde in halben Erddurchmessern finden können. Aus Vergleichung des zu gleicher Zeit beobachteten scheinbaren Durchmessers der Sonne mit ihrem mittlern scheinbaren

baren Durchmesser (153. §.) könnte hiernächst die mittlere Entfernung gefunden werden. Wird diese mittlere Entfernung der Erde von der Sonne = 1 gesetzt, so ist nach H. de la Lande

Die gröste Entfernung	1,016802
also die Excentricität	0,016802
und die kleinste Entfernung	0,983198.

Die 28. Erklärung.

156. Zwey Sterne am Himmel, wenn für jetzt unter dem allgemeinen Nahmen der Sterne auch Sonne und Mond begriffen werden, sind mit einander in Zusammenkunft, wenn ihre Länge gleich ist, und im Gegenschein, wenn die Länge des einen von der Länge des andern um 180° verschieden ist. Beyde Fälle drücken die Astronomen auch mit dem einzigen Worte Sizygien aus. Ausserdem sagt man auch, der eine Stern stehe mit dem andern im Geviertschein, oder Sextilschein, nachdem der Unterscheid ihrer Länge 90° oder 60° beträgt. Die verschiedenen Stellungen der Sterne, die eine eigene Bewegung haben gegen einander und gegen die Fixsterne nennt man auch überhaupt Aspecten.

Die 9. Erfahrung.

157. Unter den Planeten (30. §.) giebt es zweene, die immer in der Nähe der Sonne bleiben. Der eine, welcher Mercur heißt, hat zwar ein ziemlich stark glänzendes Licht, ist aber doch sehr klein, und dabey der Sonne immer so nahe, daß er um deßwillen in unsern Gegenden wenig gesehen werden kann. Er entfernt sich nicht über 28° von der Sonne. Der andre heißt Venus, und hat vermuthlich diesen Nahmen erhalten, weil er unter den Planeten gewöhnlich nicht allein die an-

sehnlichste scheinbare Grösse hat, sondern auch am schönsten glänzt. Er entfernt sich höchstens 47° von der Sonne. Er ist Abendstern, so lange seine Länge die Länge der Sonne soviel übertrift, daß er nach Untergang der Sonne am Horizont noch gesehen werden kann. Dagegen wird er Morgenstern, wenn seine Länge kleiner als die Länge der Sonne wird. Beyder Planeten scheinbarer Durchmesser wächst, wenn sie sich anfangs von Westen gegen Osten von der Sonne entfernen, und fährt fort zuzunehmen, wenn sie gegen die Sonne wieder zurück kehren, bis sie von neuen mit ihr in Zusammenkunft sind. Wenn sie hiernächst hinter der Sonne in Ansehung der Länge zurück bleiben, in welchem Fall Venus Morgenstern ist; so nimmt der scheinbare Durchmesser wieder ab bis zur folgenden Zusammenkunft mit der Sonne. Noch ist merkwürdig, daß Venus, wenn man sie durch ein ansehnlich vergrösserndes Fernrohr betrachtet, eben solche veränderliche Lichtgestalten wie der Mond zeigt: ihr heller Theil ist wie beym Monde allemahl der Sonne zugekehrt. Endlich findet man auch diese Planeten gewöhnlich nicht in der Eccliptik, sondern seitwärts derselben mit nördlicher oder südlicher Breite, die jedoch nie über 7 Grade beträgt. Daher erscheinen sie auch nie in andern als in den Zodiacalgestirnen.

Der 1. Zusatz.

158. Venus und Mercur gehen in Bahnen um die Sonne, welche nicht so groß, als die Erdbahn sind, wofern es sich bestätigen sollte, daß die Sonne ruhet, und die Erde jährlich einen Umlauf um

die

die Sonne macht. Beyde Planeten sind daher der Sonne näher, als die Erde, und sie heissen um deßwillen die untern Planeten.

Der 2. Zusatz.

159. Venus und Mercur kommen also bey jedem Umlauf um die Sonne, einmal disseits der Sonne, und nach einem halben Umlauf wieder jenseits der Sonne mit ihr in Zusammenkunft. Jene nennt man die untere, und diese die obere Zusammenkunft mit der Sonne.

Der 3. Zusatz.

160. Weil Venus wie der Mond ab und zu nimmt, so folgt daraus, daß dieser Planet für sich dunkel sey, und nur sein Licht von der Sonne habe. Die besten Fernröhren zeigen auch etwas ähnliches beym Mercur.

Der 4. Zusatz.

161. Die Bahnen der Planeten Venus und Mercur liegen nicht mit der Erdbahn in einerley Ebene: denn sonst müsten sie allemahl in der Ecclyptik erscheinen. Wenn ihre Bahnen mit der Ecliptik in einerley Ebene zusammen fielen, so müste jeder von diesen Planeten bey jeder untern Conjunction wie ein runder schwarzer Flecken in der Sonne gesehen werden.

Die 10. Erfahrung.

162. Mercur ist indessen wirklich schon mehreremahl, und Venus im Jahr 1639 am 24 November, im Jahr 1761 am 6 Junii, und im Jahr 1769 am 3 Junii auf die eben beschriebene Art in der Sonne gesehen worden. Irren konnte man sich bey diesen Beobachtungen nicht, und vielleicht etwas

anders für den Planeten halten: denn sie haben jedesmahl ihren Weg vor der Sonne vorbey völlig nach den Gesetzen genommen, die man vorher aus andern Beobachtungen gefolgert hatte.

Zusatz.

163. Venus und Merkur sind alle gewiß dunkle undurchsichtige Körper. Sie erscheinen allemahl besonders durch Fernröhre wie runde Scheiben, und ob dies gleich allein ihre Kugelgestalt nicht beweißt, so kommen doch noch mehr andre Gründe hinzu, weßwegen man sie für Kugeln, oder wenigstens kugelähnliche Körper halten muß.

Die 11. Erfahrung.

164. Die übrigen vier Planeten kommen in jeden Aspect mit der Sonne: sie sind jährlich einmahl im Gegenschein und einmahl in Zusammenkunft mit der Sonne. Ihr scheinbarer Durchmesser ist am kleinsten, wenn sie mit der Sonne in Zusammenkunft sind, er wächset von der Zusammenkunft bis zum Gegenschein, und nimmt hiernächst in umgekehrter Ordnung wieder ab. Einer von ihnen, der Mars heißt, glänzt mit einem röthlichen Licht und sein scheinbarer Durchmesser ist unter allen dreyen der stärksten Veränderung unterworfen. Ein andrer hat vermuthlich wegen seiner ansehnlichen Grösse, und wegen seines schönen Glanzes, womit er der Venus nahe kommt, den Nahmen Jupiter erhalten. Der dritte heißt Saturn, sein Licht ist blasser, als Jupiters Licht, auch unterscheidet man ihn durch ein mittelmäßig gutes Fernrohr sehr leicht von einem jeden der übrigen Planeten. Er zeigt alsdenn mancherley veränderliche Gestalten, die sich am besten erklären lassen, wenn man annimmt, er sey mit

einem flachen ebenfalls leuchtenden Ringe umgeben, der aber an keiner Stelle mit dem Planeten selbst zusammenhängt. Mars zeigt durch Fernröhre veränderliche Lichtgestalten, wie der Mond, Venus und Mercur. Uebrigens erscheinen diese Planeten nur selten in der Eccliptik: sie haben vielmehr gewöhnlich einige nördliche oder südliche Breite, jedoch höchstens nur ohngefehr von $2\frac{1}{2}$ Graden. Daher findet man sie eben so wie die untern Planeten nie in andern als in den Zodiacalgestirnen. Der von H. Herschel neu entdeckte Planet wird vermuthlich den Nahmen **Uranus** erhalten.

Der 1. Zusatz.

165. Mars, Jupiter, Saturn und Uranus bewegen sich in Bahnen um die Sonne, die grösser als die Erdbahn sind: sie können um deßwillen kurz die **obern Planeten** heissen.

Der 2. Zusatz.

166. Mars muß wie die untern Planeten ein dunkler Körper seyn. Vom Jupiter und Saturn wird sich eben das aus noch andern Gründen im folgenden beweisen lassen, woraus zugleich folgen wird, daß die Gestalt der obern Planeten wenigstens der Kugelgestalt nahe komme, wofern sie nicht vielleicht völlig kugelrund sind.

Die 12. Erfahrung.

167. Die Kometen erscheinen zum Theil wie die Planeten nur im Thierkreise mit einer eigenen Bewegung von Westen nach Osten, zum Theil nehmen sie ihre Wege auch durch andre Gestirne die nicht zum Thierkreise gehören, zum Theil bewegen sie sich wider die Ordnung der Gestirne im Thierkreise von Osten gegen Westen um den Himmel herum.

um. Einige haben nur ein blasses Licht und scheinen wie in einen Nebel eingehüllet: andre sind sehr glänzend mit hellen Schweifen erschienen. Gemeiniglich ist ein solcher Komet nur einige Monate sichtbar, und man hat von den Kometen, die in den vorigen Jahrhunderten erschienen sind, nur wenig brauchbare Beobachtungen, obgleich Lubienitz in seinem bekannten Werke, Theatrum Cometicum, Amstel. 1667, und Hevel in seiner Cometographia, Lib. XII. Gedani 1668, Verzeichniß von mehr denn 400 Kometen geliefert haben, die in den Geschichtbüchern angemerkt sind. Im ersten Bande der Berliner Sammlung Astronomischer Tafeln vom Jahr 1776 ist dies Kometenverzeichniße ins Kurze gezogen mitgetheilt. Die Alten haben aber oft Feuerkugeln und andre Lufterscheinungen für Kometen angesehen. Jetzt weiß man gewiß, daß die Kometen beständige Weltkörper sind, und sich im Weltraum nach ähnlichen Gesetzen um die Sonne bewegen, wie die Planeten. Wenn also im folgenden von Planeten überhaupt die Rede ist, so werden die Kometen Kürze halber unter diesem Nahmen mit begriffen werden.

Die 29. Erklärung.

230 231 Fig. 168. Es sey S die Sonne, FGT die Erdbahn in der Ebene der Eccliptik, die bis an die Fixsternenkugel erweitert den grösten Kreis ANMO giebt. Ferner sey HPKL die Bahn eines Planeten, oder Kometen, und man nehme bis auf weitere Prüfung an, daß jede Planeten- oder Kometen-Bahn mit der Sonne in einerley Ebene liege; so wird ihre Durchschnittslinie mit der Ebene der Eccliptik durch die Sonne laufen. (Wenn hier Kürze halber nur Son-

ne,

ne, Erde, Planet genannt werden, so muß man allemahl ihre Mittelpuncte verstehen.) Diesemnach wird der Planet bey jedem Umlauf um die Sonne zweymahl in die Ebene der Eccliptik kommen; einmahl bey H, indem er aus der südlichen Halbkugel in die nördliche hinauf steigt, das andremahl bey K, wo er aus der nordlichen Halbkugel wieder in die südliche hinüber geht. Beyde Puncte heissen die Knoten der Planetenbahn, und zwar H der aufsteigende, K der niedersteigende Knoten, die man, wie in der beygefügten Figur mit den Zeichen ☊ und ☋ zu bemerken pflegte. Beyde Knoten liegen also mit der Sonne in der graden Linie, worin die Ebenen der Eccliptik und Planetenbahn einander schneiden, und sie heißt kurz die Knotenlinie.

Zusatz.

169. Die Lage der Planeten- oder Kometenbahn ist bekannt, wenn die Lage der Knotenlinie in der Ebene der Eccliptik, und der Neigungswinkel der Planetenbahn gegen die Ebene der Eccliptik bekannt ist.

Die 30. Erklärung.

170. Die Länge und Breite eines Planeten, so wie man sie aus dem Mittelpunkt der Sonne beobachten würde, heißt seine heliocentrische Länge und Breite, und man unterscheidet davon die geocentrische Länge und Breite, so wie sie aus dem Mittelpunct der Erde würde gesehen werden.

Zusatz.

171. Der Planet sey in seiner Bahn in P, die Erde in T, und aus P sey PK auf die Ebene der Ecliptik senkrecht gezogen. Man ziehe SP, SR, TP, TR, und nehme überdem an, daß die graden Linien,

SA,

SA, TA, in dem Anfangspunct des Widders an der Fixsternenkugel zusammenlaufen. Wenn nun in der Ecclíptik die Zeichen und Grade von Westen nach Osten von A durch N und M herum gezählt werden; so ist AST die heliocentrische Länge der Erde, und ATD + 180° die geocentrische Länge der Sonne, ESA ist der letztern Ergänzung zu 360°: Ferner ist AST + TSR die heliocentrische Länge, RSP die heliocentrische Breite, ATD + DTR die geocentrische Länge, RTP die geocentrische Breite des Planeten.

Die 31. Erklärung.

172. Die Ebene der Planetenbahn sey nach allen Seiten bis an die Fixsternenkugel erweitert, so giebt sich der gröste Kreis NWOX; In dieses Kreises Ebene liegt SP, und trift verlängert die Fixsternenkugel in einem Punct *p* des Kreises NWOX. Durch *p* lege man einen Breitenkreis, wovon *pr* einen Bogen vorstellet, der auf der Ecclíptik ANMO senkrecht ist; so ist der Bogen ANM*r* der Ecclíptik das Maaß der heliocentrischen Länge des Planeten in der Ecclíptik. In der an die Fixsternenkugel projicirten Planetenbahn nehme man den Bogen Nα = NA, und wähle α für den Anfangspunct, um die Grade der Länge des Planeten in seiner Bahn aus der Sonne gesehen von demselben nach der Ordnung der Zeichen fortzuzählen: so ist der Winkel αSN + NSP die Länge des Planeten in seiner Bahn, und das Maaß dieses Winkels ist der Bogen αNW*p*.

Die 32. Erklärung.

173. Der Punct N ist der an die Fixsternenkugel projicirte Knoten, und AN, oder αN die Länge dieses Knotens. Beyde Knoten sind um 180° von einan-

einander entfernt. Die aus der Sonne gesehene Entfernung NS*p* des Planeten vom aufsteigenden Knoten in seiner Bahn, oder der Bogen NW*p* als das Maaß dieses Winkels heißt das Argument der Breite, weil die heliocentrische Breite *r*S*p*, deren Maaß der Bogen *pr* ist, davon abhängt.

Die 33. Erklärung.

174. Im Dreyeck RFS nennt man STR den **Elongationswinkel**, TSR den **Commutationswinkel**: jener ist der Unterscheid der geocentrischen Längen der Sonne und des Planeten, dieser der Unterscheid der heliocentrischen Längen der Erde und des Planeten. Der dritte Winkel SRT ist die von der Verschiedenheit der Beobachtungsörter herrührende Parallaxe, welche hier die **Parallaxe der Erdbahn** heisset.

Die 7. Aufgabe.

175. **Die Lage der Knotenlinie der Bahn eines Planeten zu finden.**

Aufl. Man muß den Planeten zweymahl in einerley Knoten H beobachten, wenn sich die Erde das einemal in F, das andremahl in T befindet: so ist vermöge der Voraussetzung der Winkel FST mit den anliegenden Seiten SF : ST bekannt, weil die Theorie der jährlichen Bewegung der Erde als bekannt vorausgesetzt wird: also kann man FT mit den Winkeln SFT, STF, finden. Aus den Beobachtungen selbst sind die Winkel STH, SFH bekannt, also finndet man TFH = SFH — SFT, und FTH = STH — STF. Aus diesen Winkeln und der dazwischen liegenden Seite FT findet man FH und hat nun im Dreyeck SFH die Seiten SF, FH, mit dem dazwischen liegenden Winkel SFH, woraus der Winkel

FSH

FSH gefunden wird. Hiemit ist zugleich die Lage der Knotenlinie gefunden, und man findet die heliocentrische Länge des in H liegenden Knotens = ASF + FSH.

Der 4. Lehrsatz.

58 Fig. 176. Wenn eine Ebene *AB* eine andere *CD* in *EF* schneidet, und aus einem Punct *H* der einen Ebene *CD* auf die andre *AB* die grade Linie *HM* senkrecht, von *M* aber *MG* auf *EF* senkrecht, und hiernächst *GH* gezogen wird; so ist *MGH* der Neigungswinkel.

Beweis. Weil HM auf AB senkrecht ist, so ist auch die Ebene HGM auf AB senkrecht: (261. §. Geom.) Demnach ist ferner EF auf der Ebene HGM senkrecht (263. §. Geom.) und FGH ein rechter Winkel, (246. §. Geom.) mithin MGH der Neigungswinkel (249. §. Geom.)

Die 8. Aufgabe.

177. Den Neigungswinkel der Planetenbahn gegen die Ecliptik zu finden.

Aufl. Es sey PR auf der Ebene der Ecliptik und RZ auf der Knotenlinie senkrecht, so ist RZP der gesuchte Neigungswinkel (176. §.) Weil nun vermöge der vorigen Aufgabe (175. §.) die Lage der Knotenlinie bekannt ist, so kann man die geocentrische Länge und Breite RGP des Planeten zu der Zeit beobachten, wenn sich die Erde bey G in der Knotenlinie befindet: so hat man SGR als den Elongationswinkel, und die Trigonometrie giebt folgende Proportionen

RP : RG = tang RGP : sin. tot.
RG : RZ = sin. tot : sin RGZ
RZ : RP = sin. tot : tang RZP.

Daraus

Daraus folgt (198. §. Geom.)
1 : 1 = sin. tot × tg. RGP : sin RGZ . tg. RZP;

$$\text{mithin tang RZP} = \frac{\text{sin. tot} \times \text{tang RGP}}{\text{sin RGZ}}.$$

Zusatz.

178. Gewöhnlich hat es seine eigenen Schwierigkeiten, wenn die Lage der Kontenlinie der Bahn eines Kometen und ihre Neigung gegen die Ecclíptik gefunden werden soll, weil er nur in einem kleinen Theil seiner Bahn sichtbar ist, und die Umstände alsdenn zu solchen Beobachtungen gemeiniglich eben nicht vortheilhaft sind.

Der 5. Lehrsatz.

179. Der Sinus des Elongationswinkels verhält sich zum Sinus des Commutationswinkels, wie die Tangente der geocentrischen Breite des Planeten zur Tangente der heliocentrischen Breite.

Beweis. Es ist SR : RP = sin tot : tang RSP, und RP : TR = tang RTP : sin tot. (40. §. Trig.) Daraus folgt SR : TR = tang RTP : tang RSP. (198. §. Geom.) Ferner ist SR : TR = sin STR : sin TSR, (41. §. Trig.) also auch sin STR : sin TSR = tang RTP : tang RSP.

Die 9 Aufgabe.

180. Die Theorie von der Bewegung der Erde um die Sonne ist schon bekannt, und man hat die geocentrische Länge und Breite eines Planeten, dessen Bahn der Lage nach auch schon bekannt ist, beobachtet: man soll die heliocentrische Länge und Breite des Planeten nebst seinem Abstande von der Sonne und der Erde für eben den Zeitpunct finden.

Aufl. Nachdem die Figur wie im 171 §. gezeichnet worden, verlängere man RT bis an die Knotenlinie in B und ziehe BP, so liegt BP in der Ebene der Planetenbahn, so wie BR in der Ecclyptik, und die Ebene RBP, worin auch TP liegt, ist auf der Eccliptik senkrecht, weil RP darauf senkrecht ist. (261. §. Geom.) In dieser Ebene ziehe man TQ auf BR senkrecht, so ist auch TQ auf der Ebene der Eccliptik senkrecht. (263. §. Geom.) Ferner ziehe man TC auf die Knotenlinie senkrecht, und hiernächst CQ, so ist TCQ der Neigungswinkel der Planetenbahn gegen die Ecclictik. (176. §.)

1) Im Dreyeck STB ist die Seite ST mit beyden anliegenden Winkeln bekannt, weil ASH aus dem 175 §. bekannt ist, also BST = AST — ASH und STB = 180° — STR gefunden wird; daraus findet man den Winkel SBT mit den anliegenden Seiten SB, TB.

2) Im Dreyeck BCT, das bey C rechtwinklicht ist, hat man nun den Winkel CBT und die Seite BT, daraus wird CT gefunden.

3) Im Dreyeck CTQ ist ausser dem rechten Winkel bey T nun die Seite CT und der Winkel TCQ aus dem 177. §. bekannt: also findet man TQ.

4) Im Dreyeck BTQ ist also ferner der rechte Winkel bey T mit den anliegenden Seiten TQ, TB, bekannt: daraus suche man den Winkel TBQ und die Seite BQ.

5) Weiter ist im Dreyeck BTP die Seite BT bekannt und die anliegenden Winkel TBP = TBQ, BTP = 180° — RTP: daraus suche man TP.

6) Im

6) Im Dreyeck RTP ist ferner bey R ein rechter Winkel, RTP ist gemessen, und TP eben gefunden: also kann man TR suchen.

7) Im Dreyeck STR ist alsdenn der Elongationswinkel an T mit den anliegenden Seiten ST, RT bekannt: also suche man den Commutationswinkel TSR und die verkürzte Distanz SR.

8) Aus dem Elongations- und Commutationswinkel mit der geocentrischen Breite findet man die heliocentrische Breite dem 179. §. gemäß.

9) Im sphärischen Dreyeck N*pr* ist nun ausser dem rechten Winkel bey *r* jede von den anliegenden Seiten, nemlich die Länge N*r* und die Breite *rp* aus der Sonne gesehen, bekannt: daraus kann N*p* gefunden werden, mithin auch die Länge des Planeten in seiner Bahn ∝NW*p*.

10) Im Dreyeck RSP wird hiernächst aus der verkürzten Distanz SR und den anliegenden Winkeln auch SP, als die Entfernung des Planeten von der Sonne gefunden.

Der 1. Zusatz.

180. Wird die heliocentrische Länge des Planeten in seiner Bahn mit seiner Entfernung von der Sonne gegeben, wenn die Lage seiner Bahn gegen die Ecliptik schon bekannt ist; so findet man in umgekehrter Ordnung die geocentrische Länge und Breite auf folgende Art:

1) Von der Länge des Planeten in seiner Bahn ziehe man die Länge des aufsteigenden Knotens ab, so ist der Rest das Argument der Breite NW*p*.

2) Im rechtwinklichten sphärischen Dreyeck N*pr* ist alsdenn ausser der eben genannten Seite und dem rechten Winkel an *r* auch der Neigungswinkel an N

bekannt, (177. §.) also kann man Nr und rp finden: da dann AN + Nr die heliocentrische Länge, und rp die heliocentrische Breite ist.

3) Nunmehr ist im rechtwinklichten Dreyeck SPR ausser dem rechten Winkel an R die Seite SP mit dem Winkel an S bekannt; also suche man die verkürzte Distanz SR.

4) Weil die Länge der Erde AST und ihre Entfernung ST von der Sonne als bekannt angenommen wird, so findet man den Commutationswinkel TSR, wenn die Länge der Erde von der heliocentrischen Länge des Planeten abgezogen wird.

5) Aus dem Commutationswinkel TSR mit den anliegenden Seiten ST, SR, suche man den Elongationswinkel STR, so hat man auch DTR = 180° — STR, und die geocentrische Länge A'TD + DTR.

6) Aus dem Commutations- und Elongationswinkel mit der heliocentrischen Breite findet man dem 179. §. gemäß die geocentrische Breite.

Der 2. Zusatz.

182. Stellet man für einen Planeten von Zeit zu Zeit eine zulängliche Menge von Beobachtungen an, und berechnet man für jede dieser Beobachtungen die Länge des Planeten in seiner Bahn mit seiner Entfernung von der Sonne; so kann man die ganze Bahn des Planeten zeichnen, daß die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde als der Maaßstab dient.

Die 13. Erfahrung.

183. Bey diesem Verfahren hat man gefunden, daß alle Planetenbahnen Ellipsen sind, wovon ein Brennpunct im Mittelpunct der Sonne liegt.

Mercurs

Mercurs Bahn ist die kleinste, und hiernächst folgen in der Ordnung der Grösse die Bahnen der Venus, der Erde, des Mars, Jupiters und Saturns. Uebrigens hat man vermittelst der Fernröhre noch folgende Entdeckungen gemacht. In der Sonne nimmt man oft schwarze Flecken war, deren Figur und Grösse sehr verschieden und veränderlich ist. Bey vielen hat man bemerkt, daß sie am östlichen Sonnenrande zum Vorschein kommen, sich gegen den westlichen Rand zu fortbewegen, ohngefehr nach 12 bis 13 Tagen seit ihrer ersten Erscheinungen am westlichen Rande verschwinden, und nach 28 Tagen am östlichen Rande wieder zum Vorschein kommen. Die Wege, welche sie auf der Sonne nehmen, erscheinen völlig so, wie es seyn muß, wenn die Sonne eine Kugel ist, die sich in 25. Tag. 14. St. 8. M. oder in Ansehung der Erde in 27. T. 12. St. 20. M. um eine Axe drehet, welche gegen die Eccliptik unter einem Winkel von 82° 30′ geneigt ist, so daß der Sonnenäquator und die Ecliptik einander unter einem Winkel von 7° 30′ schneiden. In den Planeten Venus, Mars und Jupiter siehet man mit Hülfe stark vergrössernder Fernröhre ebenfalls Flecken, die ihre Stelle auf der scheinbaren Scheibe des Planeten ändern, im Jupiter besonders siehet man Streifen von veränderlicher Gestalt, auch sind dergleichen im Mars und Saturn gesehen worden. Die periodische Wiederkunft der Flecken, und die Regelmäßigkeit ihrer Bahnen hat auf die Schlußfolge geleitet, daß die Planeten Kugeln sind, die, wie die Sonne, sich um ihre eigene Axe drehen, nemlich Jupiter in 9. St. 57. Min. Mars in 24. St. 40. M. Ve-

nus in 23. St. 20. Min, Mercur ist der Sonne zu nahe, und Saturn zu weit entfernt, als daß man bisher dergleichen Flecken auf diesen Planeten hätte entdecken, und aus Beobachtung derselben auf ihre Umlaufszeit schliessen können.

Der 1. Zusatz.

184. Diesen Erfahrungen gemäß kann man die Erde als den siebenten Planeten in der Ordnung mitzählen. Wäre sie in Ruhe, so müste man nicht allein annehmen, daß die Sonne einen elliptischen Umlauf um die Erde machte, sondern auch überdem, daß die Planeten indem sie ihre obbeschriebenen Bahnen um die Sonne durchlaufen, zugleich mit der Sonne um die Erde herum geführt werden. Wenn es indessen auch bewiesen wäre, daß diese Vorstellung der Natur gemäß sey; so könnte man doch bey Berechnung der Planetenbahnen die Vorstellung vom Umlauf der Erde um die ruhende Sonne beybehalten, welche vom Copernicus ihren Nahmen hat, auf dessen Veranlassung sie vornemlich bekannt und nunmehro auch allgemein beliebt geworden ist. Denn aus der Sonne gesehen würde einem Beobachter, der seine Bewegung nicht merkte, die Erde um die Sonne zu laufen scheinen.

Der 2. Zusatz.

185. Nimmt man mit dem Copernicus nicht allein den jährlichen Umlauf der Erde um die Sonne, sondern auch die tägliche Umlaufsbewegung der Erde um ihre eigene Axe an, (56. §.) und dies wegen der übrigen Aehnlichkeit mit den Planeten, wovon gewiß einige einen solchen Umlauf um ihre eigene Axe machen; so lassen sich alle Erscheinungen am gestirnten Himmel, soweit sie von den Bewe-

gungen

gungen der Weltkörper gegen einander abhängen, am ungezwungensten erklären. Nach dem Ptolomäus im Almagest war man an die Vorstellung gewöhnt, daß die Erde im Mittelpunct des ganzen Weltbaues unbeweglich in Ruhe sey, und war um deßwillen genöthiget, sehr verwickelte schraubenförmige Bewegungen der Sonne, des Mondes und der Planeten zwischen den Wendekreisen anzunehmen. Ueberdem schien die Copernikanische Vorstellung einigen übel verstandenen Stellen in der heiligen Schrift entgegen zu seyn; daher kam es, daß sie nicht gleich anfangs allgemeinen Beyfall fand. Tycho de Brahe, der später als Copernicus lebte, und sich sonst durch seine überaus wichtigen Beobachtungen noch wirklich mehr Verdienste um die Astronomie als Copernicus erworben hat, gab dem letztern in Ansehung seiner Vorstellung von der Weltordnung noch nicht völlig Beyfall, weil er immer noch glaubte, daß sie der heil. Schrift zuwider sey. Die eigentliche Gestalt der Planetenbahnen kannte aber noch Tycho so wenig als Copernicus sie gekannt hatte: es war vielmehr Keplern, der noch mit Tycho de Brahe zugleich lebte, vorbehalten, diese wichtige Entdeckung zu machen, und dies vornemlich mit Hülfe der mühsamsten Rechnungen über viele Beobachtungen des Planeten Mars, welche Tycho angestellet hatte.

Die 34. Erklärung.

186. Wenn AMDBE die elliptische Planetenbahn vorstellet; so können die Nahmen Sonnenferne, Sonnennähe, Apsidenlinie, Excentricität, mittlere Entfernung, bey den Planeten und ihren Bahnen eben die Bedeutungen behalten, wie sie 229 Fig.

im 154. §. für die Erde und ihre Bahn sind fest gesetzt worden. Wenn ferner im folgenden überhaupt die Rede von den Gesetzen ist, nach welchen die Planeten ihre Umläufe um die Sonne machen, so wird die Erde ebenfalls unter dem Nahmen der Planeten mit begriffen werden. Uebrigens wird man es nun schon gewohnt seyn, daß man zuweilen Kürze halber auch so reden kann, als wenn die Erdbahn die Sonnenbahn, und die Sonne ein Planet wäre.

Die 14. Erfahrung.

229 Fig. 187. Kepler hat aus den eben erwehnten Beobachtungen noch folgende zwey merkwürdige Gesetze geschlossen, deren Richtigkeit alle neuere Beobachtungen aufs vollkommenste bestättigt haben.

1. Die Zeit, welche während der Bewegung durch jeden elliptischen Bogen AM, von der Sonnenferne angerechnet, verfließt, verhält sich zur ganzen Umlaufszeit, wie die Fläche des elliptischen Ausschnitts AKMF zwischen dem Bogen AM und den aus der Sonne nach seinen Endpuncten laufenden Gesichtsstralen, zur Fläche der ganzen Ellipse. Wenn man FM den Radius Vector nennt, so läßt sich dasselbe Gesetz auch so ausdrücken: der Radius Vector schneidet in gleichen Zeiten gleiche elliptische Sectoren von der Bahn des Planeten ab.

2. Die Quadratzahlen von den Umlaufszeiten der Planeten in ihren Bahnen verhalten sich gegen einander wie die Cubiczahlen ihrer mittlern Entfernungen von der Sonne.

Die 15. Erfahrung.

188. Die Kometenbahnen sind ebenfalls Ellipsen, und die Sonne befindet sich in einem ihrer Brennpuncte: nur weichen die Kometenbahnen sehr

viel

viel mehr als die Planetenbahnen von der Figur des Kreises ab. Ihre Excentricität ist so sehr groß, daß das Stück einer Kometenbahn, welches der Sonnennähe zu beyden Seiten nahe ist, einer Parabel nahe kommt. (28. §. Artill.) Die höhere Geometrie lehrt, daß die Parabel als eine Ellipse anzusehen sey, deren Zwergaxe unendlich groß ist. Uebrigens gelten die Keplerischen Gesetze (187. §.) auch für die Bewegung der Kometen in ihren Bahnen. Die Kometen sind uns nur sichtbar, wenn sie dieses einer Parabel nahe kommende Stück ihrer Bahn in der Sonnennähe durchlaufen. Gewöhnlich nimmt ihr Schweif, der übrigens allemahl nach der Site liegt, die der Sonne entgegengesetzt ist, an Grösse so lange zu, bis der Komet die Sonnennähe erreicht hat, hiernächst aber wird der Schweif wieder kleiner. Uebrigens kommt die scheinbare Grösse des Schweifes mit auf die Lage der Erde, der Sonne und des Kometen gegen einander an.

Die 35. Erklärung.

189. Man unterscheidet die **wahre Bewegung** des Planeten in seiner Bahn von der **mittlern Bewegung**, die man sich zur Erleichterung der Rechnung so vorstellt, als wenn die Winkelbewegung des Planeten um die Sonne gleichförmig wäre, oder der **Radius Vector** in gleichen Zeiten gleiche Winkel an der Sonne beschriebe. In Rücksicht auf diese Vorstellung wird der Ausdruck **mittlere Anomalie** gebraucht, denjenigen Winkel AFN zu bezeichnen, um welchen der Planet von der Sonnenferne nach Verlauf einer gewissen Zeit entfernt seyn würde, wenn er der mittlern Bewegung folgte. Der Winkel NEM, um welchen beyde Anomalien, die

wahre AFM und mittlere AFN, verschieden sind, heißt die Gleichung des Mittelpuncts. (Aequatio centri, Prostaphaeresis.) Uebrigens unterscheidet man auch in einem ähnlichen Sinn die mittlere Länge des Planeten von seiner wahren Länge.

Zusatz.

190. Wenn die Lage der Absidenlinie, oder die heliocentrische Länge der Sonnenferne des Planeten bekannt ist, und wenn man ihn in einem gewissen bekannten Zeitpunct in der Soñenferne beobachtet hat; so kann man für jede andre künftige oder vorige Zeit die heliocentrische Länge des Planeten in seiner Bahn angeben. Die Auflösung dieser Aufgabe kommt nur darauf an, daß man, weil die mittlere Anomalie für die gegebene Zeit durch eine leichte Regel Detri gefunden wird, die damit zusammengehörige wahre Anomalie finde. Die Aufgabe ist bloß geometrisch. Es ist nemlich der Elliptische Sector AFMK dadurch gegeben, daß man sein Verhältniß zur Fläche der ganzen Ellipse weiß: man soll daraus den Winkel zwischen seinen gradlinichten Seiten finden. Was auf solche Art jedesmahl erstlich mühsam durch Rechnung gefunden werden müste, das hat man ein für allemahl zum voraus für den ganzen Umlauf des Planeten berechnet, und in Tafeln gebracht, deren Einrichtung und Gebrauch man jedoch alsdenn allererst recht vollständig keñen lernen kann, weñ man die mancherley Jahrrechnungen und die Einrichtung der Calender keñt, wovon der weitere Unterricht unten folgt. Man vergleiche indessen vorläufig die Berlinische Samlung astronom. Tafeln wegen der Sonne im 1 B. 226. und 296 S. Wegen der Planeten im 2 B. 130 und 256. S.

Die

Die 36. Erklärung.

191 Die Zeit zwischen dem Augenblick, wenn um Mittag der Mittelpunct der Sonne culminirt, bis zu dem Augenblick, da am nächsten Mittage der Mittelpunct der Sonne abermahl im Meridian erscheint, heißt ein Sonnentag. Man theilt ihn auf ähnliche Art, wie den Sternentag in 24 gleiche Sonnenstunden, die Stunden noch weiter eben so in Minuten, Secunden, u. s. w. wie es auch im gemeinen Leben zulänglich bekannt ist.

Der 1. Zusatz.

192. Jeder Sonnentag ist grösser als ein Sternentag. Gesetzt die Sonne komme am heutigen Mittage mit dem Aldebaran, zugleich im Meridian; so wird sie am nächsten Mittage, wenn Aldebaran wieder von Osten her in dem Meridian anlangt, nicht mehr mit ihm in einerley Abweichungskreise befindlich, sondern weiter nach Osten fortgerückt seyn: demnach wird noch etwas mehr Zeit als ein Sternentag verfliessen, bevor der Sonnentag zu Ende geht.

Der 2. Zusatz.

193. Die Sonnentage sind von ungleicher Länge, weil sich die Rectascension der Sonne nicht völlig gleichförmig ändert. Die Bewegung der Sonne in der Eccliptik ist schon an sich ungleichförmig, und wenn sie auch gleichförmig wäre, daß die Länge der Sonne in der Eccliptik täglich um einen gleichen Ueberschuß grösser würde, so würde doch die Aenderung ihrer Rectascension auf dem Aequator gemessen nicht alle Tage einerley seyn.

Die 16. Erfahrung.

194. Die Absidenlinie der Sonnenbahn ändert von Zeit zu Zeit ihre Lage so, daß die Erdferne nach

der

der Ordnung der Zeichen vorwärts rückt. Man hat gefunden, daß die Aenderung in der Länge der Erdferne jährlich 1′ 5½″ betrage.

Die 37. Erklärung.

195. Die Umlaufszeit der Sonne in der Ecclipsik heißt überhaupt ein Sonnenjahr: man hat aber den im 138. und 194. §. erzählten Erfahrungen gemäß drey verschiedene Jahre zu bemerken. Die Zeit des Umlaufs der Sonne vom Frühlingspunct angerechnet, bis sie das nächste mahl ebendaselbst anlangt, heißt das tropische Sonnenjahr. Es wird im gemeinen Leben gebraucht, weil die Jahrszeiten davon abhängen. Das siderische Jahr, oder Sternjahr ist die Zeit des Umlaufs der Sonne von einem Fixstern angerechnet, bis sie das nächste mahl bey eben demselben Fixstern anlangt. Das anomalistische Jahr ist die Zeit des Umlaufs der Sonne in ihrer elliptischen Bahn von der Erdferne angerechnet, bis sie an eben dieser Stelle wieder ankommt.

Die 17. Erfahrung.

196. Aus den besten Beobachtungen hat man die eigentliche Länge des tropischen Jahres

365 Tage 5 St. 48 Min. 45½ Sec.

gefunden. Weil die Länge der Fixsterne alle Jahre 50,3″ (138. §.) und die Länge der Erdferne alle Jahre 1′ 5½″ (194. §.) grösser wird; so ist das Sternjahr um 20′ 26″ und das anomalistische Jahr um 26′ 35″ länger, als das tropische. Demnach findet man für das Sternjahr 365 T. 6 St. 9 Min. 11 Sec.

Der 1. Zusatz.

197. Man setze nach der Regel Detri an:

in 365 T. 6 St. 9 Min. 11 Sec.

ändert sich die grade Aufsteigung der Sonne in Ansehung

sehung eines Fixsterns um 360°, um wie viel also in 1 Tage? so findet man 59′ 8,2″. Um soviel würde also die grade Aufsteigung täglich grösser werden wenn der Umlauf der Sonne in Ansehung der graden Aufsteigung gleichförmig wäre. Eben soviel beträgt auch die mittlere Bewegung der Sonne in Ansehung ihrer Länge.

Der 2. Zusatz.

198. Wenn die Bewegung der Sonne in Ansehung ihrer Rectascension gleichförmig wäre; so würde während eines Sonnentages ausser dem ganzen Aequator noch ein Bogen von 59′ 8,2″ durch den Mittagskreis gehen. Weil nun

1 Min. im Bogen 4 Secunden Sternzeit
und 1 Sec. im Bogen 4 Tertien Sternzeit

giebt, so findet man, daß

24 St. 3 Min. 56 Sec. 32,8 Tert. Sternzeit

bey der angenommenen Voraussetzung einen Sonnentag ausmachen würden.

Die 38. Erklärung.

199. Der mittlere Sonnentag ist die Zeit, welche zwischen zweenen zunächst auf einander folgenden obern Durchgängen des Mittelpuncts der Sonne durch den Mittagskreis verfliessen würde, wenn ihre Bewegung in Ansehung der graden Aufsteigung gleichförmig wäre. Man theilt ihn, wie den wahren Sonnentag, (191. §.) in 24 gleiche Stunden, jede Stunde in 60 Minuten, die Minute in 60 Secunden, u. s. f. mittlere Sonnenzeit.

Der 1. Zusatz.

200. Man setze nach der Regel Detri an:

360° 59′ 8,2″ im Bogen des Aequators geben 24 Stunden mittlere Sonnenzeit; wieviel also 360°?

Die

Die Antwort ist 23 St. 56 Min. 4,1 Sec. mittlere Sonnenzeit. Ziehet man diese Zahl von 24 St. mittl. Sonnenzeit ab, so bleiben 3 Min. 55,9 Sec. mittlere Sonnenzeit für den Unterscheid eines mittlern Sonnentages vom Sterntage.

Der 2. Zusatz.

201. Man kann Bogen des Aequators in mittlere Sonnenzeit verwandeln, wenn man $15°\,2'\,27{,}8417''$ im Bogen gegen 1 Stunde mittlere Sonnenzeit rechnet, wie gefunden wird, wenn man $360°\,59'\,8{,}2''$ mit 24 dividirt. Es gehen nemlich durch den Mittagskreis

ein Bogen von				mittl. Sonnenzeit
15°	2′	28″	in	1 Stunde,
15′	2″	28‴	in	1 Minute,
15″	2‴	28⁗	in	1 Secunde,
1°	0′	0″	in	3 Min. $59\frac{1}{3}$ Sec.
0°	1′	0″	in	3 Sec. $59\frac{1}{3}$ Tert.
0°	0′	1″	in	3 Tert. $59\frac{1}{3}$ Quart.

Der 3. Zusatz.

202. Um von diesen Rechnungen keine fehlsame Anwendung zu machen, muß man wohl bemerken, daß sie eigentlich nur dienen, Stundenwinkel der Fixsterne in Zeit zu verwandeln. Auf jeden Grad eines solchen Stundenwinkels kommen 4 Minuten Sternzeit, (47. §.) die mit 3 Min. $59\frac{1}{3}$ Sec. mittl. Sonnenzeit einerley sind. Auf jeden Grad eines Stundenwinkels der Sonne aber kommen 4 Minuten Sonnenzeit, weil 360° tägliche Bewegung der Sonne mit $360°\,59'\,8{,}2''$ täglicher Bewegung eines Fixsterns in einerley Zeit, nemlich in 24 Stunden Sonnenzeit, oder 24 St. 3 Min. $16\frac{1}{2}$ Sec. Sternzeit, erfolgen.

Die

Die 39. Erklärung.

203. Der wahre Mittag ist der Zeitpunct, an welchem der Mittelpunct der Sonne im Meridian ist: der mittlere Mittag aber derjenige Zeitpunct, an welchem der im Aequator mit gleichförmiger Bewegung gegen Osten fortrückende mittlere Ort der Sonne im Meridian kommt. Der Unterscheid der Zeit zwischen den beyden Mittagen heißt die Gleichung der Zeit.

Der 1. Zusatz.

204. Es sey BAD der Aequator EAF die Ecliptik, A der Frühlingspunct, V der wahre und M der mittlere Ort der Sonne in der Ecliptik, PV*w* der Abweichungskreis der Sonne, also A*w* ihre wahre Rectascension. Man nehme auf dem Aequator die Bogen A*v* = AV und A*m* = AM, so ist *mw* das Maaß des Stundenwinkels, um welchen die in V befindliche Sonne vom Meridian entfernt ist, wenn ihr mittlerer Ort *m* im Aequator culminirt. Man muß also für diesen Stundenwinkel der Sonne die mittlere Sonnenzeit suchen, 15° für eine Stunde gerechnet, so hat man die Zeitgleichung.

Der 2. Zusatz.

205. In allen Fällen ist *mv* die Gleichung des Mittelpuncts der Sonne, und *vw* der Unterscheid zwischen der wahren Länge und wirklichen Rectascension der Sonne. Für den Fall, welchen die Figur vorstellet, hat man *mw* = *mv* − *vw*: in andern Fällen, wenn A*w* > A*v* ist, hat man *mw* = *mv* + *vw*.

Der 3. Zusatz.

206. Man muß es nicht als eine eigenthümliche Eigenschaft der Zeit der ersten Bewegung (47. §) ansehen

ansehen, daß 15° im Bogen gegen eine Stunde Zeit zu rechnen sind, und eben so wenig als eine eigenthümliche Eigenschaft der mittlern Sonnenzeit, daß 15° 2′ 28″ im Bogen gegen eine Stunde Zeit gerechnet werden: denn Stundenwinkel der Sonne und Sonnenzeit gehören eben so zusammen, wie Stundenwinkel eines Fixsterns und Sternzeit oder Zeit der ersten Bewegung. Herr de la Lande (Astronomie Tom. I. Liv. IV. §. 976 — 979.) verbessert daher mit Recht einen kleinen Fehler in des H. de la Caille Sonnentafeln, der die darinn mitgetheilte Tafel für die Zeitgleichung betrift: derselbe ist durch die einigermassen zweydeutige Art veranlasset worden, wie man sich oft ausdrückt, wenn von Verwandelung der Bogen des Aequators in Zeit die Rede ist.

Der 4. Zusatz.

107. In der 225 Figur stelle S die Sonne und PSQW ihren Abweichungskreis, *peqd* die Erde, z, und *x* ein Paar Oerter auf der Erde *pze*, *pxm*, ihre Meridiane vor; so ist *zpx* oder *epm* der Stundenwinkel zwischen beyden. Bey der täglichen Umlaufsbewegung der Erde von Westen gegen Osten in der Richtung *wvz* kommt jeder Meridian der Erde wie *pze*, *pxm*, einmahl in den Abweichungskreis PZE der Sonne, der selbst nicht völlig unbeweglich ist, wie er es seyn würde, wenn S ein Fixstern wäre. Zwischen zweenen zunächst auf einander folgenden Zeitpuncten, in welchen der Meridian *pze* der Erde mit dem Abweichungskreise PZE der Sonne zusammen fällt, drehet sich der Abweichungskreis der Sonne PZE selbst um einen Winkel von 59′ 8,2″ weiter gegen Osten, und zwischen beyden

den Zeitpuncten verfliessen 24 Stunden Sonnenzeit. Während dieser 24 Stunden sind also nicht mehr als 360° des Erdäquators durch den Abweichungskreis PZE der Sonne gegangen, obgleich 360° 59′ 8,2″ durchgegangen wären, wenn S ein Fixstern wäre. Fasset nun der Winkel *zpx*, oder der Bogen *em* des Erdäquators 15°, so kommt *pxm* um eine Stunde Sonnenzeit später in den Abweichungskreis der Sonne als *pze*, und der Ort *x* hat eine Stunde später Mittag als der Ort *z*. Ueberhaupt verhält sich die Zwischenzeit zwischen den Augenblicken, da beyde Oerter Mittag haben, zu 24 Stunden Sonnenzeit, wie der Winkel *zpx*, oder sein Maaß *em* auf dem Erdäquator, zu 360°.

Der 5. Zusatz.

208. Weil nicht alle wahre Sonnentage gleich groß sind; so können auch nicht alle wahre Sonnenstunden gleich groß seyn. Im gemeinen Leben richtet man sich zwar nach der wahren Sonnenzeit, unsre Uhren können aber bey ihrem gleichförmigen Gange nur mittlere Sonnenstunden zeigen. Auch der Astronom kann bey seinen Rechnungen nur mittlere Sonnenzeit brauchen. Wenn demnach vielleicht Beobachtungen nach der wahren Sonnenzeit gemacht sind, so muß man allemahl diese wahre Zeit auf mittlere Sonnenzeit bringen.

Die 40. Erklärung.

209. Bey der Jahrrechnung im gemeinen Leben kann man nur ganze Tage brauchen, die Stunden, Minuten, und kleinere Zeittheile werden so lange nicht gerechnet, bis sie ganze Tage ausmachen: um deßwillen muß man das eigentliche astronomische oder natürliche tropische Sonnenjahr (195. §.) vom bürgerlichen Jahr unterscheiden. Julius

Cäsar hat auf Anrathen des Sosigenes eine Jahrrechnung eingeführt, nach welcher 365 Tage 6 Stunden auf ein bürgerliches Jahr gerechnet werden, welches daher das Julianische Jahr genannt wird. Allemahl wenn 3 Jahre von 365 Tagen verflossen sind, zählt man im vierten Jahr, welches ein Schaltjahr heißt, einen Tag mehr. Ein gemeines Julianisches Jahr hält also 365 Tage, das Schaltjahr 366 Tage.

Die 18. Erfahrung.

210. Die Absidenlinie und Knotenlinie der Planetenbahnen ändern von Zeit zu Zeit ihre Lage. Wegen des Vorrückens der Nachtgleichen (192. §.) müste die heliocentrische Länge der Sonnenferne, so wie die Länge des aufsteigenden Knotens jährlich um 50,3″ also in 100 Jahren um 1° 23′ 50″ grösser werden: wenn also die Beobachtungen nur eine solche Veränderung lehrten; so wäre eigentlich die Lage der erwehnten Linie unveränderlich. Noch ist es nicht völlig durch Beobachtungen entschieden, wie weit diese Veränderung gehet. Nach Herrn de la Lande, ist in 100 Julianischen Jahren

	Beweg. d. Sonnenf.			Bew. d. Knot.			Neig. d. Bahn		
♄	2°	23′	20″	0°	50′	0″	2°	30′	20″
♅	1	43	20	1	30	0	1	19	10
♂	1	51	40	1	6	20	1	51	0
♀	4	10	0	0	51	40	3	23	20
☿	1	57	40	1	15	0	7	0	0

Soviel man bis jetzt weiß, ist die Neigung der Bahn des Uranus 43′ 35″. Nachrichten von demjenigen, was man bisher aus den Beobachtungen des Planeten Uranus hat folgern können, giebt Herr Bo-

de

de in seiner neuesten Schrift: Von dem neu entdeckten Planeten, Berlin 1784.

Die 41. Erklärung.

211. Ausser der siderischen und tropischen Umlaufszeit eines Planeten um die Sonne muß man noch die synodische Umlaufszeit unterscheiden, wodurch die Zeit von einer Zusammenkunft mit der Sonne bis zur nächstfolgenden verstanden wird.

Der 1. Zusatz.

212. Diese Umlaufszeiten sind

	siderische				tropische				sinodische			
	T.	St.	M.	S.	T.	St.	M.	S.	T.	St.	M.	S.
♄	10761	14	36	42	10749	7	21	50	378	2	8	8
♃	4332	8	51	26	4330	8	58	27	398	21	15	45
♂	686	23	30	43	686	22	18	27	779	22	28	26
♀	224	16	41	32	224	16	41	32	583	22	7	6
☿	87	23	15	37	87	23	14	26	115	21	3	22

Die siderische Umlaufszeit des Uranus beträgt 83 Jahr 4 Monathe: an einer völlig genauen Bestimmung fehlt es noch. Die hier und im folgenden angezeigten Zahlen sind Resultate aus Rechnungen, die H. Mechain in Paris angestellet hat. (Bode an a. O. 103. 104. S.)

Der 2. Zusatz.

213. Die mittlern grösten und kleinsten Entfernungen der Planeten von der Sonne, wenn man die Entfernung der Sonne von der Erde = 1 annimmt, sind nach H. de la Lande folgende:

	mittlere	grösste	kleinste	Excentric.
♄	9,53937	10,07147	9,00727	0,53210
♃	5,20098	5,45375	4,94821	0,25277
♂	1,52369	1,66587	1,38151	0,14218
♀	0,72333	0,72843	0,71318	0,00510
☿	0,38710	0,46670	0,30750	0,07960

Vergleicht man die Cubiczahlen dieser mittlern Entfernungen mit den Quadratzahlen der Umlaufszeiten, so wird man Keplers Regel (187. §.) bestättigt finden. Nach H. Mechain ist für den Uranus

die gröste Entf.	19,89938
die kleinste —	18,25870
die mittlere —	19,07904
Excentricität	0,12034

Der 3. Zusatz.

214. Die Bahn Mercurs und hiernächst auch die Bahn des Planeten Mars weichen am meisten vom Kreise ab. Die Venusbahn kommt dem Kreise am nächsten, und hiernächst die Erdbahn. Man übersiehet das am deutlichsten, wenn man die Excentricität der Bahn eines jeden Planeten in Theilen seines mittlern Abstandes sucht: alsdenn findet man folgende Zahlen

♄	0,055779	♁	0,016802
♃	0,04860	☿	0,00713
♂	0,09331	☿	0,20563.

Für den Uranus ist nach H. Bode die Excentricität in Theilen seiner mittlern Entfernungen 0,04300.

Die 19. Erfahrung.

215. Der Mond, wenn er sich in den ersten Tagen nach dem neuen Licht am Abendhorizont bald nach Sonnen-Untergang wieder sehen läßt, erscheint wie eine Sichel, wovon die erhabene Seite der Sonne zugekehrt ist. Man siehet ihn an jedem folgenden Abende weiter gegen Osten fortgerückt, und zugleich die helle Sichel breiter als am vorigen Abende, bis er sich etwa am 8ten Tage nach dem Neumond im Geviertschein mit der Sonne als eine halbe helle Scheibe zeigt. Die gradlinichte Gränze

krümmt

krümmt sich nun in den folgenden Tagen weiter auswärts, bis der Mond am 15ten Tage nach dem Neumonde im vollen Lichte und zugleich im Gegenschein mit der Sonne, als eine ganze erleuchtete Scheibe gesehen wird. Nicht allein bis dahin findet man den Mond allemahl in einem Zodiacalgestirn, sondern er bleibt auch ferner nach dem vollen Lichte im Thierkreise, nur nicht immer in der Ecliptik: er hat vielmehr bald nordliche bald südliche Breite, die jedoch nie über $5\frac{1}{2}$ Grade beträgt. An der Seite, wo anfangs die Sichel erschien, die nun anfängt sich von der Sonne wegzuwenden, nimmt der Mond wieder ab, und die vorigen Erscheinungen der Lichtgestalten treten in umgekehrter Ordnung wieder ein, indem der Mond durch die andre Hälfte des Thierkreises rückt, und auf solche Art sich der Sonne wieder nähert; bis endlich 30 Tage nach dem neuen Lichte der Mond wieder bey der Sonne ist.

Der 1. Zusatz.

216. Der Mond bewegt sich in einer solchen Bahn binnen Monathsfrist um die Erde die von der Erde aus gesehen ein gröster Kreis an der Fixsternenkugel zu seyn scheint, dessen Ebene die Ebene der Eccliptik schneidet. Weil aber der scheinbare Durchmesser des Mondes bald grösser bald kleiner befunden wird; so kann seine Entfernung von der Erde nicht immer einerley und seine Bahn kein Kreis seyn. Aus Beobachtungen über die grade Aufsteigung und Abweichung des Mondes kann man seine jedesmalige Länge und Breite durch Rechnung finden, man kann zugleich aus Vergleichung seines jedesmahligen scheinbaren Durch-

messers die Verhältnisse seiner Entfernungen vom Mittelpunct der Erde herleiten, und hiernächst die ganze Bahn des Mondes auf einer Ebene nach einem willkührlich gewählten verjüngten Maaßstabe auf ähnliche Art, wie oben (145. u. f. §.) die Bahn der Sonne um die Erde zeichnen.

Der 2. Zusatz.

217. Verfolgt man den Mond vornemlich zu der Zeit mit öftern Beobachtungen, wenn er zwar noch einige aber beständig abnehmende südliche Breite hat, so lange bis seine Breite anfängt, nordlich zu werden; so kann man die Lage seiner Knotenlinie finden. Denn die Länge des aufsteigenden Knotens ist einerley mit der Länge des Mondes für den Fall, wenn seine Breite die vorher südlich war, o wird. Die Länge des niedersteigenden Knotens ist um 180° grösser.

Der 3. Zusatz.

217. Verfolgt man eben so den Mond zu der Zeit mit öftern Beobachtungen, wenn seine Entfernung vom Knoten mehrentheils 90° beträgt, so lange bis die mit der wachsenden Länge zugleich wachsende Breite wieder abzunehmen anfängt; so kann man seine gröste Breite finden, da dann seine Entfernung vom Knoten zugleich 90° betragen muß. Die gröste Breite ist alsdenn zugleich das Maaß der Neigung der Ebene seiner Bahn gegen die Ebene der Ecliptik.

Die 20. Erfahrung.

218. Bey den Bemühungen, die Lage und alle Abmessungen der Mondbahn zu finden, nahm man bald war, daß das alles beständigen sehr beträchtlichen Aenderungen unterworfen sey. Die Länge der

Erd-

Erdferne fand man von Zeit zu Zeit immer grösser, und muste daraus die Folge ziehen, daß die Erdferne des Mondes jährlich um 40° 39′ 52″ vorwärts rücke und in 8 Jahren 309 T. 8 St. 37 Min. 30 S. einen ganzen Umlauf mache. Ferner fand man, daß die gröste Gleichung des Mittelpuncts und die Excentricität der Mondbahn nicht immer einerley sey. Auch die Lage der Mondbahn gegen die Ebene der Eccliptik ändert sich beständig. Die Knoten rücken der Ordnung der Zeichen jährlich um 19° 19′ 43″ entgegen, sie machen in 18 Jahren 224 T. 4 St. 45′ einen ganzen Umlauf, und die Neigung der Bahn ändert sich von 4° 58′ 30″ bis 5° 17′ 30″. Den scheinbaren Durchmesser des Mondes hat man 33′ 34″ gefunden, wenn der Mond beydes zugleich in der Erdnähe, und im Gegenschein mit der Sonne ist; in der Erdferne und Zusammenkunft mit der Sonne aber 29′ 25″. Das arithmethische Mittel ist 31′ 29″. (de la Lande Astron. T. II. pag. 251. §. 1505. und Abregé d'Astron. §. 570, pag. 233.) In der mittlern Entfernung des Mondes von der Erde ist der scheinbare Durchmesser 31′ 9″.

Die 42. Erklärung.

219. Die Umlaufszeit des Mondes um die Erde heißt überhaupt ein **Monath**: man muß aber fünf verschiedene Monathe unterscheiden. Der Umlauf in Ansehung des Frühlingspuncts, wovon man die Grade der Länge zu zählen anfängt, bis diese 360° beträgt, heißt der periodische und der Umlauf in Ansehung der Fixsterne der siderische Monath. Der Umlauf von einer Zusammenkunft

mit der Sonne bis wieder zum Neumond in der nächsten Zusammenkunft wird der synodische Monath genannt, und der Umlauf des Mondes in seiner Bahn vom aufsteigenden Knoten, bis er das nächstemahl wieder daselbst anlangt, heißt der Draconitische oder Knotenmonath. (Der Nahme kommt daher, weil der aufsteigende und niedersteigende Knoten des Mondes auch Drachenkopf und Drachenschwanz heissen.) Endlich ist noch der anomalistische Monath die Zeit des Umlaufs von der Erdferne, bis zur nächsten Ankunft des Mondes in seiner Erdferne.

Zusatz.

220. Aus vielfältigen Beobachtungen und dabey angebrachten Verbesserungen hat man für die gegenwärtige Zeit folgende Umlaufszeiten gefunden:

der periodische Monath	27	T.	7	St.	43	M.	5 S.
der siderische — —	27	—	7	—	43	—	12 —
der synodische — —	29	—	12	—	44	—	3 —
der anomalistische —	27	—	13	—	18	—	35 —
der Knotenmonath —	27	—	5	—	6	—	56 —

Die 21. Erfahrung.

221. Man siehet schon mit blossen Augen einige Flecken im Monde, mit Hülfe eines guten Fernrohrs aber noch weit mehrere, theils kleinere theils grössere. Man siehet zugleich durch das Fernrohr auch alsdenn, wenn der Mond nur wie eine helle Sichel erscheint, eine volle Scheibe wovon der übrige Theil nur ein sehr schwaches Licht hat. Die Flecken behalten unter sich immer einerley Lage, und man siehet auf der Erde gröstentheils immer einerley Flecken: nur scheinen sie sich alle zusammen zuweilen dem einen Rande zu nähern und zugleich von dem andern

zu

zu entfernen. Am ersten Rande verschwinden alsdenn einige Flecken die ihm sehr nahe waren, und statt ihrer kommen ihnen gegen über andre hervor, so daß es das Ansehen hat, als wenn er um seinen Mittelpunct ein wenig hin und wieder zurück schwanke.

Die 22. Erfahrung.

222. Die äussere Peripherie des Monds scheint zwar kreisförmig: aber der innere Bogen da wo der helle und dunkele Theil an einander gränzen, hat sehr viele Ungleichheiten. Selbst in dem dunkeln Theile siehet man nahe bey der hellen Sichel kleine helle Stellen, und in dem hellen Theile Flecken, die nicht immer einerley Stelle haben, sondern allemahl ihre Stelle verändern, so wie der Mond selbst seine Stelle gegen die Sonne verändert. Mit Hülfe solcher Fernröhre, die sehr stark vergrössern, kann man ganz eigentlich erkennen, daß die veränderlichen Flecken als Schatten von höhern Gegenden auf dem Monde herrühren, die man in Ansehung der übrigen für Berge halten muß.

Der 1. Zusatz.

223. Der Mond ist eine undurchsichtige dunkle für sich nicht leuchtende Kugel, die sehr viele Aehnlichkeit mit unserer Erde hat, und ihre Erleuchtung nur von der Sonne erhält. Die beständige Aenderung seiner Lichtgestalten rührt daher, weil nur die eine der Sonne zugekehrte Hälfte der Mondkugel erleuchtet ist, und diese nur alsdenn von der Erde aus ganz gesehen werden kann, wenn der Mond im Gegenschein mit der Sonne ist. Weil man auf der Erde grösstentheils immer einerley Flecken in ei-

nerley Lage gegeneinander stehet, so folget daraus, daß der Mond während seines monathlichen Umlaufs, um die Erde auch einen Umlauf um seine eigene Axe mache. Dieser Umlauf ist soviel man bisher hat finden können gleichförmig. Weil dagegen der monathliche Umlauf ungleichförmig ist, so läßt sich daraus erklären, daß das Schwanken des Mondes nur scheinbar sey; und daß es zum Theil auch in dem täglichen Umlauf der Erde seinen Grund habe, wodurch der Beobachter in einem Kreise mit herum geführet wird.

Der 2. Zusatz.

233 Fig. 224. Es sey T der Erde, L des Mondes Mittelpunct, und man ziehe aus beyden die graden Linien TS, LS, nach den Mittelpunct der Sonne: so liegt das Dreyeck TSL in der Ebene der Mondbahn, die den Mond in einem grösten Kreise AFBG schneidet. Durch L lege man eine Ebene ACB auf LS und eine andre DCE auf LT senkrecht, so sind beyde auf der Ebene der Mondbahn senkrecht, (261. §. G.) mithin auch ihre Durchschnittslinie LC. (264. §. G.) Beyde geben gröste Kreise der Mondkugel, die unter dem Winkel ALD gegen einander geneigt sind, wovon der Bogen AD das Maaß ist. Der gröste Kreis ACB ist die Gränze zwischen der von der Sonne erleuchteten und der dunklen Halbkugel, DCE aber die Gränze der Halbkugel DCEGA, welche von der Erde aus gesehen werden kann: also siehet man auf der Erde nur das Stück von der Mondkugelfläche erleuchtet, was zwischen den Halbkreisen CDH und CAH liegt. Von diesen erscheint CDH als die äussere Gränze wie ein Kreisbogen gekrümmt, DHA

aber

aber nach den Gesetzen der Perspectiv wie eine Ellipse, die in eine Grade Linie übergeht, wenn LA mit LT zusammen fällt, und die Ebene dieses Kreises durchs Auge des Beobachters auf der Erde geht.

Der 5. Lehrsatz.

225. Der Neigungswinkel *ALD* beyder Kreise gegen einander, zwischen welchen der erleuchtete Mondbruch liegt, ist die Summe der scheinbaren Entfernungen zwischen Sonne und Mond aus der Erde, und zwischen Erde und Mond aus der Sonne gesehen.

Beweis. Man verlängere LD bis M, und ziehe LN mit TS parallel: so ist MTL + TLM + MLN = 2R, und TLM = R, also MTL + MLN = R. Aber auch ALD + MLN — NLS = R, also MTL = ALD — NLS, und man findet ALD = MTL + NLS: der Winkel NLS aber ist dem gleich, unter welchem TS und LS in der Sonne zusammen laufen: also ALD = MTL + S.

Zusatz.

226. Wenn man mit dem Elongationswinkel STL des Mondes von der Sonne bey einer Beobachtung zugleich den Winkel ALD vermittelst eines Micrometers genau genug messen könnte; so hätte man im Dreyeck TLS auch den Winkel an S = ALD — STL. (225. §.) Wäre überdem für eben den Zeitpunct die Entfernung TL des Monds von der Erde bekannt; so könnte daraus ST als die Entfernung der Erde von der Sonne gefunden werden. Es hat aber die Sache in der Ausübung zuviele Schwierigkeit, als daß man sich davon ein

rich-

richtiges Resultat versprechen könnte. Ricciolus (Almagest. Nov. Tom. I. Lib. III. Cap. VII. Art. 12.) erzählt eine Beobachtung wobey zu einer Zeit, als das erste Mondsviertel eintrat, der Winkel STL = 89° 45′ gefunden worden. Es war also ALD = 90° und der Winkel an S = 15′. Daraus würde man TS : TL = sin tot : sin. 15′ finden, mithin TS : TL = 10000000 : 43633, und TS = 229,2. TL. Wenigstens ist daraus zu schliessen, daß die Entfernung der Sonne von der Erde auch noch in Vergleichung mit der Entfernung des Mondes von der Erde ansehnlich groß sey: also noch um so mehr in Vergleichung mit dem Halbmesser der Erde. Demnach kann ihre Horizontalparallaxe nur sehr klein ausfallen.

Die 23. Erfahrung.

227. Die Begebenheit, welche wir eine Sonnenfinsterniß nennen, wobey es das Ansehen hat, als wenn eine schwarze Scheibe von Westen gegen Osten vor der Sonne vorüber gienge, erfolgt nie anders als grade um die Zeit des Neumonds, wenn der Mond mit der Sonne in Zusammenkunft ist. Die ähnliche Begebenheit aber, welche wir eine Mondfinsterniß nennen, erfolgt nur um die Zeit des Vollmonds, wenn der Mond grade im Gegenschein mit der Sonne ist. Bey dieser letztern Begebenheit wird der Mond auf eine ähnliche Art dem Ansehen nach von einer schwarzen Scheibe verdunkelt, die aber nun von Osten gegen Westen vorüber zu rücken scheint.

Der 1. Zusatz.

228. Wenn der Mond zur Zeit seiner Zusammenkunft mit der Sonne dem Knoten nahe ist, oder

selbst

selbst durch den Knoten geht, mithin gar keine oder nur sehr geringe Breite hat; so muß er vor der Sonne vorüber gehen, als eine dunkle undurchsichtige Kugel der Erde die Sonne ganz oder zum Theil verdecken, und die Erscheinung der Sonnenfinsterniß verursachen. Es muß dies allemahl erfolgen, wenn Sonne und Mond einander so nahe kommen, daß die Entfernung ihrer Mittelpuncte kleiner wird, als die Summe ihrer scheinbaren Halbmesser. Dieser Vorstellung gemäß kann man die eigentliche Zeit, wenn eine Sonnenfinsterniß eintreten muß, ihre Dauer und Grösse zum voraus berechnen, und die Erfahrung hat nun schon recht sehr oft gelehrt, daß alles so erfolge, wie es nach den Voraussetzungen, die bey der Rechnung angenommen sind, erfolgen muß: also bleibt nicht der allergeringste Zweifel übrig, daß die Sonnenfinsternisse nicht von der angefürten Ursache herrühren sollten.

Der 2. Zusatz.

229. Die gleichfalls undurchsichtige Erdkugel wirft einen kegelförmigen Schatten der Sonne gegenüber, dessen Länge ohngefehr 215 Halbmesser der Erde beträgt. (48. §. Opt.) Wenn also der Mond im Gegenschein mit der Sonne zugleich einem Knoten seiner Bahn nahe, oder vielleicht selbst im Knoten befindlich ist; überdem auch seine Entfernung von der Erde alsdenn weniger als 215 Halbmesser der Erde beträgt; so muß er ganz oder zum Theil in den Erdschatten kommen, und von demselben verdunkelt werden. Die scheinbare Mondscheibe wird alsdenn den Erdschattenkegel senkrecht schneiden, der auf die Mondscheibe projicirte Erdschatten wird kreisförmig

mig erscheinen, und solchergestalt die Erscheinung der Mondfinsterniß in solchen Fällen allemahl verursachen, wenn die Entfernung zwischen dem Mittelpunct des Monds und der Axe des Erdschattens kleiner wird, als die Summe der scheinbaren Halbmesser des Monds und des senkrechten Schnitts des Erdschattens in einer solchen Entfernung von der Erde, die der Entfernung des Mondes gleich ist. Wofern diese Vorstellung ihre Richtigkeit hat, so muß man auch im Stande seyn, die eigentliche Zeit, Dauer und Grösse einer Mondfinsterniß zum voraus zu berechnen. Die bisher noch allemahl beobachtete Uebereinstimmung des Erfolgs mit den Resultaten der Rechnung lässet an der Richtigkeit dieser Vorstellung im geringsten nicht zweifeln.

Der 3. Zusatz.

230. Weil die Entfernung des Mondes von der Erde ganz gewiß mehr denn 220mahl kleiner, als die Entfernung der Sonne von der Erde ist; (226. §.) so muß die Parallaxe des Mondes in gleicher Höhe mit der Sonne wenigstens 220mahl grösser, als die Sonnenparallaxe seyn. (55. §.) Also wird die Erscheinung der Dauer und Grösse einer Sonnenfinsterniß nicht für alle Oerter auf der Erde einerley seyn, welche die Sonne zugleich über dem Horizont haben. Ja es kann seyn, daß für einige dieser Oerter wirklich ein Stück von der Sonne bedeckt wird, wenn andre dasmal gar keine Sonnenfinsterniß sehen.

Der 4. Zusatz.

231. Mit der Mondfinsterniß hat es eine ganz andre Bewandniß. Der Mond wird wirklich verfin-

finstert. Alle Beobachter, welche den Mond zugleich über dem Horizont haben, sehen in einerley Zeitpunct den Anfang und das Ende der Finsterniß, den Eintritt eines jeden Mondsflecken in den Erdschatten und seinen Austritt, den Anfang und das Ende der vielleicht erfolgenden gänzlichen Verfinsterung.

Die 24. Erfahrung.

232. Bald nach Erfindung der Fernröhre entdeckten Galiläus und Simon Marius vier kleine Sternchen ganz nahe beym Jupiter, die allemahl mit dem Jupiter selbst beynahe in grader Linie erscheinen, übrigens aber ihre Stellen unter einander selbst sowohl als in Ansehung Jupiters beständig ändern. Jeder von ihnen ist dem Jupiter bald zur Rechten bald zur Linken, und man muste bald aus allen Umständen schliessen, daß es keine Fixsterne, sondern für sich undurchsichtige dunkle Weltkörper sind, die ihr Licht, wie Jupiter selbst von der Sonne haben, die aber übrigens ähnliche Umläufe um den Jupiter, wie der Mond um die Erde machen, und den Jupiter bey seinem Umlauf um die Sonne eben so begleiten, wie der Mond mit der Erde um die Sonne geführt wird. Sie haben daher den Nahmen der Jupitersmonde erhalten, uud man zählt sie nach der Ordnung der Grösse ihrer Bahnen, oder der Entfernung, in der sie um den Jupiter umlaufen. Man nennt sie auch Trabanten, oder Nebenplaneten, die zum Jupiter als Hauptplaneten gehören.

Die 25. Erfahrung.

233. Nur mit Hülfe sehr guter Fernröhre, die ansehnlich vergrössern, hat man auch beym Saturn

fünf

fünf dergleichen kleine Sternchen entdeckt, die man nach allen dabey bisher wahrgenommenen Umständen ebenfalls für dunkle undurchsichtige Weltkörper halten muß, wovon jeder in einer eigenen Bahn um den Saturn läuft, jedoch so, daß alle insgesammt mit dem Saturn um die Sonne geführt werden. Man nennt sie Saturnus-Monde, auch Trabanten oder Nebenplaneten Saturns, als des Hauptplaneten, und zählt sie ebenfalls nach der Ordnung der Grösse ihrer Bahnen, oder ihrer Entfernungen vom Saturn. Den vierten welcher der klärste ist, hat Huygen im Jahr 1655 entdeckt. Nach der Zeit entdeckte der ältere Caßini nach und nach die vier übrigen.

Der 1. Zusatz.

234. Diesem Sprachgebrauch gemäß ist auch die Erde ein Hauptplanet, wozu der Mond als Nebenplanet gehört. Mercur, Venus, und Mars, sind als Hauptplaneten anzusehen, weil sie nach ähnlichen Gesetzen, wie die Erde, Jupiter und Saturn, ihren Umlauf um die Sonne machen. Daher zählt man im Sonnensistem sechs Hauptplaneten und zehn Nebenplaneten. Einige Astronomen haben zwar geglaubt, auch einen Venusmond mit Hülfe eines Fernrohrs gesehen zu haben: allein es ist bisher nicht entschieden, ob Venus einen solchen Begleiter habe, oder nicht.

Der 2. Zusatz.

235. Wofern die Nebenplaneten für sich dunkle undurchsichtige Kugeln sind; so müssen sie zuweilen ihren Schatten auf den Hauptplaneten werfen, wenn sie sich zwischen demselben und der Sonne befinden;

sie

sie müssen auch wohl von dem Schatten des Hauptplaneten selbst verfinstert werden, wenn sie hinter dem Hauptplaneten herum kommen, und der Hauptplanet sich zwischen dem Trabanten und der Sonne befindet. Alsdenn wird es nur darauf ankommen, daß die Erde zu eben der Zeit in ihrer Bahn sich an einer dazu vortheilhaften Stelle befinde, so muß man dergleichen Erscheinungen auch von der Erde aus wahrnehmen können. Man hat wirklich solche Erscheinungen besonders bey den Jupitersmonden, und vornemlich ihre **Verfinsterungen** nun schon sehr oft beobachtet.

Der 2. Zusatz.

236. Aus dem bisherigen Vortrage wird man leicht abnehmen, daß es möglich seyn müsse, aus fleißigen Beobachtungen der Jupiters- und Saturnus-Monde die Lage, Gestalt und Grösse ihrer Bahnen herzuleiten, auch ihre Umlaufszeiten, und die übrigen Gesetze, nach welchen sie in ihren Bahnen fortrücken: die Sache ist aber noch mehrern Schwierigkeiten unterworfen, als beym Monde, der die Erde begleitet, weil man genöthiget ist, aus den Beobachtungen, die nur auf der Erde angestellet werden können, durch Schlüsse heraus zu bringen, wie die Bewegung des Trabanten aus dem Hauptplaneten würde gesehen werden. Beym Saturn kommt noch dazu, daß die grösten und besten Fernröhre nöthig sind, um nur die Trabanten zu erkennen, mit welchen sich nicht wohl die zum Messen dienlichen Instrumente verbinden lassen. Bey den Jupitersmonden ist man indessen doch soweit gekommen, daß man ihre **Verfinsterungen**, ohne sehr zu fehlen, zum voraus berechnen kann.

Die 26. Erfahrung.

237. Die fleißigen Beobachtungen dieser Finsternisse mit andern Hülfsmitteln verbunden haben auf die merkwürdige Entdeckung geleitet, daß die Fortpflanzung des Lichts nicht plötzlich erfolge, daß vielmehr das Licht 8′ 7″ Zeit brauche, einen Weg zurück zu legen, welcher dem Halbmesser der Erdbahn gleich ist. Man konnte die Finsternisse der Jupitersmonde sonst schon ziemlich richtig vorher sagen, fand aber dennoch, daß sie nahe bey der Zusammenkunft Jupiters mit der Sonne später anfiengen, und sich später endigten, als der Rechnung gemäß zu erwarten war. Wenn sich dagegen Jupiter im Gegenschein mit der Soñe befand, so erfolgte grade das Gegentheil. Der Weg von den Jupitersmonden bis zur Erde ist bey der Zusammenkunft Jupiters mit der Sonne um den ganzen Durchmesser der Erdbahn grösser, als in dem Fall, wenn Jupiter sich im Gegenschein befindet, und man fand, daß dies in der Fortpflanzung des Lichts einen Unterschied von 16′ 14″ mache.

Die 27. Erfahrung.

238. Aus den fleißigen Beobachtungen dieser Finsternisse der Jupitersmonden hat man ferner nicht allein ihre synodischen Umlaufszeiten gefunden, sondern auch zur Bestimmung der Lage ihrer Bahnen, die nicht mit der Bahn des Hauptplaneten in einerley Ebene liegen, manche Folgerungen daraus ziehen können. Die periodischen Umlaufszeiten sind für die vier Jupitersmonde:

1	Tag	18	St.	27	Min.	33	Sec.
3	—	13	—	13	—	42	—
7	—	3	—	42	—	33	—
16	—	16	—	32	—	8	—

und

und für die fünf Saturnusmonde

1 Tag	21 St.	18 Min.	27 Sec.
2 —	17 —	44 —	22 —
4 —	12 —	25 —	12 —
15 —	22 —	34 —	38 —
79 —	7 —	47′ —	0″ —

Die scheinbaren Durchmesser sind viel zu klein, als daß man sie hätte mit dem Micrometer messen und daraus auf ihre Grösse schliessen können. Wenn die Jupitersmonde in ihrer untern Zusammenkunft vor dem Hauptplaneten vorüber gehen; so kann man die Zeit, welche der Trabant braucht, durch den Rand Jupiters zu gehen, mit der Zeit des ganzen Vorüberganges vergleichen, und daraus das Verhältniß der scheinbaren Durchmesser des Trabanten und des Hauptplaneten herleiten. So hat man gefunden, daß die Jupitersmonde einander an Grösse mehrentheils gleich sind, und daß ihr Durchmesser ungefehr halb so groß sey, als der Durchmesser der Erde.

Die 10. Aufgabe.

239. Die geographische Länge für den Ort der Beobachtung zu finden.

Aufl. 1 Wenn die Länge eines gewissen Orts auf der Erde schon bekannt ist, so findet man um wieviele Grade und Theile eines Grades ein andrer Ort weiter gegen Osten oder gegen Westen liegt, wenn man genau die Zwischenzeit zwischen den Augenblicken weiß, in welchen beyde Oerter Mittag haben. (207. §.) Es sey z der eine und x der andre Ort 225
auf der Erde und an jedem dieser Oerter befinde sich Fig.
ein Beobachter, der seine Uhr, welche in ihrem Gan-

ge genau mit dermittlern Sonnenzeit übereinkommt, grade zu der Zeit auf 12 gestllet hat, als ihm der Mittelpunct der Sonne im Meridian erschien; so wird der, welcher weiter gegen Westen liegt, seine Uhr später als der andre auf 12 gestellet haben, und zwischen den Zeiten, welche beyde Uhren zeigen, wird immer eben so viel Unterschcid bleiben, als zwischen den Augenblicken verfließt, in welchen diese Oerter nach einander in den Abweichungskreis der Sonne kommen. Wenn nun eine Erscheinung am Himmel von beyden Beobachtern zugleich in einerley Augenblick wahrgenommen wird, und jeder nach seiner Uhr den Zeitpunkt der Beobachtung richtig anmerkt; so muß die Vergleichung dieser Zeitpuncte sogleich ergeben, welcher Ort früher Mittag hat, also weiter gegen Osten liegt als der andre. Wenn ferner aus dem Unterscheid zwischen den beobachteten Zeiten, weil es Sonnenzeit ist, der Bogen des Aequators zwischen den Meridianen beyder Oerter so gesucht wird, daß man 15° gegen eine Stunde rechnet; so findet man die Differenz ihrer geographischen Länge, und daraus die geographische Länge selbst für einen von beyden Oertern, wenn sie für den andern schon bekannt ist.

Hiezu dienen demnach bey Mondfinsternissen die Beobachtungen der Zeitpuncte, wenn die Mondsflecken nach und nach mit dem Erdschatten in Berührung kommen, wenn bey einer vielleicht gänzlichen Verfinsterung der Mond ganz in den Erdschatten tritt, und hiernächst wieder hervorzukommen anfängt. Man muß dabey Mondcharten zur Hand haben, wie sie von Hevel und andern Astronomen gezeichnet sind, auch jetzt gewöhnlich den astronomi-

schen

schen Calendern beygefügt werden. Auf diesen werden die Flecken mit Nahmen unterschieden, die zwar anfänglich willkührlich gewählt, nun aber schon durch den Gebrauch eingeführt sind. Ferner dienen die Beobachtungen der Jupiters-Mondfinsternisse, wenn man auf die Verschiedenheit der beobachteten Zeitpuncte Rücksicht nimmt, die von der verschiedenen Vollkommenheit der gebrauchten Fernröhre, auch wohl noch von andern Ursachen herrühren können, wovon nur in vollständigern Lehrbüchern Nachricht ertheilet werden kann. Wenn die Horizontalparallaxe und eben darum auch jede Höhenparallaxe des Monds bekannt ist, so können auch die Beobachtungen der Sonnenfinsternisse, und der Bedeckungen der Fixsterne vom Monde dienen: nur muß jeder Beobachter aus seiner angestellten Beobachtung den Zeitpunct zu finden wissen, in welchem eben die Erscheinung aus dem Mittelpunct der Erde wäre beobachtet worden.

2. Wenn man schon so vollkommen richtige astronomische Tafeln über die Bewegung des Mondes, oder der Jupiterstrabanten hätte, daß man die eigentlichen Zeitpuncte ohne Fehler vorher angeben könnte, in welchen die Umstände solcher Finsternisse an einem Ort auf der Erde, von bekannter geographischen Länge und Breite gesehen werden müssen; so würde jeder Beobachter die Länge des Orts, wo er seine Beobachtung angestellet hat, unverzüglich finden können. Ein astronomisches Jahrbuch, daß die Anzeige der vorher berechneten Finsternisse enthielte, würde ihm anstatt des zweyten Beobachters dienen: denn eben dieselbigen Zeitpuncte würde

er darin, so wie sie eine richtig gestellte Uhr unter einem bekannten Meridian zeigen muß, schon angezeigt finden, welche er bey Beobachtung der nach einander eingetretenen Umstände der Finsterniß so angemerkt hätte, wie seine Uhr gezeigt hat.

Der 3. Forderungssatz.

240. Man kann auf der Erde Entfernungen eines Orts vom andern messen.

Anmerkung.

Ein in Vergleichung mit der ganzen sehr kleines Stück der Erdfläche kann als eine ebene Fläche, und die darauf senkrechten Richtungen der Schwere als parallel angenommen werden: (16 §. Stat.) alsdenn ist die wagrechte Entfernung zweyer Oerter einerley mit der Entfernung ihrer Scheitellinien. (9. §.) Ist die Erde eine Kugel, so ist die Entfernung eines Orts vom andern ein Kreisbogen zwischen den im Mittelpunct der Erde zusammenlaufenden Scheitellinien beyder Oerter. Liegen beyde Oerter in einerley Mittagskreise, so ist die Zahl der Grade dieses Bogens das Maaß der Differenz ihrer geographischen Breite: (62. §.) Will man wissen, wie groß der Bogen im Längenmaße sey, so erfodert die Ausmessung schon eine sehr grosse Menge andrer selbst astronomischer Kenntnisse, wovon alsdenn allererst vollständig gehandelt werden kann, wenn die theoretische Astronomie als bekannt darf vorausgesetzt werden. — Hier muß also der Satz als Forderungssatz gelten, die geographische Feldmeßkunst muß die Auflösung davon, als einer schweren und verwickelten Aufgabe lehren.

Die 28. Erfahrung.

241. Die Entfernung zweyer Oerter auf der Erde in einerley Mittagskreise, wenn ihre Scheitellinien einander unter einem Winkel von einerley Grösse schneiden, findet man nicht überall von gleicher Grösse, wie es seyn müste, wenn die Erde

völlig

völlig kugelrund wäre. Wenn man also annimmt, daß zwey Oerter in einerley Mittagskreise um einen Grad der Breite von einander entfernt sind, deren Scheitellinien sich unter einem Winkel von einem Grade schneiden; so sind nicht alle Grade der Breite gleich groß. Im Jahr 1669 gab Ludwig XIV, König in Frankreich, die Verordnung, daß die französischen Geographen die Grösse der Erde auszumessen suchen sollten. Herr Picard maß einen Bogen des Mittagskreises zwischen Malvoisine und Amiens in einer Breite zwischen 49 und 50 Graden, und fand daselbst die Länge eines Grades 57060 Toisen. Auf eine neuere Verordnung, Ludwigs XV, haben die Herrn v. Maupertuis, Clairaut, Camus, der jüngere le Monnier, und der Abt Outhier im Jahr 1736 in eben der Absicht eine Reise nach Tornea in Lappland unter dem nordlichen Polarkreise angestellet, und schon ein Jahr vorher die Herrn Bouguer, Godin, de la Condamine, de Jussieu, und Couplet eine Reise nach Quito in Peru beynahe unter dem Aequator. Die erstere Gesellschaft fand die Länge eines Grades der Breite unter dem Polarkreise 57422 Toisen; die andre Gesellschaft fand den ersten Grad der Breite am Aequator 56750 Toisen.

Zusatz.

242. Von diesen dreyen gemessenen Graden muß der am Aequator am stärksten gekrümmt seyn, der in Frankreich gemessene etwas weniger, und der unter dem Polarkreise gemessene noch weniger Krümmung haben. Andre neuere Messungen kommen mit diesen ebenfalls darin überein, daß die Grade der Breite vom Aequator gegen die Pole zu wachsen.

sen. Die Meridiane der Erde sind also keine Kreise, sondern vielleicht Ellipsen, wovon die kleinere Axe mit der Erdaxe einerley ist, die Zwergaxe aber in der Ebene des Aequators liegt. Diese Voraussetzung ist nicht blosse Vermuthung geblieben, sie ist vielmehr auch durch andre Gründe bestättiget worden. Wäre die Länge aller Grade auf der Erdfläche einerley, also die Erde eine völlige Kugel; so wäre es leicht aus der bekannten Länge eines Grades die Grösse des Halbmessers der Erde im bekannten Längenmaaße zu finden (235 §. Geom.) hätte jeder Grad die Länge von 57060 Toisen, wie es Picard in Frankreich fand; so wäre die Länge des Erdhalbmessers 3269297 Toisen.

Die 41. Erklärung.

243. Ein runder kugelähnlicher Körper, so wie er durch Umdrehung einer Ellipse um eine von ihren Axen würde beschrieben werden, heißt ein **Sphäroid**, auch eine **Afterkugel**. Nachdem die Zwergaxe, oder die zugeordnete Axe für die Umdrehungsaxe genommen wird, nachdem wird es ein eyrundes oder ein zusammengedrücktes **Sphäroid**.

Zusatz.

244. Wofern alle Mittagskreise der Erde einander gleich und ähnlich sind; so ist die Erde ein zusammengedrücktes Sphäroid. (242. §.) Es würde freylich sehr viel dazu gehören, die völlige Gleichheit und Aehnlichkeit der Mittagskreise ausser allem Zweifel zu setzen: man hat aber auch keinen Grund eine sehr grosse Verschiedenheit zu vermuthen. Dieserwegen kann man die Erde so lange für ein reguläres Sphäroid halten, als das Gegentheil nicht erwiesen ist.

Die

Die 11. Aufgabe.

245. Die Horizontalparallaxe eines Planeten zu finden. 234 Fig.

Aufl. Zwey Beobachter an solchen Oertern A und B auf der Erde, die entweder in einerley Meridian liegen, oder doch beynahe einerley geographische Länge haben, in Ansehung der Breite aber ansehnlich weit von einander entfernt sind, müssen den Planeten P im Meridian beobachten, und jeder muß den Abstand des Planeten von der Scheitellinie des Orts der Beobachtung messen. Ueberdem müssen die Beobachter für jeden Ort nicht allein die geographische Länge, sondern auch die Polhöhe oder geographische Breite, möglichst genau zu finden suchen:

1.) Wofern nun beyde Oerter in einerley Meridian liegen, und AZ, BX, die in C zusammenlaufenden Scheitellinien vorstellen; so ist ZAP der eine, XBP der andre Abstand vom Scheitel, und man hat im Viereck CAPB die Winkel an A und B, auch überdem den Winkel ACB als den Unterscheid beyder Pohlhöhen: also kann APB gefunden werden. (106. §. Geom.) Ferner sind CPA, CPB, die Höhenparallaxen, und in dem Fall, welchen die Figur vorstellet, ist $APB = CPA + CPB$. Ein Beobachter sieht nemlich alsdenn den Planeten südwärts, der andre nordwärts des Scheitels. Wenn B in dem Bogen zwischen CP und CA fiele, so wäre $APB = CPA - CPB$. Man setze die Horizontalparallaxe des Planeten $= h$, und die Winkel ZAP $= \alpha$, XBP $= \beta$, CPA $= p$, CPB $= q$, den ganzen Sinus $= 1$; so ist $1 : \sin \alpha = \sin h : \sin p$, und $1 : \sin \beta = \sin h : \sin q$. (55. §.) Der Winkel APB wird allemahl nur klein und nie über 2°

groß befunden, also kann hier ohne merklichen Fehler angenommen werden, daß die Winkel p, q, h, sich wie ihre Sinus verhalten: folglich erhält man $p = h \sin \alpha$, $q = h \sin \beta$. Das giebt ferner $p \pm q = h \sin \alpha \pm \sin \beta$), und man erhält $h = \frac{p \pm q}{\sin \alpha \pm \sin \beta}$,

oder $h = \frac{APB}{\sin \alpha \pm \sin \beta}$.

2.) In dem Fall, wenn die geographische Länge beyder Oerter nicht völlig einerley ist, muß aus andern Beobachtungen über die Bewegung des Planeten noch bekannt seyn, um wieviel sich die Abweichung desselben in der Zeit ändere, welche zwischen den Durchgängen des Planeten durch die Meridiane beyder Oerter verfließt. Alsdenn kann man die Beobachtung, welche im westlichen Meridian gemacht ist, auf diejenige zurück führen, welche in eben der Breite im östlichen Meridian mit der andern Beobachtung zugleich wäre gemacht worden, wenn sich der westliche Beobachter daselbst befunden hätte: da dann übrigens die Rechnung aus den Beobachtungen eben so geführt wird, wie es vorhin n. 1. ist bemerkt worden.

3.) Wäre die geographische Breite beyder Oerter nicht genau genug bekannt, um mit Sicherheit den Winkel ACB in Rechnung zu bringen; so müßte jeder Beobachter mit dem Abstande des Planeten vom Scheitel zugleich seine Entfernung von einem in der Nähe befindlichen Fixstern messen, der mit dem Planeten zugleich in den Mittagskreis kommt. Wenn AM, BN, grade Linien sind, die aus A und B nach den Fixstern laufen, so werden

diese

diese parallel seyn, und der Winkel APB ist die Summe der Entfernungen MAP, NAP, des Planeten vom Fixstern, wofern der eine Beobachter den Stern nordwärts, der andre südwärts des Planeten siehet. Erscheint aber der Stern beyden Beobachtern an einer Seite des Planeten, welches der Fall wäre, wenn Am, Bn, die aus A und B nach den Fixstern laufenden Gesichtslinien vorstellen; so ist APB die Differenz der Entfernungen des Fixsterns vom Planeten. Es ist nemlich $PBn = AOB$, und $APB = AOB - PAm$, also $APB = PBn - PAm$.

Der 1. Zusatz.

246. Wenn nur für einen Hauptplaneten die Horizontalparallaxe richtig bekannt ist, so kann man sie für die übrigen ohne weitere Beobachtung durch Rechnung finden. In dem parallactischen Dreyeck CHT 221 setze man den Halbmesser der Erde $CT = r$, die Fig. Entfernung $CH = \delta$, den Winkel $CHT = h$, so ist $\sin h = \frac{r}{\delta}$, und der Sinus der Horizontalparallaxe, oder diese Parallaxe selbst, weil sie allemahl nur klein ist, verhält sich umgekehrt, wie die Entfernung δ. Aus der im vor. 245. §. beschriebenen Beobachtung findet man die Horizontalparallaxe des Planeten für die Entfernung vom Mittelpunct der Erde, worin er sich zur Zeit der Beobachtung befand: also kann man die Horizontalparallaxe nach einer leichten Regel Detri für jede andre Entfernung eben desselben, oder auch eines jeden andern Planeten von der Erde finden, wenn nur das Verhältniß dieser Entfernung zu derjenigen bekannt

ist,

ist, worin sich der beobachtete Planet von der Erde befand als die Beobachtung angestellet ward.

Der 2. Zusatz.

247. Am besten ist es, daß man einen solchen Planeten zu der Beobachtung wähle, welcher der Erde unter allen übrigen am nächsten kommt, und daß man auch grade die Zeit wähle, wann der Planet in seiner Bahn der Erde am nächsten ist. Eben darum hat man auch diese Beobachtungsmethode beym Mars, wenn er dem Gegenschein mit der Sonne nahe ist, und bey der Venus wenn sie nahe bey der untern Zusammenkunft mit der Sonne ist, in Anwendung gebracht. Am 6 October 1751 Abends um 10 Uhr 30 Min. beobachtete Herr de la Caille auf dem Vorgebürge der guten Hofnung den Planeten Mars in einer Entfernung von 25° 2′ vom Zenith, und fand zugleich den nordlichen Rand des Planeten 26,7″ nordlicher, als den Stern λ im Wassermann, (nach) Beyers Bezeichnung 85. §.) Zu gleicher Zeit fand Herr Wargentin in Stockholm den Planeten im Mittagskreise 68° 14′ vom Zenith entfernt, und seinen nordlichen Rand 6,6″ südlicher als eben denselben Fixstern: also war APB = 33,3″. Ferner ist sin α = sin 68° 14′ = 0,9287, sin β = sin 25° 2′ = 0,4231 für den ganzen Sinus = 1, und man findet $h = \frac{33,3''}{1,3518} = 24,63''$. Zu eben der Zeit war die Entfernung des Mars von der Erde = 0,4354, wenn die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde = 1 angenommen wird: also kann man schliessen 1 : 0,4354 = 24,63: Horizontalparallaxe der Sonne in ihrer mittlern Entfernung von

der

der Erde. Diese würde also = 10,72″ gefunden werden, wenn man sich auf die Richtigkeit jener Zahlen völlig verlassen könnte. M. s. Leçons elementaires d'Astronomie par M. de la Caille, §. 424. pag. 169. sqq.

Der 3. Zusatz.

248. In eben dem Jahr 1751 beobachtete H. de la Caille auf dem Vorgebürge der guten Hofnung und mit ihm zugleich H. de la Lande in Berlin den Mond. Aus diesen mit möglichsten Fleisse angestellten Beobachtungen hat H. de la Lande die Horizontalparallaxe des Monds in seiner mittlern Entfernung von der Erde 57′ 3″ gefunden. Seine Parallaxe ist am grösten, und beträgt 61′ 25″, wenn er sich beides zugleich in der Erdnähe und im Gegenschein befindet; sie ist am kleinsten, und beträgt 53′ 53″, wenn er sich in der Erdferne zugleich in Zusammenkunft mit der Sonne befindet. Weil übrigens die Erde ein Sphäroid ist, (244. §.) mithin nicht alle Oerter auf der Oberfläche von ihrem Mittelpunct gleichweit entfernt sind; so ist die Parallaxe eines Planeten bey gleicher Entfernung vom Mittelpunct der Erde nicht für alle Oerter auf der Erde völlig einerley. Für einen Ort im Aequator ist sie am grösten, und ein Beobachter grade im Erdpol würde sie am kleinsten finden. Bey den Hauptplaneten, es mögte denn Mars im Gegenschein, und Venus in der untern Zusammenkunft einige Ausnahme machen, ist der Unterscheid so klein, daß man ihn sicher aus der Acht lassen kann. Beym Monde aber wird dieser Unterscheid schon merklich, die Parallaxe unter dem Aequator übertrift diejenige welche in der Breite

von Paris statt hat, um 9″, diese letztere aber übertrift die Parallaxe unter dem Pol um 7″, daß also der ganze Unterscheid an 16″ hinangeht. M. s. Abregé d'Astronomie par M. de la Lande §. 590. pag. 242.

Der 4. Zusatz.

249. Man setze den Halbmesser der Erde $= r$, die mittlere Entfernung des Mondes vom Mittelpunct der Erde $= a$, seine Horizontalparallaxe $= h$, so ist $a = \frac{r \cdot \text{sin tot}}{\text{sin. } h}$ (246. §.) Man nehme (248. §.) $h = 57' 3''$, so findet man $a = \frac{10000000 \cdot r}{165944} = 60{,}261 \cdot r$. Des Mondes scheinbarer Durchmesser in der mittlern Entfernung sey δ, so ist sein wahrer Halbmesser $= \frac{a \text{ sin } \frac{1}{2}\delta}{\text{sin tot}}$, (§. Opt.) und $\frac{1}{2}\delta = 15' \; 34\frac{1}{2}''$. (218. §.) Man findet also $\frac{\text{sin } \frac{1}{2}\delta}{\text{sin tot}} = 0{,}0045305$, und den wirklichen Halbmesser des Mondes $= 0{,}2730 \cdot r$.

Der 5. Zusatz.

250. Der Ausdruck $a = \frac{r \cdot \text{sin tot}}{\text{sin} \cdot h}$ ergiebt, daß die Entfernung eines Weltkörpers vom Mittelpunct der Erde mit dem Sinus der Horizontalparallaxe im umgekehrten Verhältniß stehe: also mit der Horizontalparallaxe selbst, wenn diese sehr klein ist. Für die Sonne ist die Horizontalparallaxe höchstens 10″, (247. §.) und aus den neuesten Beobachtungen, welche weiter unten (275. §.) erzählt

werden,

werden, hat man nur 8,6 Secunden gefunden. Für den Mond war $h = 57' 3'' = 3423''$, also ist die Sonne $\frac{3423}{8,6} = 398$mahl weiter als der Mond von der Erde entfernt. Für den Mond war $a = 60{,}261 \cdot r$, also findet man die Entfernung der Sonne von der Erde $= 23984 \cdot r$. Ihr scheinbarer Halbmesser in der mittlern Entfernung ist 16' 1'' (151. §.) und sin 16' 1'' = 46590: also ihr wirklicher Halbmesser $= \frac{23984 \cdot r \cdot \text{sin} \cdot 16' 1''}{\text{sin tot}} = 111{,}74 \cdot r$. Man setze den Halbmesser des Mondes $= \varrho$, so ist $\varrho = 0{,}273 \cdot r$, (249. §.) also $r = 3{,}663 \cdot \varrho$, und der Halbmesser der Sonne $= 111{,}74 \cdot 3{,}663 \cdot \varrho = 409{,}3 \cdot \varrho$.

Der 6. Zusatz.

251. Weil die Verhältnisse der Entfernungen der übrigen Planeten von der Sonne gegen die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne schon bekannt sind: (213. §.) so kann man jene Entfernungen ebenfalls in halben Erddurchmessern finden. Nach H. de la Lande sind die scheinbaren Durchmesser der Planeten folgende, wenn sie alle auf diejenigen gebracht werden, unter welchen sie in der mittlern Entfernung der Sonne von der Erde würden gesehen werden.

Ring des	♄	6' 40,6''		☉	0' 17,2''
	♄	2 51,7		♀	= 16,52
	♅	3 13,7		☿	= 7,0
	♂	= 11,4		☾	= 4,642

Dar-

Daraus findet man folgende wirkliche halbe Durchmesser

Ring	♄	23,291 . r		♂	0,6628 . r
	♄	9,9825 . r		♀	0,9593 . r
	♅	11,262 . r		☿	0,4070 . r

Die 12. Aufgabe.

231 Fig. 252. Die Entfernung *CM* des Mondes vom Mittelpunct der Erde und sein Abstand *ZTM* vom Scheitel *Z* des Orts *T* auf der Erdfläche sind gegeben: man soll die Entfernung *TM* des Mondes von der Stelle *T* auf der Erdfläche finden.

Aufl. Man ziehe MP auf TZ senkrecht, und setze den ganzen Sinus = 1, den Winkel ZTM = ζ, die Höhenparallaxe CMT = *p*; so ist PM = CM sin (ζ — *p*), CP = CM cos (ζ — *p*,) (28. §. Trig.) TP = CP — CT, und TM = $\sqrt{(PM^2 + PT^2)}$. (125. §. Geom.)

Der 1. Zusatz.

253. Man findet TM = CM — CT, wenn der Mond im Zenith stehet, weil alsdenn M in Q fällt, PM = 0, und TP = TQ wird. In andern Fällen wächst TM mit dem Winkel ζ, und wird am grösten, wenn ζ = 90° ist. Alsdenn nemlich fällt TM mit TH zusammen, mit eben der Linie fällt auch PM zusammen, und man findet TH = CM sin (90° — *p*) sehr nahe = CM.

Der 2. Zusatz.

254. Der scheinbare Durchmesser des Mondes ist bey gleicher Entfernung vom Mittelpunct der Erde am kleinsten, wenn er im Horizont erscheint,

am grösten aber, wenn er im Zenith beobachtet wird. Beym wirklichen Messen mit dem Micrometer findet man dies alles auch der Theorie gemäß; nur bey der Schätzung nach dem Augenmaasse, kann uns der Mond nahe am Horizont grösser erscheinen, als wenn er dem Zenith nahe ist, weil unser Urtheil über die Grösse entfernter Sachen nicht immer allein von der Grösse des Sehewinkels abhängt. Im Horizont ist übrigens der scheinbare Mondsdurchmesser beynahe so groß, als wenn er aus dem Mittelpunct der Erde gesehen würde.

Die 12. Aufgabe.

255. Den aus dem Mittelpunct der Erde gesehenen scheinbaren Halbmesser der Projection des Erdschattens auf einer Ebene zu finden, die den Schatten in der Entfernung des Mondes von der Erde senkrecht schneidet.

Aufl. Man addire die Horizontalparallaxen des Mondes und der Sonne, und subtrahire von der Summe den scheinbaren Halbmesser der Sonne.

Beweis. Es sey S der Sonne, T der Erde Mittelpunct, FCG der Erdschattenkegel, TA die Entfernung des Mondes von der Erde, AB der Halbmesser des senkrechten Schattenschnittes in dieser Entfernung; so ist ATB = BTE — ATE. Ferner ist BTE = TBF + TDE, und ATE = STD; mithin findet man ATB = TBF + TDF — STD. 235 Fig.

Zusatz.

256. In den mittlern Entfernungen ist die Horizontalparallaxe des Mondes 57′ 3″ (248. §.) der Sonne höchstens 10″, der scheinbare Halb-

messer der Sonne = 16′ 1″: (153. §. also in diesem Fall der scheinbare Halbmesser des Erdschattens 41′ 12″, der scheinbare Durchmesser = 1° 22′ 34″. Derselbe übertrift also allemahl sehr ansehnlich den scheinbaren Mondesdurchmesser. (218. §.

Die 13. Aufgabe.

257. In einer Zeichnung die vornehmsten Umstände einer Mondfinsterniß zu entwerfen.

Aufl. Vor allen Dingen theile man eine grade Linie PQ als sonst einen verjüngten Maaßstab ein, lasse hier aber die Theile desselben Minuten eines
236 Grades bedeuten; theile also auch, wenn der Maaß-
Fig. stab groß genug ist, jede Minute in 60 Secunden ein, oder wenigstens jede Minute in 10 gleiche Theile, die alsdenn für 6 Secunden gelten. Nach diesem Maaßstabe nehme man CA = CB so groß, als der scheinbare Halbmesser des Erdschattens vem 256. §. gemäß gefunden ist, und verzeichne aus dem Mittelpunct C mit diesem Halbmesser einen Kreis AOB, der den Erdschatten da, wo der Mond durchgehet, vorstellet. Einer von den Durchmessern dieses Erdschattenschnittes liegt in der Ebene der Eccliptik. Wenn also AB diesen Durchmesser vorstellet, und CD darauf senkrecht gesetzt wird; so stellet CD ein Stück des Breitenkreises vor, worin sich der Mond in dem Augenblick befindet, wenn er mit der Sonne im Gegenschein ist. Diesemnach nehme man CD auf der angenommenen Scale von sovielen Minuten und Secunden, als die Breite des Mondes im Augenblick des Gegenscheins ausmachen, so ist D die Stelle, wo sich in eben diesem Augenblick der Mittelpunct des Mondes befindet.

Man

Man nehme ferner CE so groß, als die Breite des Mondes eine Stunde nach dem Gegenschin mit der Sonne ist, ziehe EF mit AB parallel, und nehme von der Rechten gegen die Linke zu EF dem Bogen gleich, um welchen sich der Mond in Ansehung der Grade der Länge in einer Stunde von der Sonne entfernt; ziehe darauf durch D und F die grade Linie FG, so ist diese ein Stück der scheinbaren Mondbahn; und DF ist die Grösse des Weges, welchen der Mond in seiner Bahn in der Zeit von einer Stunde mit seiner relativen Bewegung zurück leget. Man kann also DF in 60 Minuten eintheilen, und diese Theile an beyden Seiten von D nach G und auch über F hinaus auftragen: so weiß man von Minute zu Minute vor und nach der Zeit des Gegenscheins die Stelle, wo sich der Mittelpunct des Mondes in seiner Bahn befinden muß. Auf diese Bahn FG lasse man CL senkrecht herab, so ist L die Stelle, wo sich der Mittelpunct des Mondes zur Zeit der grösten Verfinsterung befindet. Demnach nehme man LM auf der Scale PQ dem scheinbaren Halbmesser des Mondes gleich, und beschreibe den Kreis MN, welcher den Mond vorstellet, so ergiebt sich die Grösse der Verfinsterung von M bis O, die man nach der bisher noch üblichen Art auch in sogenannten Zollen ausdrücken kann, wenn MN in 12 gleiche Theile, oder so genannte Zolle eingetheilet wird. Weiter nehme man CG = der Summe der scheinbaren Halbmesser des Erdschattens und des Mondes und schlage damit aus C einen Bogen, der FG in G und H schneidet; so sind das die Stellen, wo sich der Mittelpunct des Mondes in den Augenblicken befindet, wenn die Finsterniß anfängt und aufhört. Man

kann also den Zeitpunct, wenn die Finsterniß anfängt und aufhört, oder auch wenn jede andre Grösse der Verfinsterung eingetreten ist, leicht angeben.

Die 14. Aufgabe.

258. Den aus dem Mittelpunct des Mondes gesehenen scheinbaren Halbmesser der Projection des Mondschattens auf einer Ebene zu finden, die den Mondschatten-Kegel in der Entfernung des Mondes von der Erde senkrecht schneidet.

Aufl. Man subtrahire den scheinbaren Halbmesser der Sonne so wie er aus dem Monde gesehen würde, von der Summe der scheinbaren Halbmesser des Monds aus der Erde und der Sonne gesehen: der Rest ist der gesuchte scheinbare Halbmesser des Mondschattens.

237 Fig.

Beweis. Wenn in der 237. Fig. alles so, wie in der 235sten gezeichnet wird, nur daß L den Mittelpunct des Mondes FG, LC die Axe des Mondschattens, LA die Entfernung des Mondes von der Erde vorstellet; so erhellet, wie im 255. §. daß ALB = BLE − ELA sey, und BLE = LBF + LDF, ELA = SLD: also wäre ALB = LBF + LDF − SLD, mithin ALB = der Summe der Horizontalparallaxen der Erde und der Sonne, weniger den scheinbaren Halbmesser der Sonne, alles so wie es aus dem Monde würde gesehen werden. Jene Horizontalparallaxen aber sind zugleich die scheinbaren Halbmesser des Mondes aus der Erde und der Sonne gesehen.

Der 1. Zusatz.

259. Weil die Sonne im Durchmesser mehr denn 400mahl grösser ist als der Mond (250. §.)

so

so ist die Länge des Mondschattens LC = 2152 . LF, (43 und 48 §. Opt.) und LF = 0,273 . r; (248. §.) also findet man LC = 58,7 . r Wenn demnach der Mond weiter als um diesen Abstand von der Erde entfernt ist; so erstreckt sich der volle Schatten nicht ganz bis zur Erde. Weil jedoch die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde 60 halbe Erddurchmesser beträgt, (250. §.) so erreicht der Mondschatten doch wenigstens die Erde beynahe, und wenn der Mond seiner Erdnähe nahe ist allemahl. In der Erdnähe kann der scheinbare Durchmesser 33′34″ = 2014″ betragen, (218. §.) wenn er in der mittlern Entfernung 31′9″ = 1869″ beträgt: also ist die kleinste Entfernung $\frac{1862}{2014}$. 60 = 55,7 halbe Erddurchmesser.

Der 2. Zusatz.

260. Der Winkel LCF ist dem aus der Erde gesehenen scheinbaren Halbmesser der Sonne gleich, weil die Spitze C des Schattenkegels zur Zeit des Neumonds, wie hier angenommen wird, sehr nahe eben so weit, als der Mittelpunct der Erde von der Sonne entfernt ist. Der aus dem Monde gesehene Sonnenhalbmesser SLD übertrift den Winkel LCF um den Winkel FDL, und es ist FDL = $\frac{FB}{FD}$. LBF = $\frac{1}{398}$. 15′ 34″ (250. 218. §.) = 2,37″. Wenn also nicht die gröste Schärfe verlangt wird, so kann der aus dem Monde gesehene scheinbare Halbmesser der Sonne mit dem aus der Erde gesehenen für einerley angenommen werden. Eben darum kann auch bey Anwendung der Regel des 258. §. der aus der Sonne gesehene scheinbare Halbmes-

ser des Mondes aus der Rechnung ganz weggelassen werden; man subtrahirt nur den scheinbaren Halbmesser der Sonne vom scheinbaren Halbmesser des Mondes, der Rest ist das gesuchte. In solchen Fällen, wenn jener diesen übertrift, erreicht die Spitze des Mondschattenkegels die Erde nicht.

Der 3. Zusatz.

237 Fig. 261. Der aus dem Monde gesehene scheinbare Halbmesser ALP des Halbschattens ist = LPF + LHF, und LHF = SHD = HCD + HDF, mithin wird ALP = LPF + HCD + HDF. Aber HDF = 2LDF beträgt nur 4,74″, deswegen nimmt man für ALP die Summe der scheinbaren Halbmesser des Mondes LPF und der Sonne LCF.

Der 4. Zusatz.

262. Die scheinbare Breite des Halbschattenringes ist BLP, und man findet BLP = ALP — ALP. Es war aber ALP = semid. ☾ + semid. ☉, (261. §.) und ALB = semid. ☾ — semid. ☉, also wird BLP = 2semid. ☉ gefunden. Auch erhellet aus der Figur, daß sehr nahe BLP = BFP = DFK sey.

Der 6. Lehrsatz.

237 Fig. 263. Der Theil *DN* vom Durchmesser *DK* der Sonne, welcher dem im Halbschatten auf der Erde an der Stelle *M* befindlichen Beobachter vom Monde bedeckt erscheint, verhält sich zum ganzen Sonnendurchmesser *DK* wie die Entfernung *QM* des Orts der Beobachtung vom Rande des Halbschattens zur Breite *OQ* des Halbschattenringes.

Beweis.

Beweis. Die drey graden Linien DQ, KC, MN, die den Mond bey G berühren, schneiden einander sehr nahe in einerley Punct G, und die Dreyecke DKG, OGQ, so wie DGN, MGQ, sind einander ähnlich. Diesemnach ist DN : QM = DG : GQ, und DK : OQ = DG : GQ : also auch DN : QM = DK : OQ, und DN : DK = QM : OQ.

Der 1. Zusatz.

264. Der Kreis FABe stelle die Erdscheibe vor, 238 so wie sie aus dem Monde würde gesehen werden, Fig. und FG den Weg, welchen der Mittelpunct L des Mondschattens nimmt. Ferner sey LQ des Halbschattens scheinbarer Halbmesser, QC die Breite des Halbschattenringes und M sey ein Ort auf der Erde. Aus L beschreibe man einen Kreis mit dem Halbmesser LN so groß als der scheinbare Halbmesser des Mondes, so ist LQ = LN + NQ = semid. ☾ + semid. ⊙, (261. §.) folglich NQ = semid. ⊙ = CN, weil CQ = 2 semid. ⊙. (262. §.) Aus M beschreibe man einen Kreis mit dem Halbmesser MD = semid. ⊙; so ist QM : CQ = der vom Monde bedeckte Theil des Durchmessers der Sonne : Durchmesser der Sonne. (263. §.) Ferner ist QM = QN − NM, DN = DM − NM, und QN = semid. ⊙ = DM, also QM = DN; auch ist CQ = diam. ⊙ = DK; also DN : DK = der vom Monde bedeckte Thel des Sonnendurchmessers : ganzen Sonnendurchmesser. Demnach stellt DHNI für diesen Augenblick den vom Monde bedeckten Theil der Sonnenscheibe, oder die Phase der Finsterniß vor.

Der 2. Zusatz.

265. Hieraus wird begreiflich, wie es möglich sey, die Umstände einer Sonnenfinsterniß, wie sie von Zeit zu Zeit nach einander eintreten müssen, in einer Zeichnung darzustellen. Man muß nur erwägen, daß der Beobachter im Monde zu eben der Zeit eine Erdfinsterniß siehet, wenn für uns auf der Erde eine Sonnenfinsterniß erfolget. Ihm scheint der Erdschatten von der linken gegen die Rechte zu über der Erdscheibe wegzurücken, die ihm unter einem scheinbaren Halbmesser erscheint, welcher der aus der Erde gesehenen Horizontalparallaxe des Mondes gleich ist.

Die 14. Aufgabe.

266. **In einer Zeichnung die vornehmsten Umstände einer Erdfinsterniß zu entwerfen.**

Aufl. Man theile zuerst einen Minuten- und Secunden-Maaßstab wie oben (257. §.) gehörig ein, und zeichne einen Kreis, der die aus dem Monde gesehene Erdscheibe vorstellet, im Halbmesser so groß, als die Horizontalparallaxe des Mondes ist. (265. §.) Einen Durchmesser Ee dieses Kreises nehme man für denjenigen an, worin die Erdscheibe von der Ebene der Ecclíptik geschnitten wird; richte OV aus seinem Mittelpunct über Ee senkrecht auf, und nehme OV von sovielen Minuten und Secunden, als die Breite des Mondes im Augenblick der Zusammenkunft mit der Sonne ausmachen; so ist V die Stelle wo sich in eben diesem Augenblick der Mittelpunct des Mondschattens befindet. Man nehme ferner OW so groß als die Breite des Mondes eine Stunde nachher ist, ziehe von der linken gegen die Rechte WX mit AE paral-

lel

lel, mache WX dem Wege gleich, um welchen der Mond sich von der Sonne in einer Stunde in Ansehung der Grade der Länge entfernt, und ziehe hiernächst durch V und X die grade Linie FG. Diese ist nun ein Stück der relativen Bahn, welche der Mittelpunct des Mondschattens nimmt, worin er alle Stunden einen Weg = VX zurück legt. Man theile also VX in 60 Minuten, und trage sie an beyden Seiten von V nach F und nach G über X hinaus: so weis man von Minute zu Minute die Stellen, wo sich der Mittelpunct des Mondschattens auf der Erde befindet. Um also die Zeit der grösten Verfinsterung zu finden, ziehe man OR auf FG senkrecht. Um die Zeitpuncte für den Anfang und das Ende der Finsterniß zu haben, fasse man die Summe der beyden Halbmesser OE der Erdscheibe, und LQ des Halbschattens, = par. hor. ☾ + semid. ☾ + semid. ☉, zwischen dem Cirkelinstrument, und beschreibe damit aus O Bogen, welche den Weg FG des Schattens in F und G schneiden; so sind das die Stellen, wo sich der Mittelpunct des Schattens im ersten Anfang und am Ende der Finsterniß befindet. Weil nun FG von Minute zu Minute der Zeit nach eingetheilt ist, so ersiehet man daraus zugleich die Zeitpuncte für den ersten Anfang und das Ende der Erdfinsterniß. Nach der hier beygefügten Zeichnung wäre der Anfang XI Uhr 10 Min. Vormittags, das Mittel der Finsterniß grade um II. Uhr, das Ende um IV Uhr 50 Minuten.

Zusatz.

267. Jeder Ord M auf der Erde läuft täglich in einem Parallelkreise herum, der aus dem Mittel-

punct der Sonne gesehen wie eine Ellipse erscheinen würde. Nur in dem Falle, wenn die Umlaufsaxe der Erde in der Ebene des grösten Kreises liegt, der die Grundfläche der erleuchteten Halbkugel abgiebt, wird die Projection des Parallelkreises eine grade Linie.

238 Fig. Es sey nemlich OP die Erdaxe in der Ebene des Kreises EPBe; so ist die Ebene des durch M laufenden Parallelkreises auf der Ebene EAPBe senkrecht, und diese geht wegen der sehr grossen Entfernung der Sonne durchs Auge des in der Sonne angenommenen Beobachters. Man stelle sich vor, dieser Parallelkreis, dessen Durchmesser AB in der Ebene EPBe liegt, und mit seiner orthographischen Projection (43 §. Persp.) einerley ist, sey in gleiche Bogen von 15 zu 15 Graden getheilt, von jedem Theilungspunct aber sey auf AB eine grade Linie senkrecht herab gelassen, wodurch die mit den Zahlen 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, bezeichneten Puncte bestimmt werden; so sind das die Stellen, wo der Punct M von Stunde zu Stunde aus der Sonne gesehen wird, nemlich von 7 Uhr Vormittags bis 5 Uhr Nachmittags. Aus Vergleichung dieser Stellen mit denjenigen, wo sich in eben den Zeitpuncten der Mittelpunct des Mondschattens in seiner Bahn befindet, lassen sich die Umstände der Sonnenfinsterniß, so wie sie an dem Ort M auf der Erde gesehen werden, herleiten. Wie man in andern Fällen die Ellipse zeichnen müsse, welche den Parallelkreis des Ortes M abbildet, liesse sich aus den schon vorgetragenen geometrischen und astronomischen Theorien ohne weitere Schwierigkeit herleiten, wenn ich nicht gezwungen wäre hier den Vortrag abzukürzen, und das übrige dem

4ten Theil der Anfangsgründe vorzubehalten, welcher auch zu astronomischen Rechnungen vollständigere Anleitung geben wird, als hier geschehen kann.

Die 15. Aufgabe.

268. Aus dem Entwurf der Erdfinsterniß die Umstände der Sonnenfinsterniß herzuleiten, so wie sie aus einem Ort auf der Erde gesehen wird, dessen geographische Länge und Breite gegeben ist.

Aufl. Es wird hiebey vorausgesetzt, daß die Zeit, welche an diesem Orte in dem Augenblick gezählt wird, da der Neumond eintritt, bey γ bemerkt, und darnach die Bahn FG des Erdschattens eingetheilt sey. Es wird ferner vorausgesetzt, daß der Parallelkreis des Orts M gehörig gezeichnet, auch in Stunden und Minuten eingetheilt sey. Nach dieser Vorbereitung fasse man den Halbmesser LQ des Halbschattens, oder die Summe der scheinbaren Halbmesser des Mondes und der Sonne zwischen den Spitzen des Cirkelinstruments, und suche zwey Puncte γ und δ, den einen γ in der Bahn des Schattens, den andern δ im Parallelkreise, die um jene Summe der Halbmesser von einander entfernt sind, und zugleich mit einerley Zeitpuncten zusammen gehören: so findet man die Zeit des Anfangs der Finsterniß, welches hier 12 Uhr 15 Min. sind. In diesem Zeitpunct war der Mittelpunct des Schattens in γ, der Ort M in δ. Die weiterhin folgenden mit einerley Zeit zusammengehörigen Puncte nähern sich einander, wie man mit dem Cirkelinstrument finden kann, so lange bis man auf α und β kommt, die mit 1 Uhr 30 Min. zusammen gehören: weiter hin aber entfernen sich die so zusammengehörigen

238 Fig.

gen Puncte wieder von einander. Also fällt die grö-ste Verfinsterung um 1 Uhr 30 Min. Auf ähnli-che Art findet man, daß die Puncte ε und X, wel-che mit 2 Uhr 45 Min. zusammengehören, wieder um die Summe der Halbmesser des Mondes und der Sonne von einander entfernt sind: also würde mit diesem Zeitpuncte für den Ort M das Ende der Finsterniß eintreten.

Der 1. Zusatz.

269. Wenn der Mond einem Fixstern so nahe kommt, daß er ihn bedecken kann, so kann man auf eine völlige ähnliche Art einen Entwurf für die ganze Erscheinung machen. Der scheinbare Durchmesser des Fixsterns ist so gut als = 0. Da wo sonst an dem Parallelkreise des Orts, für den der Entwurf ge-macht wird, 12 Uhr hingeschrieben wird, setzt man nun die Zeit hin, wenn der Fixstern im Meridian er-scheint, und nimmt übrigens auch Rücksicht auf den Unterscheid der Sternzeit und Sonnenzeit.

Der 2. Zusatz.

270. Es sey PQ der Durchmesser des Kreises
237 auf der Erde, welcher das erleuchtete Segment
Fig. von dem dunklen absondert, wovon schon bekannt ist, daß es für eine Halbkugel angenommen werden kann. Nun sind alle Strahlen, die vom Mit-telpunct S der Sonne auf die Erde fallen in einem graden Kegel enthalten, dessen Spitze S und dessen Grundfläche der Kreis ist, wozu der Durchmesser PQ gehört, und dessen Mittelpunct A der Mittel-punct der Erde ist. Die Axe AS dieses Kegels schneide man in der Entfernung AL des Mondes von

der

der Erde mit einer darauf senkrechten Ebene TV, so ist die Durchschnittsfigur ein Kreis, wovon RT einen Durchmesser vorstellet, und eben dieser Kreis ist eine perspectivische Projection der Erde auf der Ebene TV. Von der Erde aus wird diese Projection unter einem Winkel LPR gesehen, und es ist LPR = ALP — ASP = par. ☾ hor. — par. ☉ hor. Von jeder Stelle P auf der Erde wird der Mittelpunct S der Sonne in R daselbst gesehen, wo die Projection der Stelle P hinfällt. In der Ebene TV der Projection der Erde mag sich nun der Mittelpunct L des Mondes wo er wolle befinden, so ist LPR der aus der Erde gesehene scheinbare Abstand zwischen den Mittelpuncten der Sonne und des Mondes. Die Sonne selbst aus P gesehen projicirt sich auf der Ebene TV in einen Kreis, wozu der Durchmesser VF gehört, und der aus der Erde gesehene scheinbare Durchmesser FPV des auf die Ebene TV projicirten Sonnenbildes ist mit dem scheinbaren Durchmesser DPK der Sonne selbst einerley. Diese Betrachtungen erläutern und rechtfertigen das bisher beschriebene Verfahren bey Entwerfung einer Sonnenfinsterniß noch mehr. Man siehet daraus, daß bey Zeichnung einer Sonnenfinsterniß die recht genau seyn sollte, der Halbmesser OE (238. Fig.) des Kreises, welcher die Erde abbildet, der Differenz der Horizontalparallaxen des Mondes und der Sonne gleich genommen werden müsse. Bey Zeichnung der Bedeckung eines Fixsterns vom Monde aber bleibt OE der Horizontalparallaxe des Mondes gleich.

Der 3. Zusatz.

271. Hieraus wird zugleich begreiflich, wie man die Erscheinungen des Vorüberganges der Venus

oder Mercurs vor der Sonne (162. §.) in einer
239 Zeichnung entwerfen kann. Man nehme an, daß
Fig. AL die Entfernung der Venus oder Merkurs von der Sonne sey, so wird RT die aus der Sonne gesehene Projection der Erde auf einer Ebene, die mit dem Planeten von der Erde gleichweit entfernt ist. Jedem Ort M auf der Erde erscheint der Sonne Mittelpunct in *m*, da wo das Bild von M liegt, VF, WX von der Erde gesehen erscheinen mit dem Durchmesser der Sonne unter gleichem Winkel. In
240 der 240. Fig. stellet EW*e*X die Sonnenscheibe vor,
Fig. so wie sie aus der Erde gesehen auf der Ebene erscheint, worauf zugleich die Projection der Erde TR liegt: L ist der Mittelpunct der Projection, E*e* ein Bogen der Eccliptic, FG der Theil von der Bahn des Planeten, welcher in der Ebene der Projection liegt, worin der Planet den Weg von F nach G von Osten gegen Westen nimmt. Wenn nun F und G die Stellen des Mittelpuncts des Planeten in seiner Bahn sind, in welchen er aus dem Mittelpunct der Erde gesehen die Peripherie der Sonne von innen zu berühren scheint; so ist LF = LG = semid. ⊙ — semid. plan. Ferner ist LA die Breite des Planeten zur Zeit der Zusammenkunft mit der Sonne, LB der kürzeste Abstand vom Mittelpunct der Sonne.

Der 4. Zusatz.

240 272. Auf der Erde stelle man sich ein Paar
Fig. Parallelkreise RMNT, *rmnt* vor, wovon einer *rmnt* dem in der erleuchteten Halbkugel befindlichen Pol so nahe ist, daß er ganz oder wenigstens grösstentheils in der erleuchteten Halbkugel liegt; so wird dem Beobachter *m* die Sonne gar nicht, oder nur

kurze

kurze Zeit untergehen, wenn er in der täglichen Bewegung von *r* durch *m* und *n* nach *t*, von Morgen gegen Abend hinter dem erleuchteten Pol herumgeführt wird. Der Beobachter sey in *m*, wenn der Planet in *p* ist, und $mp = LF$; so siehet der Beobachter schon die erste innere Berührung, mithin früher, als sie aus L gesehen wird. Ferner sey der Planet in *q*, wenn der Beobachter in *n* anlangt, und wiederum $nq = LG = LP$; so siehet der Beobachter nun die letzte innere Berührung, die aus L gesehen schon erfolgte, als der Planet in G war. Demnach ist für diesen Beobachter die ganze Währung des Vorüberganges zwischen beyden innern Berührungen länger, als für den Beobachter im Mittelpunct der Erde.

Der 5. Zusatz.

273. Im Parallelkreise RMNT sey M ein Beobachter, dessen geographische Länge von der Länge des Beobachters *m* um 180° verschieden ist, damit derselbe jenseits der Erde vom Westen gegen Osten durch RMNT herum geführt werde, wenn jener Beobachter diesseits von *m* nach *n* geführt wird. Der Planet sey in P, wenn der Beobachter in M ist, und $MP = LF$, so siehet der Beobachter in M die erste innere Berührung später, als sie aus L gesehen wird. Indem ferner der Planet von P nach Q rückt, wird M nach N geführt, und wenn nun wieder $NQ = LG = LF$ ist, so siehet dieser Beobachter die letzte innere Berührung früher als sie aus L gesehen wird. Diesemnach ist für diesen Beobachter die ganze Währung des Durchganges zwischen den innern Berührungen kürzer, als für den Beobachter im Mittelpunct der Erde.

Der 6. Zusatz.

274. Weil die Verschiedenheit dieser Erscheinungen an verschiedenen Oertern auf der Erde von dem Unterscheid der Parallaxen des Planeten und der Sonne herrührt, so läßt sich umgekehrt, wenn die Währung des Durchganges an verschiedenen weit genug von einander entlegenen Orten ist beobachtet worden, der Unterscheid dieser Parallaxen mithin die Parallaxe sowohl für den Planeten selbst, als auch für die Sonne finden. Denn das Verhältniß der Parallaxen ist aus dem Verhältnisse der Entfernungen bekannt. Man nimmt in solcher Absicht die Horizontalparallaxe so wie sie aus andern Beobachtungen (247. §.) schon bekannt seyn kann, zum Grunde, und berechnet die Währung des Durchganges für zwey solche Oerter woselbst die Beobachtungen angestellet sind, um das Resultat der Rechnung mit dem Erfolg bey der Beobachtung zu vergleichen, da dann aus beyder Uebereinstimmung auf die Richtigkeit der angenommenen Voraussetzung geschlossen wird. So lange der Erfolg bey der Beobachtung mit dem Resultat der Rechnung nicht übereinstimmet, ändert man die zum Grunde gelegte Voraussetzung, bis beydes in Uebereinstimmung gebracht ist.

Der 7. Zusatz.

275. Im Jahr 1769 am 3ten Junius beobachtete H. Hell zu Wardhus die Währung des Durchganges der Venus von 5 St. 53 Min. 14 Sec. die Herrn Green, Cook und Solander auf der Insel Taiti von 5 St. 30 Min. 4 Sec. also um 23 Min. 10 Sec. kürzer. In der Voraussetzung, daß die Horizontalparallaxe der Sonne 8,5

Sec.

Sec. betrage, gab die Rechnung für die Zeit des Durchgangs aus dem Mittelpunct der Erde gesehen 5 St. 41′ 56″ zwischen beyden innern Berührungen. Nach eben dieser Rechnung sollte die Zeit des Durchganges zu Wardhus 10 Min. 52 Sec. mehr, zu Taiti aber 11 Min. 43 Sec. weniger betragen. Beydes zusammen giebt einen Unterscheid von 22 Min. 35 Sec. für Wardhus und Taiti, welches mit dem beobachteten Unterschiede von 23 Min. 10 Sec. bis auf 35 Sec. oder $\frac{1}{30}$ der ganzen Währung übereinkommt. H. de la Lande hat aus Vergleichung aller andern Beobachtungen gefunden, daß die Rechnung damit am besten übereinkomme, wenn die Sonnenparallaxe zu 8,6″ angenommen wird. (Abregé d'Astronomie §. 735. pag. 298.)

Die 29. Erfahrung.

276. Man hat mehrere Fixsterne, und besonders solche Sterne erster Grösse, wovon man vermuthen konnte, daß sie vielleicht der Sonne und Erde näher als andre seyn mögten, mit dem möglichsten Fleiß Jahre lang beobachtet, um zu prüfen, ob vielleicht wegen Verschiedenheit der Beobachtungsörter in der Erdbahn, wie bey den Planeten (174. §.) eine jährliche Parallaxe zu bemerken sey, vermöge welcher nicht allein die geocentrische Länge, sondern auch die Breite des Fixsterns, wenn man sich vorstellet, daß in der 230 Fig. P ein Fixstern sey, eine jährlich wiederkehrende periodische Aenderung leiden müste. Allein ausser einigen andern sehr geringen scheinbaren Bewegungen, wovon man gefunden hat, daß sie von andern Ursachen herrühren, hat man dergleichen nicht bemerken können.

Man weiß überdem jetzt gewiß, daß vier von den Sternen erster Grösse, Regulus, Aldebaran, die Kornähre der Jungfrau und Antares, nicht 1 Secunde im scheinbaren Durchmesser haben, weil alsdenn wenn sie vom Monde bedeckt werden, nicht zwey Secunden Zeit von der ersten Berührung des Mondrandes bis zur völligen Bedeckung verfliessen.

Zusatz.

230 Fig. 277. Wenn in einem parallactischen Dreyeck, SPT über dem Halbmesser ST der Erdbahn als der Grundlinie einer von den Winkeln an dieser Grundlinie bey S ein rechter Winkel wäre, und die Parallaxe SPT nur 1 Sec. betrüge, so würde die Entfernung SP = 206264 . ST gefunden werden; sie betrüge also 206264 . 23984 halbe Erddurchmesser. (250. §.) Bey einen so sehr kleinen scheinbaren Halbmesser, der weniger wie eine Sec. beträgt, würden die Fixsterne gar nicht sichtbar seyn, (16. §. Opt.) wenn solches nicht die Stärke und lebhaftigkeit ihres Glanzes verursachte. Daher schließt man, daß die Fixsterne ihr eigenes Licht haben müssen, wie die Sonne.

Der 7. Lehrsatz.

278. Ein Beobachter, der selbst in Bewegung ist, siehet ein leuchtendes Object, wenn dasselbe in Ruhe ist, wegen der allmähligen Fortpflanzung des Lichts nicht in eben der Richtung wie es würde gesehen werden, wenn auch der Beobachter in Ruhe wäre: die Abirrung des Lichts findet man alsdenn aus der bekannten relativen Bewegung des leuchtenden Gegenstandes eben so,

wie

wie sie dem 32. §. Opt. gemäß würde gefunden werden, wenn der Beobachter in Ruhe wäre.

Beweis. Der Beobachter O bewege sich in der graden Linie OB gleichförmig mit der Geschwindigkeit *c*, ein strahlender Punct aber sey bey C in Ruhe, und die Geschwindigkeit des Lichts sey = C. Alsdenn erfolgt die relative Bewegung des Puncts C in Ansehung des Auges O eben so, als wenn der Beobachter in Ruhe wäre, der Punct C aber mit der Geschwindigkeit *c* in der Richtung CM mit OB parallel fortrückte. Wenn also für einen gewissen Zeitpunct das Auge in B befindlich ist, alsdenn aber OM mit BC parallel gezogen und OM = BC gemacht wird; so ist OM die Richtung in welcher der strahlende Punct gesehen würde, wenn das Licht ohne alle Zeitfolge aus C nach B käme. In B aber kommt der Strahl CB mit der Geschwindigkeit C ins Auge, und weil es selbst in Bewegung ist, so wird dasselbe eben so gerührt, als wenn das Licht mit beyden Geschwindigkeiten, C in der Richtung CB, und *c* in der Richtung DB, in dasselbe wirkte. Es hat also eben die Empfindung, als wenn das Licht in der Diagonallinie EB des Parallelogramms BCED dasselbe träfe, und in dieser Richtung muß der strahlende Punct gesehen werden. Demnach ziehe man OL mit BE parallel, so ist MOL = CBE die Abirrung des Lichts. Im Dreyeck OLM ist alsdenn die Seite OM = BC, und das Verhältniß OM : ML = C : *c* gegeben; auch überdem der Winkel OBC = OML: also kann man MOL finden. 241 Fig.

Der 1. Zusatz.

279. Es sey TVWX die Bahn der Erde in der Ebene ABCD der Ecclíptik, S sey die Sonne und F

ein Fixstern, SE die Axe, also E ein Pol der Ecliptik, und AEFC ein Breitenkreis durch den Fixstern. Ferner sey T die Erde, und diese bewege sich im jetzigen Augenblick mit der Geschwindigkeit c in der Richtung TZ, welche die Erdbahn in T berührt: die Geschwindigkeit des Lichts in der Richtung FT sey = C. Man nehme FT : TZ = C : c, und zeichne das Parallelogramm, FTZM; so ist FΓM die Abirrung des Lichts, (278. §.) und der Fixstern wird in der Richtung TM gesehen. Diesemnach scheint der Fixstern alle Jahre um seine wahre Stelle F einen Umlauf zu machen in einer Bahn GMHN, die sich an dem scheinbaren Himmelsgewölbe in eine Ellipse projicirt, so daß die Zwergaxe MN mit der Eccliptik parallel ist, die zugeordnete Axe GH aber mit einem kleinen Bogen des Breitenkreises zusammen fällt. Die Figur stellt den Fall vor, wenn sich der Stern in Zusammenkunft mit der Sonne befindet. Hat die Erde ihre Stelle in W, so ist der Stern im Gegenschein mit der Sonn, in den Geviertscheinen aber, wenn sich die Erde in V oder X befindet. In der Zusammenkunft, oder im Gegenschein mit der Sonne erscheint der Stern in den äussersten Puncten M oder N der Zwergaxe seiner scheinbaren elliptischen Bahn. Nach der Zusammenkunft bis zum ersten Geviertschein nimmt die Breite des Sterns ab, und ist beym ersten Geviertschein am kleinsten: hiernächst nimmt die Breite zu, bis zum zweyten Geviertschein, der nach dem Gegenschein eintritt, da sie am grösten ist.

Der 2. Zusatz.

280. Wenn die jährliche Parallaxe wegen des Durchmessers der Erdbahn merklich wäre, die allmäh-

mählige Fortpflanzung des Lichts aber in die Erscheinung keinen Einfluß hätte; so würde der Stern ebenfalls in einer kleinen elliptischen Bahn jährlich umzulaufen scheinen, wovon die Zwergaxe mit der Ecclictik parallel wäre. Nun aber würde der Stern bey der Zusammenkunft mit der Sonne seine kleinste Breite, und beym Gegenschein seine gröste Breite haben, also in diesen Fällen in den äussersten Puncten der zugeordneten Axe seiner scheinbaren elliptischen Bahn erscheinen: bey den Geviertscheinen würde er also in den äussersten Puncten der Zwergaxe seiner Bahn erscheinen. Die Beobachtungen lehren, daß alles so erfolge, wie es den Schlüssen des 279. §. gemäß ist: also hat man daraus richtig die Folge ziehen können, daß zwar die jährliche Parallaxe unmerklich sey, dennoch aber die Abirrung des Lichts den jährlichen Umlauf der Erde ungemein einleuchtend beweise.

Der 3. Zusatz.

281. Weil die Sonne von der Erde um 23984 Halbmesser der Erde entfernt ist, (250. §.) und das Licht $8\frac{1}{9}$ Min. Zeit braucht diesen Weg zurück zu legen: (237. §.) so beträgt in 1 Minute die Geschwindigkeit des Lichts 2956 Erdhalbmesser. Die Peripherie der Erdbahn von 2 . 3,1416 . 23984 = 150696 solcher Halbmesser durchläuft die Erde in 365 T. 5 St. 46 Min. (196. §.) = 525946 Minuten; also ist in 1 Minute die Geschwindigkeit der Erde 0,2865 ihres Halbmessers, und die Geschwindigkeit des Lichts $\frac{2956}{0,2863}$ = 10318mahl gröser; oder es ist $\frac{FM}{FT} = \frac{1}{10318} = 0,0000969.$

Aus den trigonometrischen Tafeln hat man tang 1′ = 0,0002909, für den Sinus totus = 1, und $\frac{FM}{FT}$: mithin muß die gröste Abirrung des Lichts 20″ betragen, wenn der Stern in der Zusammenkunft oder im Gegenschein mit der Sonne ist. Mit dem allen stimmen auch die Beobachtungen völlig überein.

Der 4. Zusatz.

282. Wegen dieser Abirrung des Lichts ist die scheinbare Länge und Breite eines Sterns, so wie seine scheinbare Declination und Rectascension, gewöhnlich von der wahren um einige Secunden verschieden, und dieser Unterscheid hängt von dem Aspect des Sterns und der Sonne gegen einander ab, (156. §.) zugleich aber auch von der Breite des Sterns. Bey allen Rechnungen aus Beobachtungen, wobey Länge und Breite, Rectascension und Declination eines Sterns als bekannt vorausgesetzt, also vielleicht aus Sternenverzeichnissen genommen werden, muß also nicht allein die nöthige Aenderung wegen des Vorrückens der Nachtgleichen (139. §.) vorgenommen, sondern auch diese kleine Verbesserung wegen der Abirrung des Lichts angebracht werden.

Der 8. Lehrsatz.

283. Es ist Kraft nöthig, den Mond in seiner Bahn um die Erde, und überhaupt jeden Nebenplaneten in seiner Bahn um den Hauptplaneten, so wie die Hauptplaneten in ihren Bahnen um die Sonne zu erhalten: diese Kraft kann man sich als eine anziehende Kraft, oder als eine Schwere vorstellen, welche den Mond eben so, wie alle kleinere

in

in der Nähe der Erde befindliche Körper gegen den Mittelpunct der Erde, die Nebenplaneten gegen den Mittelpunct ihres Hauptplaneten, und die Hauptplaneten gegen den Mittelpunct der Sonne treibt.

Beweis. Jeder Planet, auch der Mond, würde vermöge seiner Trägheit entweder ruhen, oder auch in grader Linie mit unveränderter Geschwindigkeit seine Bewegung fortsetzen, wenn keine bewegende Kraft die Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung änderte: (12 — 14. §. Mechan.) es muß also eine Kraft vorhanden seyn, welche den Mond gegen die Erde, und die Planeten gegen die Sonne treibt, weil daraus vollkommen begreiflich wird, warum sich die Bahn krümmen muß. Auf der Erde wirkt die schwere so, als wenn alle kleinere Körper von der Erde angezogen würden, und der Erfolg ist auch bey den Umlaufsbewegungen der Weltkörper völlig so, als wenn die Sonne und der Hauptplanet, der Hauptplanet und sein Nebenplanet einander wie Magnet und Eisen gemeinschaftlich anzögen. Das will aber die Redensart sagen, der Mond sey gegen die Erde schwer, auch sey jeder Hauptplanet gegen die Sonne schwer, und jeder Nebenplanet gegen seinen Hauptplaneten.

Der 1. Zusatz.

284. Wenn die Schwere in der Entfernung des Mondes von der Erde mit eben der Stärke wirkte, wie sie in der Nähe der Erdfläche wirkt; so würde der Mond in der ersten Secund $15\frac{5}{8}$ Fuß tief gegen die Erde herab fallen. Demnach müste er auch bey seinem Umlauf um die Erde in jeder Secunde gegen die Erde zu um soviel von der graden Linie ab-

gelenkt werden, worin er allein wegen der Trägheit seine Bewegung fortsetzen würde. Man findet aber mit Hülfe trigonometrischer Rechnungen, daß diese Ablenkung des Mondes von seiner gradlinichten Bahn in jeder Minute Zeit nur $15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fuß betrage. Auf der Erde würde ein schwerer Körper in 1 Minute Zeit 3600mahl weiter fallen; (11. §. Hydraul.) also ist die Schwere an der Erdfläche 3600mahl grösser als sie in der Entfernung des Mondes von der Erde ist. Weil nun die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde 60 halbe Erddurchmesser beträgt; (250. §.) so leitet das auf die Schlußfolge: die Schwere sey dem Quadrat der Entfernung des schweren Körpers vom Mittelpunct der Erde umgekehrt proportional.

Der 2. Zusatz.

285. Man würde schon nach der übrigen Aehnlichkeit vermuthen, daß eben dasselbe Gesetz der Schwere bey den Hauplaneten in Ansehung der Sonne ebenfalls statt habe: es läßt sich das alles aber auch sonst noch aus andern Gründen beweisen, die vornemlich zuerst H. Newton in seinem berühmten Werk: Philosophiae naturalis principia mathematica, besonders im 3. Buch: de mundi systemate ins Licht gesetzt hat. Dies Gesetz der Schwere ist ganz allgemein: alle Weltkörper ziehen einander gegenseitig an, der Mond wird nicht nur von der Erde, sonden auch von der Sonne angezogen, oder diese drey Körper ziehen sich unter einander an. Daraus erklären sich aufs vollkommenste, die oben erwehnten scheinbaren Unregelmäßigkeiten in der Umlaufsbewegung des Mondes in seiner

Bahn.

Bahn. Die Sonne beschleuniget oder verzögert die Bewegung des Mondes, nachdem die Richtung der anziehenden Kraft der Sonne mit der jedesmahligen Richtung der Bewegung des Mondes übereinkommt, oder ihr entgegen gesetzt ist. Die Aenderungen in der Lage der Mondbahn, und in ihrer Excentricität, sind ebenfalls Folgen davon. Ueberhaupt wirken alle Planeten vermöge dieser anziehenden Kräfte auf einander, und verursachen dadurch kleine Abweichungen von den Gesetzen, nach welchen ein jeder für sich allein würde um die Sonne geführt werden.

Der 3. Zusatz.

286. Beym täglichen Umlauf der sphäroidischen Erde um ihre Axe wirken Sonne und Mond gemeinschaftlich besonders auf diejenige Masse der Erde, die rings um den Aequator herum mehr angehäuft, und vom Mittelpunct der Erde weiter entfernt ist, als die Gegenden um die Pole herum. Die Lage der Ebene des Aequators leidet dadurch Aenderungen; die Durchschnittslinie des Aequators mit der Eccliptik, welche hier das, was bey den Planetenbahnen die Knotenlinie ist, muß zurück weichen, auch selbst der Winkel des Aequators mit der Eccliptik muß eine periodische Aenderung leiden. Jener Erfolg ist der Grund des Zurückweichens der Nachtgleichspuncte, (192. §.) und diesen letztern nennt man das **Wanken der Erdaxe**. Weil diese nemlich allemahl auf der Ebene des Aequators senkrecht bleibt; so muß ihre Lage mit der Lage der Ebene des Aequators zugleich Aenderungen leiden. Den Beobachtungen gemäß wird die Schiefe der Eccliptik während einer Periode von 9 Jahren auf

18″ grösser, und leidet in den folgenden 9 Jahren wiederum eben so viele Verminderung.

Der 4. Zusatz.

287. Wenn man zwischen der grösten und kleinsten während des Zeitlaufs von 18 Jahren beobachteten Schiefe der Ecliptik die arithmetische Mittelzahl nimmt, so hat man die mittlere Schiefe der Ecliptik, und diese mittlere Schiefe ist es, welche von Zeit zu Zeit kleiner wird. (80. §.) Es ist ein Erfolg, welcher von der Wirkung der anziehenden Kräfte aller übrigen Planeten gegen die Erde herrührt. Nach H. Mayers Sonnentafeln war für den Anfang des Jahres 1756 die mittlere Schiefe 23° 28′ 16″, und ihre Verminderung beträgt in 100 Julianischen Jahren 46 Secunden, also in 28 Jahren 12,9 Secunden: demnach ist sie im Anfange des jetzt laufenden Jahres 1784 gewesen 23° 28′ 3,1″. Berl. Samml. Astr. Taf. 1 Band 226. 300 S. Wegen der Nutation, oder des Wankens der Erdaxe kommen hinzu 9,1″, und das giebt 23° 28′ 12,2″ für die scheinbare Schiefe der Ecliptik.

Der 5. Zusatz.

288. Die Aenderung der mittlern Schiefe der Ecliptik hat ihren Grund darin, weil die Lage der Ebene der Erdbahn sich allmählig ändert, und das muß zugleich eine Aenderung der Breite aller Fixsterne zur Folge haben. Die Nutation ist eine Wirkung des Mondes, und ihre jedesmalige Grösse hängt von der Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn ab. Die Breite der Fixsterne wird dadurch nicht geändert, sondern nur ihre Länge, ihre Declination und Rectascension.

Uebri-

Uebrigens ist auch das Vorrücken der Nachtgleichen nicht völlig gleichförmig. Bey genauen Astronomischen Beobachtungen und Rechnungen muß auf alle die kleinen Aenderungen in der Lage der Sterne gegen den Horizont, den Aequator und gegen die Ecclíptik, Rücksicht genommen werden, welche von den Aenderungen der Schiefe der Ecclíptik und von der Abirrung des Lichts verursachet werden.

Anfangsgründe der Gnomonik.

Die 1. Erklärung.

1. Eine Sonnenuhr überhaupt ist nichts anders als eine Zeichnung gewisser Linien, oder anderer Merkmahle auf einer Fläche, welche dazu dient, des Tages beym Sonnenschein die wahre Sonnenzeit anzuzeigen. Die Gnomonik lehrt, wie dergleichen Uhren verzeichnet werden müssen.

Zusatz.

2. Die Fläche, worauf die Uhr entworfen wird, kann eben oder krumm seyn: hier kann aber nur ein kurzer Unterricht davon ertheilt werden, wie man dergleichen Uhren auf einer ebenen Fläche zeichnet.

Die

Die 2. Erklärung.

3. Der Weiser an der Sonnenuhr ist gewöhnlich ein grader Stift, der hier als eine undurchsichtige grade Linie betrachtet, und so mit der Uhr verbunden wird, daß der mit der Sonne in ihrer täglichen Bewegung fortrückende Schatten dieses Weisers die Stunden und andre kleinere Zeittheile anzeige. Obgleich der Weiser jede andre Lage haben kann; so wird hier doch ein für allemahl angenommen, daß derselbe mit der Weltaxe parallel seyn müsse.

Der 1. Zusatz.

4. Der Schatten des gradlinichten Weisers auf der Ebene der Uhr ist allemahl eine grade Linie, die mit dem Mittelpunct der Sonne und dem Weiser in einerley Ebene liegt: (33. §. Opt.) diese Schattenlinie läuft also durch den Punct, worinn der Weiser mit der Ebene der Uhr zusammen stößt. Wenn der Weiser mit der Uhr parallel ist, so läuft auch der Schatten mit dem Weiser parallel.

Der 2. Zusatz.

243 Fig. 5. Der Weiser AB der Uhr liegt in der Mittagsfläche des Orts, wo die Uhr gebraucht wird. Wenn nemlich durch einen Punct C des Weisers und die Weltaxe eine Ebene gelegt wird, so ist das die Mittagsfläche, und in derselben Ebene liegt der Weiser AB, weil er mit der Weltaxe parallel ist (3. §.)

Die 3. Erklärung.

6. Jede Ebene durch den Weiser der Uhr, und durch den Mittelpunct der Sonne kann hier eine Stundenebene der Uhr heissen, und ihre Durchschnittslinie mit der Ebene der Uhr eine Stundenlinie. Den Punct, worin alle Stundenlinien einander

ander schneiden, nenne ich Kürze halber den Mittelpunct der Uhr: er ist einerley mit dem Punct, worin der Weiser mit der Ebene der Uhr zusammen stößt. Stundenwinkel der Uhr sind diejenigen, unter welchen die Stundenlinien einander schneiden. Eine von den Stundenebenen der Uhr fällt mit der Mittagsfläche zusammen, (5. §.) und die dazu gehörige Stundenlinie heißt die Mittagslinie der Uhr.

Zusatz.

7. Wenn man die Weltaxe selbst für den Weiser, und die Ebene des Aequators für die Ebene der Uhr annehmen könnte; so würde jede Stundenebene der Uhr mit der Ebene eines Stundenkreises der Sonne einerley seyn. Weil nun eine wahre Sonnenstunde während der Zeit verfließt, da die Sonne aus einem Stundenkreise in einen andern kommt, der den vorigen unter einem Winkel von 15° schneidet; so müsten die Stundenlinien einander unter Winkeln von 15° schneiden, wenn der Schatten diese Linien von Stunde zu Stunde bedecken sollte.

Die 4. Erklärung.

8. Die Sonnenuhr, heißt eine Aequinoctialuhr, wenn die Ebene der Uhr mit dem Aequator parallel ist, eine Horizontaluhr, oder Verticaluhr, wenn ihre Ebene mit dem Horizont parallel, oder darauf senkrecht ist. Gewöhnlich beschreibt man die Verticaluhr auf einer solchen verticalen Ebene, welche die Ebene des Meridians senkrecht schneidet, also mit der Ebene des ersten Verticalkreises parallel ist; da sie dann auf der Seite, welche die Sonne von Süden her bescheint, die verticale Mittagsuhr, auf der andern Seite gegen Norden zu die verticale Mitternachtsuhr genannt wird. Man beschreibt

aber

aber auch Uhren auf einer Verticalfläche, die mit der Ebene des Meridians selbst parallel ist, eine Morgenuhr auf der Morgenseite, eine Abenduhr auf der Abendseite.

Zusatz.

9. Wegen der sehr grossen Entfernung der Sonne von der Erde kann die Ebene der Aequinoctialuhr so betrachtet werden, als wenn es die Ebene des Aequators selbst wäre. Auch ist der jedesmahlige Stundenkreis der Sonne von der Stundenebene der Uhr der Lage nach so wenig verschieden, daß man beyde für einerley annehmen, und den Weiser der Uhr so betrachten kann, als wenn es die Weltaxe selbst wäre. Wenn also auf der Aequinoctialuhr die Stundenlinien einander unter Winkeln von 15° schneiden; so wird sie der Schatten von Stunde zu Stunde bedecken. (7. §.)

Die 1. Aufgabe.

10. Eine Aequinoctialuhr zu zeichnen, und sie hiernächst so zu stellen, daß der Schatten des Zeigers richtig die Stunden und kleinere Zeittheile anzeige.

243 Fig.

Aufl. Auf der Ebene FGHI nehme man die Mittagslinie CF und in derselben den Punct C für den Mittelpunct der Uhr willkührlich an. Ferner verzeichne man mit dem Halbmesser CF aus dem Mittelpunct C einen Kreis, und theile ihn in gleiche Bogen, F*a*, *ab*, *bc*, u. s. f. von 15°; so sind C*a*, C*b*, C*c*, u. s. f. die Stundenlinien, welche der Schatten von Stunde zu Stunde bedeckt. Für halbe Stunden und Viertelstunden, auch wenn die Uhr groß genug ist, für einzelne Minuten, theile man jene gleich grosse Stundenwinkel aufs neue in

zwey

zwey, oder vier, oder 60 gleich grosse Theile. An der Mittagslinie unten bey F setze man 12 Uhr, weil dahin zu Mittage der Schatten fallen muß, wenn sich die Mittagslinie in der Ebene des Meridians von F gegen C nach Süden erstreckt. Die Vormittagsstunden schreibe man hiernächst auf der Westseite, die Nachmittagsstunden auf der Ostseite der Mittagslinie an die dazu gehörigen Stundenlinien, so wie sie nach der Ordnung folgen.

Aus dem Mittelpunct C der Uhr richte man den Weiser CB auf der Ebene der Uhr FGHI senkrecht auf, und neige diese Ebene so gegen die horizontale Ebene FGKL, daß beyder Durchschnittslinie FG mit der Mittagslinie FL des Horizonts rechte Winkel mache, und der Neigungswinkel LFC gegen Süden zu der Aequatorshöhe gleich sey.

Beweis. Es sey FB eine Verticallinie, so ist die Ebene LFB die Mittagsfläche, weil FL die Mittagslinie ist, und in dieser Ebene liegt auch FC (250. §. Geom.) weil GFA, GFC, GFB rechte Winkel sind. Weil nun AFC als die Aequatorshöhe ein spitzer Winkel ist, so wird der Weiser CB gegen den Horizont FGKL verlängert mit der Mittagslinie in A zusammen stossen, so daß FAC der Polhöhe gleich ist. Diesemnach ist der Weiser nun mit der Weltaxe parallel: denn er liegt mit ihr in einerley Ebene des Meridians, und beyde machen mit der Scheitellinie FB gleiche Winkel. Weil nun die Weltaxe auf der Ebene des Aequators senkrecht ist, so ist auch der Weiser darauf senkrecht, (256. §. Geom.) folglich die Ebene FGHI mit dem Aequator parallel. (269. §. Geom.) Demnach hat nicht allein der Weiser seine rechte Stellung,

lung, (4. §.) sondern auch die Ebene der Uhr hat die richtige Lage: (8. §.) auch sind die Stundenlinien richtig gezogen. (9 §.)

Der 1. Zusatz.

11. Die Sonne befindet sich nur ein halbes Jahr nordwärts und das andre halbe Jahr südwärts des Aequators. Wofern also die Aequinoctialuhr das ganze Jahr hindurch ihre Dienste leisten soll; so müssen die Stundenlinien auf beiden Seiten der Ebene der Uhr verzeichnet werden, und der Zeiger muß die Ebene der Uhr senkrecht durchboren, damit er an beiden Seiten seinen Schatten auf die Uhr werfen könne. Weil man aber an der untern Seite den Gang des Schattens nicht bequem wahrnehmen kann, wenn die Aequatorshöhe weniger als 45° beträgt: so macht man lieber die Einrichtung so, daß man den Gang des Schattens auch von oben her wahrnehmen kann, wenn gleich die untere Seite von der Sonne beschienen wird. Man giebt ihr die Gestalt eines Ringes, dessen Ebene dem Aequator parallel liegt, so fällt ein Theil vom Schatten des Weisers an den innern Umfang des Ringes und bezeichnet die Tagesstunde, wenn gleich die Stundenabtheilung und die Stundenzahlen nur auf der obern Seite befindlich sind.

Der 2. Zusatz.

12. Wenn man eine Stundenlinie *Cb* der Aequinoctialuhr bis an ihre Durchschnittslinie FG mit der horizontalen Ebene FGKL in β verlängert, und alsdenn aus dem Punct A, wo der Weiser die Mittagslinie dieses Horizonts trift, nach β die grade Linie Aβ zieht: so wirft der Weiser AB seinen Schatten auf Aβ, wenn der Schatten eben des Weisers

auf

auf die Stundenlinie Cβ der Aequinoctialuhr fällt. Denn Aβ ist die Durchschnittslinie der Stundenebene mit dem Horizont.

Der 3. Zusatz.

13. Diesemnach kann die Stundenlinie Aβ der Horizontaluhr auch so gefunden werden. Auf der Mittagslinie des Horizonts nehme man FP = FC, und den Winkel FPβ = FC*b*; so laufen Pβ und C*b* in β zusammen: mithin ist Aβ die Stundenlinie der Horizontaluhr, die mit dem Stundenwinkel FC*b* der Aequinoctialuhr zusammen gehört.

Die 2. Aufgabe.

14. Eine Horizontaluhr zu zeichnen, wenn die Polhöhe gegeben ist.

Aufl. Man ziehe die Mittagslinie FL, und 244
schneide sie in F mit einer andern graden Linie DG Fig.
senkrecht: so kann man DG für die Grundlinie der Uhr annehmen. An FL zeichne man den Winkel LFC, und mache ihn der Aequatorshöhe gleich, als der Ergänzung der Polhöhe zu 90°. Man nehme ferner FC von willkührlicher Grösse, und zeichne an C einen rechten Winkel FCH, so wird CH verlängert die Mittagslinie FL in A schneiden, und dieser Punct A ist der Mittelpunct der Horizontaluhr, wenn FC für den Halbmesser der Aequinoctialuhr und die Grundlinie DG für diejenige angenommen wird, worin die Ebenen beyder Uhren einander unter dem Winkel AFC schneiden. Ferner nehme man auf der Mittagslinie FP = FC, beschreibe aus P mit dem Halbmesser PF einen Kreis, theile ihn bey *a*, *b*, *c*, *e*, *f*, *g*, u. s. f. so ein, als wenn man aus dem Mittelpunct P eine Aequinoctialuhr zu zeichnen hätte, und verlängere die Theilungslinien P*a*, P*b*, P*c*, P*e*, P*f*, P*g*,

Pg, u. s. f. bis an die Grundlinie DG in α, β, γ, ε, ζ, η, u. s. w. Nun ziehe man aus A die Stundenlinien der Horizontaluhr in die eben gefundenen Theilungspuncte der Grundlinie DG.

Die Uhr wird horizontal und so gestellt, daß FL mit der Mittagslinie zusammenfalle, und A gegen Süden, F gegen Norden liege. Die Vormittagsstunden werden, wie die Figur zeigt, an der Westseite, die Nachmittagsstunden an der Ostseite den Stundenlinien beygefügt. Die 6ste Stundenlinie läuft mit der Grundlinie DG parallel. Weil übrigens nach 12 Stunden die Sonne auf der andern Seite der Weltaxe in die Ebene desselben Stundenkreises wieder kommt; so genügt es, die Stundenlinien für die 12 Tagesstunden von 6 Uhr früh bis 6 Uhr Abends zu suchen: die übrigen werden gefunden, wenn man jene durch den Mittelpunct der Uhr nach der andern Seite hin verlängert. Der Zeiger muß in dem Punct A so aufgesetzt werden, daß er mit AF in einer Ebene liegt, welche die Ebene der Uhr senkrecht schneidet, und er muß sich gegen AF unter einem Winkel neigen, welcher der Polhöhe gleich ist.

Beweis. Die Richtigkeit der Auflösung folgt ganz leicht aus dem 13. §.

Der 1. Zusatz.

243 Fig. 15. Ueber FG in der 243 Figur stehe die verticale Ebene FMNG, und FM sey ihre Durchschnittslinie mit der Ebene AFM des Meridians, worin der Weiser liegt. Wenn derselbe in B mit FM zusammen stößt, so ist BF die Mittagslinie der verticalen Mittagsuhr, B ihr Mittelpunct, und Bβ eine Stundenlinie dieser Mittagsuhr, welche mit dem Stun-

denwin-

denwinkel FC*b* der Aequinoctialuhr zusammen gehört. Wenn also FQ = FC genommen, und der Winkel FQβ = FC*b* genommen wird, so hat man β durch Zeichnung auf der Ebene der verticalen Mittagsuhr gefunden, und kann die Stundenlinie Bβ ziehen.

Der 2. Zusatz.

16. Weil das rechtwinklichte Dreyeck BCF für die verticale Mittagsuhr eben das ist, was ACF für die Horizontaluhr war; so kann man die verticale Mittagsuhr nach eben den Regeln wie die Horizontaluhr zeichnen. Nur muß der Winkel AFC in der 244 Figur für die verticale Mittagsuhr der Polhöhe selbst gleich gemacht werden, damit FAC ihrer Ergänzung zu 90° gleich sey. Denn es ist in der 243 Figur FBC = 90° − FAC = 90° − alt. poli, und was hier FBC ist, das muß in der 244 Fig. FAC seyn, wenn es die verticale Mittagsuhr werden soll. 243 Fig. 244 Fig.

Der 3. Zusatz.

17. Die Südseite der Verticalfläche FMNG kann die Sonne nicht früher als 6 Uhr Vormittage, und nicht später als 6 Uhr Abends bescheinen: daher bringt man frühere Vormittags- und spätere Nachmittagsstunden an der Nordseite an unter dem Nahmen der verticalen Mitternachtsuhr. Der Seiten BD muß alsdenn oberhalb B gegen die Fläche der Uhr unter dem Winkel EBD geneigt und dieser Winkel der Ergänzung der Polhöhe gleich seyn. 243 Fig.

Der 4. Zusatz.

18. Wenn die Polhöhe = 90° ist, so wird im Dreyeck ACF (244 Fig.) der Winkel AFC = 0, der Punct C fällt mit A, also auch P mit A zusammen, und die Eintheilung der Horizontaluhr kommt 244 Fig.

mit der Eintheilung der Aequinoctialuhr überein, wie der Natur der Sache gemäß ist: denn unter dem Pol selbst ist der Horizont mit dem Aequator parallel. Wenn dagegen die Polhöhe = o also AFC = 90° ist; so würde FC mit FG zusammen fallen, und CH mit FA parallel werden. Unter dem Aequator ist die Polhöhe = o, und der Horizont mit der Weltaxe parallel: demnach muß auch der Weiser mit der Ebene der Uhr parallel seyn, und die Uhr kann keinen Mittelpunct haben, worin die Stundenlinien zusammenlaufen.

Die 3. Aufgabe.

245 Fig. 19. In dem besondern Fall, wenn die Polhöhe = o ist, die Horizontaluhr zu zeichnen.

a. Aufl. Die Ebene der Aequinoctialuhr HFI steht nun über der Grundlinie DG auf dem Horizont GHKD senkrecht, der Weiser AB ist mit der Mittagslinie FL im Horizont parallel, und der Punct A (243 Fig.) worin sonst CA mit der Mittagslinie FL zusammenläuft, ist von F unendlich weit weggerückt. Weil nun im Horizont die Stundenlinien aus α, β, γ, ε, ζ, η, u. s. w. nach A laufen müssen, so daß A ihren Vereinigungspunct abgäbe: so erhellet, daß in dem jetzigen besondern Falle diese Stundenlinien aus α, β, γ, ε, ζ, η, mit FL parallel gezogen werden müssen. Um also die Puncte α, β, γ, ε, ζ, η, in der Grundlinie DG der Horizontaluhr zu finden, nimmt man auf der Mittagslinie FP dem Halbmesser FC der Aequinoctialuhr gleich, und verfährt wie es im 14 §. der dortigen Auflösung gemäß ist. Den Weiser OC befestiget man hiernächst in einer über der Mittagslinie lothrechten Ebene so in paralleler Lage mit dem Horizont, daß seine Entfer-

nung von der Ebene der Uhr FC = EO = FP so groß wird, als man den Halbmesser der Aequinoctialuhr angenommen hat.

Der 1. Zusatz.

20. Man kann diese Uhr, die eigentlich nur unter dem Aequator als Horizontaluhr dient, unter jeder Polhöhe brauchen, wenn man sie so stellt, daß die Ebene der Uhr so wie der damit parallele Weiser mit der Weltaxe parallel, und zugleich auf der Mittagsfläche senkrecht ist. Zu dem Ende ziehe man BK im Horizont auf der Mittagslinie senkrecht, lege an BK die Ebene BKND der Uhr, und neige sie (bey uns in Europa) nach Norden hin gegen den Horizont unter einem Winkel MKN, welcher der Polhöhe gleich ist. Die so geneigte Uhr heißt nun eine Polaruhr, und sie ist unter dem Aequator beydes zugleich Horizontaluhr und Polaruhr. 245 Fig. b.

Der 2. Zusatz.

21. Unter dem Aequator bescheint die Sonne nie die untere Seite der Polaruhr; die obere Seite wird an jedem Orte von 6 Uhr früh, bis 6 Uhr Abends beschienen. An Orten, die weiter gegen den Pol zu liegen, bescheint die Sonne auch im Sommer die untere Seite der Uhr, und man kann leicht noch einige Frühstunden und Abendstunden darauf bringen. Die Uhr muß alsdenn an der untern Seite einen besondern Weiser haben.

Der 3. Zusatz.

22. Der Voraussetzung gemäß muß die Mittagslinie EF der Polaruhr in der Mittagsfläche liegen, und gegen den Horizont unter einem Winkel geneigt seyn, welcher der Polhöhe gleich ist. Bey unverrückter Lage der Linie EF drehe man die Ebene BKND um EF als eine Axe von Abend gegen Morgen so 245 Fig. b.

lange bis BKND mit der Ebene des Meridians zusammen fällt; so kommt nun BK in die Lage wie es die 245 Figur Litt. c. vorstellt. Ziehet man KL horizontal, so ist ELK die Polhöhe, EKL die Aequatorshöhe. Die Aequinoctialuhr HFI hat immer noch ihre rechte Lage behalten: nur wird der Schatten des Weisers CO um 12 Uhr Mittags die Stundenlinie CI bedecken, und gar nicht auf die Ebene BKND fallen. Um 6 Uhr früh fällt der Schatten auf CF: also gehört die Linie FE lothrecht unter dem Weiser mit 6 Uhr frühe zusammen, und die folgenden nach G zu mit den Vormittagsstunden wie sie gegen Mittag zu aufeinander folgen. Die Stundenlinien an der andern Seite von EF gehören mit 5 Uhr und 4 Uhr frühe zusammen, und überhaupt fällt in dieser Lage der Ebene BKND der Schatten des Weisers auf jede Stundenlinie um 6 Stunden früher, als in der Lage, welche diese Ebene als Polaruhr haben muß. Demnach ist auf diese Art die Polaruhr in eine **Morgenuhr** verwandelt worden.

245 Fig. c.

Der 4. Zusatz.

245 Fig. b. 23. Wenn die Polaruhr BKND um EF als eine Axe von Osten gegen Westen zu so lange gedrehet wird, bis die Ebene der Uhr mit der Ebene des Meridians zusammen fällt; so verwandelt sie sich in die verticale **Abenduhr**. Auf jede Stundenlinie fällt nun der Schatten 6 Stunden später, als in der Lage, welche die Ebene der Uhr als Polaruhr haben muß: demnach fügt man dieser Regel gemäß den Stundenlinien nur andre Zahlen bey.

Anmerkung.

24. Wenn es hier nicht zu weitläuftig wäre, so liesse sich aus dem bisherigen leicht herleiten, wie auf jeder Ebene, deren Lage gegen den Horizont und Meridian gegeben

geben ist, eine Sonnenuhr verzeichnet werden könne. Man findet Regeln solches zu bewerkstelligen, bey den practischen Schriftstellern und unter andern mehr künstlichen als nützlichen Dingen auch Anweisungen dazu, wie der Schatten die Zeichen des Thierkreises zeigen könne, worin sich jedesmahl die Sonne befindet. Wer sich bishieher die Theorie gründlich bekannt gemacht hat, und vielleicht eine nähere Veranlassung erhält, dergleichen zu brauchen, der wird sich selbst besser helfen, als ihn die blos practischen Schriftsteller gewöhnlich leiten, welche die Regeln ohne Beweis vortragen. M. s. unter andern Bions Mathematische Werkschule im 8. Buch. 289. S. der Uebers.

Anfangsgründe der Chronologie.

Die 1. Erklärung.

1. Die Chronologie lehrt, wie die im bürgerlichen Leben eingeführten Eintheilungen der Zeit, vornemlich die bürgerlichen Jahre und Monathe mit den astronomischen in eine richtige Vergleichung gebracht werden können.

Die 2. Erklärung.

2. Die Astronomen rechnen den Anfang des Tages vom Mittage an und zählen 24 astronomische Stunden in einem fort, bis zum Augenblick, da der nächstfolgende Mittag eintritt. Dagegen fängt der bürgerliche Tag 12 Stunden früher um Mitter-

nacht an, man zählt wie bekannt ist, bis Mittag 12 Stunden, und vom Mittage bis zur nächsten Mitternacht abermahl 12 Stunden. Die alten Babylonischen Stunden zählt man vom Aufgange, die Italiänischen aber vom Untergange der Sonne bis auf die 24ste fort. Eine Jüdische oder Planetenstunde ist der 12te Theil der Zeit vom Aufgange der Sonne bis zum Untergange. Diese Zeit, so lange die Sonne über dem Horizont bleibt, heißt auch der natürliche Tag, und wird von der natürlichen Nacht, so lange die Sonne unter dem Horizont ist, unterschieden, die alsdenn ebenfalls in 12 Planetenstunden eingetheilt wird. Die bey uns gewöhnliche Eintheilung einer Stunde in 60 Minuten, einer Minute in 60 Secunden, u. s. f. ist bekannt. Die Juden haben von den alten Chaldäern eine Eintheilung der Stunden in 1080 Helakim angenommen, so daß 18 Helakim eine Minute machen.

Die 5. Erklärung.

3. Der Anfang einer fortlaufenden Reihe von Jahren, heißt die Jahrrechnungsgränze, Epoche; eine immer wieder von vorne anfangende Reihe von Jahren nennt man einen Cykel und mehr solche Cykel, wenn sie zusammen genommen als ein chronologisches Ganzes betrachtet werden, machen eine Periode aus. Beym fortzählen mehrerer Jahre, Monathe, Wochen, Tage, Stunden, u. s. f. braucht man das Wort laufende Zeit, wenn sie noch nicht völlig verflossen sind.

Der 1. Zusatz.

4. Bey der Christlichen Jahrrechnung ist das Jahr der Geburt Christi die Epoche. Wenn nun ein gewisser Zeitpunct, etwa der Augenblick des Som-

mer-

mer-Sonnenstillstandes auf die Art angegeben wird, derselbe sey erfolget im Jahr 1781 am 21 Junius um 4 Uhr 34 Min. 57 Sec. Morgends; so ist das laufende Jahr, der laufende Monath, und der laufende Tag gemeint, die Stunden, Minuten und Secunden aber sind für diesen Augenblick schon verflossene Zeit.

Der 2. Zusatz.

5. Wenn für einen gewissen Augenblick die bürgerliche Zeit angegeben wird, so kommt sie in den 12 Nachmittagsstunden mit der astronomischen überein; nur daß man, wofern die astronomische Zeit gemeint ist, den Mittag für den Anfang des Tages annehmen muß. Wofern es aber Vormittagsstunden sind, so muß man 12 Stunden dazu addiren, und die Anzahl der Tage dagegen um Eins vermindern, um eben den Zeitpunct astronomisch anzugeben. Trat der Sommer-Sonnenstillstand am 21sten Junius um 4 Uhr 34 Min. 57 Sec. Morgens nach bürgerlicher Zeit ein; so war das am 20 Junius um 16 Uhr 34 Min. 57 Sec. nach astronomischer Zeit.

Die 4. Erklärung.

6. Das gemeine Julianische 45 Jahr vor Christi Geburt eingeführte Jahr (209. §. Astron.) hat 365 das Schaltjahr 366 Tage. Der Schalttag (bisextus) fällt in jedem vierten Jahr auf den nächsten Tag nach dem 23sten Februar. Jedes Jahr hat 12 bürgerliche Sonnenmonathe, deren Nahmen vom Januar bis zum December allgemein bekannt sind. Der Februar hat im gemeinen Jahr 28 im Schaltjahr 29 Tage. Vier andre Monate, nemlich April, Junius, September, November, haben 30 Tage, die übrigen sieben aber 31 Tage.

Der 1. Zusatz.

7. Das vierte Jahr der Christlichen Aere oder Jahrrechnung ist ein Schaltjahr. Wenn also die Jahrzahl mit 4 dividirt aufgeht, so ist das laufende Jahr ein Schaltjahr: sonst zeigt der Rest an, das wievielte es nach dem letzten Schaltjahr sey.

Der 2. Zusatz.

8. Weil jede Woche aus 7 Tagen bestehet, so kommen auf jedes Jahr 52 Wochen und 1 Tag im gemeinen Jahr, zwey Tage im Schaltjahr. Daher kommt es, daß sich das gemeine Jahr mit eben dem Wochentage endiget, womit es anfängt, das Schaltjahr aber mit dem nächstfolgenden. Jedes nach einem gemeinen folgende Jahr fängt also mit dem Wochentage an, welcher auf dem folgt, womit das nächstvorhergehende anfing; und wenn keine Schaltjahre wären, so würde nach einem Cykel von 7 Jahren das Jahr wieder mit einerley Wochentage anfangen. Allein nach jedem Schaltjahre fängt das nächste gemeine Jahr mit dem zweyten nach demjenigen Wochentage an, womit das Schaltjahr anfieng: dieserwegen kam allererst nach 7 Schaltjahren, also nach einem Cykel von 28 Jahren, dieselbe Ordnung der Wochentage für den Anfang des Jahres von neuen anfangen.

Die 5. Erklärung.

9. Man bezeichne die ersten sieben Tage des Jahres mit den ersten 7 Buchstaben von A bis G, und wiederhohle es durchs ganze Jahr für jede folgende 7 Tage; so wird während eines ganzen gemeinen Julianischen Jahres mit einerley Wochentage auch einerley Buchstab zusammen gehören. Einer davon wird also mit dem Sonntage zusammen gehören,

und

und man nennt ihn daher den Sonntagsbuchstaben.

Der 1. Zusatz.

10. In jedem gemeinen Jahre erhält jeder Monathstag seinen eigenen Buchstaben. Der 1ste, 8te, 15te, 22ste und 29ste Januar erhält A; der 1ste, 8te, 15te, 22ste Februar erhält D. Der 29ste würde wieder D erhalten, allein das ist im gemeinen Jahre schon der 1ste März: also fangen Februar, und März beyde mit D an. Im Schaltjahr würde der März mit E anfangen, wenn der 29ste Februar D erhielte: um das zu vermeiden bezeichnet man im Schaltjahr den 24sten Februar als den Schalttag mit E wie den 23sten, und rechnet beyde Tage gleichsam für einen Tag. Dadurch bringt man zuwege, daß auch in den folgenden Monathen jeder Monathstag seinen eigenen Buchstaben behält. Es sind durchs ganze Jahr folgende für den 1sten des Monaths

A	Januar	G	Julius
D	Februar	C	August
D	März	F	September
G	April	A	October
B	May	D	November
E	Junius	F	December.

Der 2. Zusatz.

11. Weil im nächstfolgenden Jahre der erste Monathstag nicht mehr derselbe Wochentag, sondern nach Ablauf eines gemeinen Jahres der nächstfolgende ist; (7. §.) so hat nun dieser Wochentag nicht mehr denselben Buchstaben, wie im vorigen Jahre, sondern der Buchstab ist auf den nächstfolgenden Wochentag gerückt. Hatte der Sonntag im vorigen

Jahr

Jahr A, so hat im folgenden der Montag A, also der Sonntag G. Auf jeden Wochentag fällt also nun ein Buchstab welcher dem vorangeht, welcher im vorigen Jahre auf denselben Wochentag fiel. Diesemnach hat jedes folgende Jahr einen Buchstaben als Sonntagsbuchstab, welcher in der Ordnung des Alphabeths dem Sonntagsbuchstaben des verflossenen Jahres vorangeht.

Der 3. Zusatz.

12. Im Schaltjahr behält jeder Wochentag seinen Buchstaben nur bis zum 23sten Februar. Der 24ste sollte F haben, und man giebt ihm E, also einen Buchstaben, der um eine Stelle im Alphabeth weiter rückwärts liegt. Dies erstreckt sich eben so auf alle Wochentage nach dem 23sten Februar; mithin auch auf den Sonntag: also hat das Schaltjahr zwey Sonntagsbuchstaben, wovon einer bis zum 23sten Februar gilt, der andre, welcher im Alphabeth jenem vorangehet, nach dem 23sten Februar.

Die 6. Erklärung.

13. Der Somtagsbuchstabencirkel, oder wie man ihn nicht sehr richtig nennt, der Sonnencirkel, ein Zeitlauf vom 28 Jahren, nach welchem einerley Folge der Sonntagsbuchstaben von neuen anfängt. Der Abt Dionysius Exiguus, der Urheber unsrer jetzigen Jahrrechnung von Christi Geburt, welcher im Anfange des 6sten Jahrhunderts lebte, setzt den Anfang des Sonnencirkels 9 Jahr vor Christi Geburt so, daß das erste Jahr der Christlichen Jahrrechnung das 10te im Sonnencirkel ist, und B zum Sonntagsbuchstaben hat.

Der 1. Zusatz.

14. Nach diesen Angaben erhält man die nachstehende

Sonntagsbuchstabentafel für die Julianische Jahrform

1	GF	8	E	15	CD	22	A
2	E	9	DC	16	B	23	G
3	D	10	B	17	AG	24	F
4	C	11	A	18	F	25	ED
5	BA	12	G	19	E	26	C
6	G	13	FE	20	D	27	B
7	F	14	D	21	CB	28	A

Der 2. Zusatz.

15. Wenn man 9 zur Jahrzahl addirt, und die Summe mit 28 dividirt, so zeigt der Quotient, wieviele Sonnencirkel seit dem 9ten Jahr vor Christi Geburt verflossen sind, und der Rest giebt an, wieviele Jahre im laufenden Sonnencirkel bis zum gegenwärtigen verflossen sind. Eben diese zuletzt erwehnte Zahl heißt gemeiniglich Kürze halber der Sonnencirkel, und wenn man in der Tabelle des 14. §. nachsiehet, so steht der Sonntagsbuchstabe dabey.

Die 7. Erklärung.

16. Die Gregorianische Jahrrechnung, welche der Pabst Gregorius XIII seit dem Jahr 1582 eingeführt hat, unterscheidet sich darin von der Julianischen, daß wegen des Ueberschusses eines Julianischen Jahres über das wahre tropische Sonnenjahr alle vierhundert Jahre drey Tage weniger gerechnet werden, als nach der Julianischen Jahrform geschehen müste.

Der 1. Zusatz.

17. Man subtrahire

vom Jul. Jahr 365 T. 5 St. 59 Min. 60 Sec.
das Trop. ⊙ Jahr 365 T. 5 St. 48 Min. 45½ Sec.

so ist der Rest 11 Min. 14½ Sec.

Man multiplicire mit 400 so findet man 4496 Min. 40 Sec. oder 3 Tage 2 St. 56 Min. 40 Sec. und daraus ergiebt sich, daß die Gregorianische Jahrrechnung alle 400 Jahre nur um 2 St. 56 Min. 40 Sec. zuviel fehle, da statt dessen die Julianische Jahrrechnung um 3 Tage 2 St. 56 Min. 40 Sec. zuviel fehlt.

Der 2. Zusatz.

18. Seit der Nicänischen Kirchenversammlung im Jahr 325 waren 1257 Jahre bis 1582 verflossen. Man multiplicire 11 Min. 14½ Sec. mit 1257, so findet man 9 T. 19 St. 30 Min. 46½ Sec. also endigte sich das Julianische Jahr 1582 beynahe schon um 10 Tage später, als sich das wahre tropische Jahr endigte, und der Erfolg war, daß die Nachtgleichen und Sonnenstände schon 10 Tage rückwärts gerückt waren.

Der 3. Zusatz.

19. Hieraus ergiebt sich der Grund, weswegen im Jahr 1582 statt des 5 Octobers der 15te geschrieben ward: man zählte solchergestalt in diesem Jahre 10 Tage weniger, und brachte dadurch zuwege, daß dieses 1582 Jahr an eben dem Monathstage sich wieder mit dem tropischen Jahre zugleich endigte, an welchem sich das Jahr 325 geendiget hatte. Die Frühlingsnachtgleiche, welche vom 21 bis zum 11 März zurück gerückt war, fiel nun wieder auf den 21sten März. Um eben den Fehler für

die

die Zukunft zu verhüten, ward festgesetzt, daß jedes hundertste Jahr, welches nach dem Julianischen Calender ein Schaltjahr seyn würde, dreymahl hinter einander ein gemeines Jahr, das viertemahl aber ein Schaltjahr seyn sollte. Das Jahr 1600 blieb ein Schaltjahr, aber 1700 ward ein gemeines Jahr. Eben so werden die Jahre 1800 und 1900 gemeine Jahre, das Jahr 2000 aber ein Schaltjahr seyn.

Der 4. Zusatz.

20. Im Jahr 1582 war der Sonnencirkel 23 der Sonntagsbuchstab G. (14. §.) Der erste October hat, so wie der 8te und der 15te allemahl A zum Wochentagsbuchstaben, und der 5te E: das war also diesmahl ein Freytag. Weil nun aus dem 5ten der 15te ward, und der 15te den Wochentagsbuchstaben A behalten muste, so ward C der Sonntagsbuchstabe, und man erhielte die folgende

Gregorianische Sonntagsbuchstabentafel vom Jahr 1582 bis 1700.

1	CB	8	A	15	F	22	D
2	A	9	GF	16	E	23	C
3	G	10	E	17	DC	24	B
4	F	11	D	18	B	25	AG
5	ED	12	C	19	A	26	F
6	C	13	BA	20	G	27	E
7	B	14	G	21	FE	28	D

Der 5. Zusatz:

21. Das Jahr 1699 hat den Sonntagsbuchstaben D gehabt, das Jahr 1700 erhält C, und behält diesen Buchstaben bis ans Ende. Eben dies Jahr ist das erste, womit der 428ste Sonnencirkel, und zugleich eine Folge der Sonntagsbuchstaben anfängt, wie die folgende Tafel zeiget:

Gre-

Gregorianische Sonntagsbuchstabertafel vom Jahr 1700 bis 1800.

1	DC	8	B	15	G	22	E
2	B	9	AG	16	F	23	D
3	A	10	F	17	ED	24	C
4	G	11	E	18	C	25	BA
5	FE	12	D	19	B	26	G
6	D	13	CB	20	A	27	F
7	C	14	A	21	GF	28	E

Der 6. Zusatz.

22. Was für ein Wochentag ein gegebener Monathstag in einem gegebenen Jahr sey, findet man aus dem Sonntagsbuchstaben, wenn er mit dem Wochentagsbuchstaben für den 1sten desselben Monaths verglichen wird. Die Frage sey: was für ein Wochentag ist der 17 May des Gregorianischen Calenders im Jahr 1782? Der Sonntagsbuchstab ist F und der 1ste, 8te, 15te May hat B, der 17te D, als ists ein Freytag.

Die 8. Erklärung.

23. Ein Mondjahr ist eine Zeit von 12 synodischen Monden-Monathen. Weil man im bürgerlichen Leben nur ganze Tage zählen kann, und der synodische Monath 29 Tage 12¾ Stunden beträgt; so rechnet man auf einen bürgerlichen Monath wechselsweise 30 und 29 Tage. Alsdenn kommen auf das bürgerliche Mondjahr 180 + 174 = 354 Tage, und das gemeine julianische Jahr von 365 Tagen übertrift das Mondjahr um 11 Tage.

Der 1. Zusatz.

24. Man multiplicire den synodischen Monath

von 29 T. 12 St. 44 Min. 3 Sec.

mit 12, so ist das

Product 354 T. 8 St. 48 Min. 36 Sec.

die eigentliche Länge des Mondjahrs. Der

Der 2. Zusatz.

25. Man subtrahire vom

Julian. Sonnenjahr	365	T.	5	St.	59	M.	60 S.
das Mondjahr	354	T.	8	St.	48	M.	36 S.
so ist der Ueberschuß	10	T.	21	St.	11	M.	24 S.

Wenn dieser Ueberschuß grade 11 Tage ausmachte, so würden die Neu- und Vollmonde in jedem folgenden Jahre 11 Tage früher als im vorhergehenden fallen.

Die 9. Erklärung.

26. Der **Mondcirkel** ist die Reihe der Jahre, nach deren Verlauf die Neu- und Vollmonde wieder an eben den Tagen des Jahres eintreten. Die Zahl welche angiebt, wieviele Jahre des laufenden Mondcirkels bis aufs gegenwärtige verflossen sind, nennt man die **güldene Zahl**: die damit zusammengehörige **Mondepacte** aber ist eigentlich der Unterscheid so vieler Sonnenjahre, als die güldene Zahl anzeigt, von eben sovielen Mondjahren.

Zusatz.

27. Man nehme den Ueberschuß von 11 Tagen, um welchen das gemeine julianische Jahr von 365 Tagen das bürgerliche Mondjahr von 354 Tagen übertrift, für die jährliche **Mondepacte** an; so beträgt das in 19 Jahren 209 Tage, oder 7 bürgerliche Monathe von $29\frac{1}{2}$ Tagen und ausserdem noch $2\frac{1}{2}$ Tage. Die wahre jährliche Epacte ist aber beynahe 3 Stunden kürzer als 11 Tage, (25. §.) und das beträgt in 19 Jahren 57 Stunden, oder 2 Tage 9 Stunden, beynahe ebenfalls $2\frac{1}{2}$ Tage. Demnach macht die 19jährige Epacte wirklich nur 7 Monathe, bis auf einen kleinen Unterscheid, der wie die genauere Rechnung ergiebt, noch nicht völlig $1\frac{1}{2}$

Stunden beträgt. Wenn also im ersten Jahr des Cykels am 1sten Januar Neumond war, so fängt mit dem ersten Tage des 20sten Julianischen Jahres zugleich ein neuer Monath an, und der Neumond fällt wieder auf den 1sten Januar des 20sten Jahres. Dieser Rechnung gemäß macht eine Zeitfolge von 19 Jahren einen Mondcirkel aus.

Die 10. Erklärung.

28. Wenn der Cykel mit dem 1sten Januar anfängt, so sind am 1sten Januar im 2ten Jahr des Cykels 11 Tage seit dem letzten Neumond verflossen, am 1 Januar des 3ten Jahres 22 Tage, am 1 Januar des 4ten Jahres 33 Tage, welche 1 bürgerlichen Monath von 30 Tagen und überdem 3 Tage ausmachen. Weil nun am 30sten Tage auch ein Neumond war; so sind am 1sten Januar des 4ten Jahres 3 Tage seit dem letzten Neumond verflossen. Man summire für jedes folgende Jahr die 11 Epactentage zu den vorigen, und bemerke so oft die Summe einen Monath ausmacht, nur die überschüßigen Tage. Diese Zahl dieser Tage nenne man die **Epacte des Jahrs**, so zeigt diese jedesmahl wieviele Tage beym Anfang des Jahres am 1sten Januar seit dem letzten Neumond verflossen sind.

Der 1. Zusatz.

29. Weil sonst auf einen bürgerlichen Monath wechselsweise 30 und 29 Tage gerechnet werden müssen, so scheint es, daß solches auch beym Aufzählen der Epacten erforderlich sey: allein dabey würde man am Ende des 19jährigen Cykels um $2\frac{1}{2}$ Tage gefehlt haben. (27. §.) Demnach muß man die Epacten eigentlich so aufzählen.

güld. Zahl	Epacten Tage zusammengezählt			Jahr-Epacte
1	11 T — 3 St			XI
2	22 T — 6 St			XXII
3	33 T — 9 St =	30 T — 9 St +	3 T	III
4	44 T — 12 St =	30 T — 12 St +	14 T	XIV
5	55 T — 15 St =	30 T — 15 St +	25 T	XXV
6	66 T — 18 St =	60 T — 18 St +	6 T	VI
7	77 T — 21 St =	60 T — 21 St +	17 T	XVII
8	88 T — 24 St =	60 T — 24 St +	28 T	XXVIII
9	99 T — 27 St =	90 T — 27 St +	9 T	IX
10	110 T — 30 St =	90 T — 30 St +	20 T	XX
11	121 T — 33 St =	120 T — 33 St +	1 T	I
12	132 T — 36 St =	120 T — 36 St +	12 T	XII
13	143 T — 39 St =	120 T — 39 St +	23 T	XXIII
14	154 T — 42 St =	150 T — 42 St +	4 T	IV
15	165 T — 45 St =	150 T — 45 St +	15 T	XV
16	176 T — 48 St =	150 T — 48 St +	26 T	XXVI
17	187 T — 51 St =	180 T — 51 St +	7 T	VII
18	198 T — 54 St =	180 T — 54 St +	18 T	XVIII
19	209 T — 57 St =	180 T — 57 St +	29 T	XXIX

Im dritten Jahr läßt man 30 T. — 9 St. weg, weil das bis auf 3 St. ein bürgerlicher Monath ist. Eben so rechnet man im 6sten Jahr 60 T — 18 St. für 2 Monathe, im 9ten Jahr 90 T — 27 St. für 3 Monathe, u. s. f. Im 17ten Jahr rechnet man 180 T — 51 St. = 177 T. 21 St. für 6 bürgerliche Monathe, welche doch nur 177 Tage ausmachen: also hat man beynahe einen Tag zuviel für diese 6 Monathe gerechnet. Der Fehler wird aber dadurch grösstentheils gehoben, daß man im 19ten Jahr 180 T — 57 St. + 29 T. =

206 T. 15 St. für 7 bürgerliche Monathe rechnet, die $7 \times 29\frac{1}{2} = 206\frac{1}{2}$ Tage ausmachen.

Der 2. Zusatz.

30. Diese Rechnung rechtfertiget das Verfahren der chronologischen Schriftsteller, wenn sie beym Aufzählen der Epactentage des 19jährigen Mondcirkels jedesmahl 30 Tage als einen bürgerlichen Monath weglassen, und nur die überschüßigen Tage zählen, für den siebenten hier so genannten Schaltmonath aber die letzten 29 Tage rechnen. Mit diesen Schaltmonathen hat es folgende Bewandniß. Ein julianisches Jahr hat gewöhnlich 12 Neumonde, oder 12 Vollmonde: aber im 3ten Jahre vom 1sten Neu- oder Vollmond angerechnet sind 13 Neu- oder Vollmonde gewesen: also nimmt man das 3te Jahr von 13 Monathen = 384 Tagen an, und der 13te Monath von 30 Tagen ist der Schaltmonath. Das 6ste, 9te, 11te, 14te, 17te und 19te werden eben solche Schaltjahre von 13 Monathen, jedoch das letzte nur von 383 Tagen.

Der 3. Zusatz.

31. Es ist gleichgültig, ob man den Cykel mit einem solchen Jahr anfangen will, das am 1sten Januar einen Neumond hat, oder ob der erste Neumond im ersten Jahr des Cykels auf einen andern Tag fällt. Man kann auch den Cykel mit einem solchen Tage im Jahr anfangen, an welchem ein Vollmond einfällt. Gesetzt der Cykel hat sich im 19ten Jahr geendiget, als am 16 April ein Vollmond einfiel, so muß nach Verlauf eines bürgerlichen Mondjahres von 354 Tagen, also im 1sten Jahr des Cykels am 5 April wieder Vollmond seyn.

Im

Im 2ten Jahr tritt der Vollmond 11 Tage früher als am 5 April, also am 25sten März ein, und im 3ten Jahr aufs neue 11 Tage früher am 14ten März. Allein in diesem Jahre fallen vom 16ten April bis wieder zum 16ten April 13 Vollmonde. Man zählt also vom 14ten März 30 Tage vorwärts und der 13te Vollmond fällt auf den 13ten April. Rechnet man so fort, und giebt dem 6sten, 9ten, 11ten, 14ten 17ten Jahre 13 Vollmonde, auf den Schaltmonath 30 Tage gerechnet; so bleibt auch für das 19te Jahr ein Schaltmonath von 29 Tagen, und der Cykel schließt mit dem 16ten April, welches wieder ein Vollmondstag, und zugleich der erste Tag des folgenden Cykels wird.

Der 4. Zusatz.

32. Nach Dionysii Rechnung fängt der Mondcirkel 1 Jahr vor Christi Geburt an. Man addirt also 1 zur Jahrzahl und dividirt mit 19; so ist der Rest die güldene Zahl. Um daraus die Julianische Jahrepacte zu finden, multiplicire man diese güldene Zahl mit 11 und dividire mit 30; so ist der Rest die Epacte.

Julianische Epactentafel.

güld. Z.	Epacte	güld. Z.	Epacte	güld. Z.	Epacte
1	XI	7	XVII	13	XXIII
2	XXII	8	XXVIII	14	IV
3	III	9	IX	15	XV
4	XIV	10	XX	16	XXVI
5	XXV	11	I	17	VII
6	VI	12	XII	18	XVIII
				19	XXIX

Die gregorianische Epacte war vom Jahr 1582 bis 1700 um 10 Tage, und ist nun bis 1800 um 11 Tage kleiner, als die Julianische.

Die 10. Erklärung.

33. Unter Constantins des Grossen und der folgenden Kayser Regierung waren die Indictionen bey den Römern gerichtliche Vorladungen zur Abtragung gewisser Steuern, und diese haben einen chronologischen Cykel von 15 Jahren veranlasset, der 3 Jahr vor der Christlichen Jahrrechnung anfängt. Die Zahl welche angiebt wieviele Jahre in dem laufenden Cykel bis aufs gegenwärtige verflossen sind, nennt man kurz die Römer Zinßzahl.

Zusatz.

34. Man addire also 3 zur Jahrzahl und dividire mit 15, so ist der Rest die Römerzinßzahl.

Die 11. Erklärung.

35. Wenn der Sonnen- und Mondcirkel in einem gewissen Jahre zugleich anfangen, so müssen sie nach $28 \times 19 = 532$ Jahren sich zugleich endigen. Diese Periode sollte eigentlich vom Victorius, der sie zuerst gebraucht hat, ihren Nahmen erhalten. Sie heißt aber gewöhnlich die Dionysische, vom Dionysius Exiguus, der von dieser Periode weitern Gebrauch machte. Wenn alle 3 Cykel, der Sonnencirkel, Mondcirkel, und Indictionscirkel, in einem gewissen Jahre zugleich anfiengen, so würden sie nach $28 \times 19 \times 15$ oder 7980 Jahren sich zugleich endigen. Diese chronologische Periode nennt man die Julianische, weil

Julia-

Julianische Jahre dabey zum Grunde liegen, die mit dem 1 Januar anfangen. Joseph Scaliger hat ihren Gebrauch in der Chronologie eingeführt.

Der 1. Zusatz.

36. Im Jahr 1672 war die güldene Zahl 1, und der Sonnencirkel auch 1: also hat mit diesem Jahre eine Dionysische Periode angefangen. Um also die Jahrzahl der laufenden dionysischen Periode zu finden, subtrahire man 1671 von der Jahrzahl nach Christi Geburt. Für das Jahr 1781 ist sie 110. Aus dieser hat man hiernächst den Sonnencirkel, oder die güldene Zahl, wenn man mit 28 oder mit 19 dividirt.

Der 2. Zusatz.

37. Rechnet man rückwärts so lange fort, bis man auf ein Jahr kommt, wofür die Zahl 1 den Sonnencirkel, die güldne Zahl und die Römerzinßzahl angiebt; so kommt man bis auf das Jahr 4713 vor Christi Geburt. Hiemit würde also die Julianische Periode ihren Anfang genommen haben, wenn man sich von jeher dieser cyklischen Rechnung bedient hätte, und die Welt wirklich so alt wäre.

Der 3. Zusatz.

38. Um den Sonnencirkel, die güldene Zahl, und die Römerzinßzahl für ein gegebenes Jahr zu finden, addire man die Zahl 4713 zur Jahrzahl, so hat man eine Zahl, welche angiebt, was es für ein Jahr der Julianischen Periode sey. Diese dividirt man hiernächst mit 28, 19, 15, so zeigen die jedesmahligen Reste den Sonnencirkel, die güldene Zahl die Römerzinßzahl.

Die 1. Aufgabe.

39. Für ein gewisses Jahr hat man den Sonnencirkel, die güldene Zahl, und die Römerzinszahl: man soll finden, was es für ein Jahr der Julianischen Periode sey.

Aufl. Man multiplicire den Sonnencirkel mit 4845, die güldene Zahl mit 4200, die Römerzinszahl mit 6916, und addire die Producte. Diese gefundene Summe dividire man mit der Zahl 7980 als der Zahl der Jahre einer Julianischen Periode; so zeigt der Rest, wieviele Jahre in der laufenden Periode verflossen sind.

Beweis. Die Zahl, welche gesucht wird, muß mit 28 dividirt den Sonnencirkel, mit 19 dividirt die güldene Zahl, mit 15 dividirt die Indictionszahl zum Rest lassen. Wenn nun der Sonnencirkel = S, die güldene Zahl = L, die Indictionszahl = R gesetzt wird; so findet man der Auflösung gemäß die Zahl $4845 . S + 4200 . L + 6916 . R$, welche die verlangten Eigenschaften hat. Denn 4845 geht mit 19 und 15 auf, läßt aber mit 28 dividirt 1 zum Rest; 4200 geht mit 28 und 15 auf, und läßt mit 19 dividirt 1 zum Rest; 6916 geht mit 28 und 19 auf, läßt aber mit 15 dividirt 1 zum Rest. Man setze $4845 . S + 4200 . L + 6916 . R = 7980 . q + r$, so geht die Zahl $7980 . q$ mit 28, oder 19, oder 15 dividirt allemahl auf: also wird r mit diesen Zahlen nach der Ordnung dividirt die Reste S, L, R, übrig lassen.

Exempel. Im jetzigen Jahr 1781 ist der Sonnencirkel 26, die güldene Zahl 15, die Indiction 14, und man findet

4845

4845 . 26 = 125970
4200 . 15 = 63000
6916 . 14 = 96824

Summe 285794 | 35
7980)

Jahrzahl der Jul. Per. 6494
Man subtr. die Jahrzahl 1781

so bleibt Rest 4713, welches mit dem 37. §. überein kommt.

Zusatz.

40. Wenn der Sonnencirkel mit der güldenen Zahl gegeben ist; so findet man durch eine ähnliche Rechnung, was für ein laufendes Jahr der Dionysischen Periode damit zusammen gehöre. Man multiplicire den Sonnencirkel mit 57, die güldene Zahl mit 476, addire die Producte, und dividire die Summe mit 532; so ist der Rest das gesuchte Jahr der Dionysischen Periode. Denn 57 mit 28 dividirt läßt 1 zum Rest und geht mit 19 auf: 476 aber läßt mit 19 dividirt 1 zum Rest und geht mit 28 auf. Exempel für das Jahr 1781.

Man findet 26 × 57 = 1482
476 × 15 = 7140

Summe 8622 | 16
532)

Rest 110

Die 12. Erklärung.

41. Seit dem Ausgange aus Egypten hatten die Israeliten, und nachherigen Juden zweyerley Jahre, ein Kirchenjahr, und ein bürgerliches

Jahr. Das Kirchenjahr fieng mit dem ersten Neumond nach der Frühlingsnachtgleiche an, das bürgerliche Jahr aber nahm um die Zeit der Herbstnachtgleiche seinen Anfang.

Israelitisches Kirchengesetz die Passah- oder Osterfeyer betreffend.

42. Die Passahfeyer soll am 14ten Tage des ersten Monden Abends ihren Anfang nehmen. 2 B. Mos. XII. 6. 18.

Kirchengesetze der Christen die Feyer des Osterfestes betreffend.

43. I. Ostern soll nicht am 14 Tage des ersten Monden (Luna XIV) mit den Juden zugleich, sondern am nächsten Sonntage nach der Luna XIV gefeyert werden. Wenn die Luna XIV am Sonnabend fällt, soll Ostern am gleich darauf folgenden Sonntage gehalten werden: wenn aber die Luna XIV am Sonntage eintritt, so soll man Ostern am nächstfolgenden Sonntage, als am XXI Tage des Mondes feyern.

II. Der erste Monath des Kirchenjahres soll der seyn, dessen Luna XIV entweder am Frühlingsgleichtage selbst einfällt, oder doch die erste nach dem Gleichtage ist. Für den Gleichtag aber soll der 21ste März angenommen werden. Dieserwegen soll der Ostersonntag nicht vor dem 22sten März, auch nicht nach dem 25 April gefeyert werden.

Die 13. Erklärung.

44. Den 14ten Tag des ersten Monaths im Kirchenjahr nennt man am richtigsten die Ostergränze nicht Ostervollmond. Man zählt den Neu-

monds-

mondstag selbst als den ersten; also ist die Ostergränze der 14te Tag, wenn der Neumondstag selbst als der erste mitgezählt wird: der Vollmond fällt am 15ten Tage nach den Neumond.

Der 1. Zusatz.

45. Vor der Calender-Verbesserung im Jahr 1582 suchte man die Ostergränze mit Hülfe der güldenen Zahl, und der Julianischen Epacten: seit dem Jahr 1582 aber hat man da, wo der gregorianische Calender eingeführt war, die gregorianischen Epacten gebraucht. Im deutschen Reich hatten die Protestanten bis zum Jahr 1700 den Julianischen Calender beybehalten, in eben diesem Jahr aber zwar sonst den gregorianischen Calender angenommen, jedoch unter dem Nahmen des verbesserten Calenders mit der Einschränkung, daß der Ostervollmond nicht cyklisch, sondern astronomisch richtig nach Keplers Rudolphinischen Tafeln für den Mittagskreis von Uranienburg berechnet werden sollte. Seit dem Jahr 1777 ist jedoch nunmehr der gregorianische Calender auch in Absicht der Festrechnung unter dem Nahmen des allgemeinen Reichs-Calenders eingeführt worden.

Der 2. Zusatz.

46. Wenn man nach einigen ältern Bestimmungen den synodischen Monath von 29 T. 12 St. 44′ 3″ 11‴ annimmt, so wird das Mondenjahr 354 T. 8 St. 48′ 38″ 12‴, und man findet 19 Mondjahre + 7 Monathe = 6936 T. 16 St. 32′ 28″ 5‴. Ferner sind 19 Julianischen Jahre = 6939 T. 18 St. und der Ueberschuß ist 1 St.

27′ 31″ 55‴. Daraus wird in 312 Jahren ein Ueberschuß von einem ganzen Tage. Die im 31. §. berechnete Epactentafel ist also nur 312 Jahre brauchbar: nach Ablauf derselben muß jede Epacte um 1 vergrössert werden, damit sie die Neumonde um einen Tag früher angebe. Diese Verbesserung nennt man die Mondgleichung. So oft überdem am Ende eines Jahrhunderts ein Schalttag ausgelassen wird, muß die Epacte um 1 vermindert werden, damit sie die Neumonde um einen Tag später angebe, und diese Verbesserung hat den Nahmen der Sonnengleichung erhalten.

Der 3. Zusatz.

47. Wegen dieser nöthigen Verbesserungen bleibt der 19jährige Epactencykel gewöhnlich nur ein Jahrhundert brauchbar: indessen kann er auch zwey Jahrhunderte nach einander brauchbar bleiben, wenn etwa am Ende des ersten Jahrhunderts beyde Gleichungen zugleich ihre Anwendung finden müsten, da dann eine die andre aufhebt. In dem vierten Jahrhundert, dessen Schlußjahr ein Schaltjahr ist, fällt die Sonnengleichung weg. Wenn nun vielleicht in eben dem Jahrhundert auch die Mondgleichung nicht nöthig ist, so läuft der Cykel ebenfalls ununterbrochen ins folgende Jahrhundert fort.

Der 4. Zusatz.

48. Im Jahr 532, als die Einrichtung des Calenders, welche vom Dionysius herrührt, eingeführt ward, war die güldene Zahl 1, und die Ostergränze fiel auf den 5 April. Demnach kann man leicht für alle 19 Jahre des Mondcirkels der

An-

Anleitung im 30. §. gemäß die Julianischen Ostergränzen finden, welche in der nachstehenden Tafel enthalten sind.

güld. Z.	Ostergränze		güld. Z.	Ostergränze	
1	5 April	D	10	27 März	B
2	25 März	G	11	15 April	G
3	13 April	E	12	4 April	C
4	2 April	A	13	24 März	F
5	22 März	D	14	12 April	D
6	10 April	B	15	1 April	G
7	30 März	E	16	21 März	C
8	18 April	C	17	9 April	A
9	7 April	F	18	29 März	D
			19	17 April	B

Wenn man im 18ten Jahr vom 29 März 11 Tage abzieht, so kommt man auf den 18ten März, und 29 Tage zugezählt würde den 16 April für die Ostergränze des 19ten Jahres geben. Hievon aufs neue 11 Tage abgezogen giebt wieder den 5 April, als die Ostergränze des 1sten Jahres. Die Tafel aber so wie sie gewöhnlich mitgetheilt wird, giebt den 17ten April für die Ostergränze des 19 Jahres an, sie giebt also dem siebenten Schaltmonath ebenfalls 30 Tage: daher kommt auf das 1ste Jahr die Epacte XII, und man muß vom 17ten bis zum 5 April 12 Tage abziehen, damit die Ostergränze des ersten Jahres wieder auf den 5 April komme.

Der 5. Zusatz.

49. Wenn am 1sten Januar ein Neumond einfällt, so ist am 31sten Januar, am 1sten März, und am 31sten März wieder Neumond. Dieser

letztere

letztere ist zugleich der 1ste Neumond des Kirchenjahres, und die Luna XIV als die Ostergränze fällt auf den 13 April. Wenn also die Jahr-Epacte das Alter des Mondes für den 1sten Januar anzeigen soll, so muß sie im 3ten Jahr des Mondcirkels Null seyn, welches mit dem Zeichen * bemerkt wird: demnach erhält man folgende Tafel für die mit den Ostergränzen zusammengehörigen Epacten.

g.Z.	Epacte	Ostergränze		g.Z.	Epacte	Ostergränze	
1	VIII	5 April	D	10	XVII	27 März	B
2	XIX	25 März	G	11	XXVIII	15 April	G
3	*	13 April	E	12	IX	4 April	C
4	XI	2 April	A	13	XX	24 März	F
5	XXII	22 März	D	14	I	12 April	D
6	III	10 April	B	15	XII	1 April	G
7	XIV	30 März	E	16	XXIII	21 März	C
8	XXV	18 April	C	17	IV	9 April	A
9	VI	7 April	F	18	XV	29 März	D
				19	XXVI	17 April	B

Die 14. Erklärung.

50. Die Grundepacte der Ostergränzentafel nenne ich Kürze halber diejenige, welche mit der güldenen Zahl 3 zusammengehört.

Der 1. Zusatz.

51. Die im 48. §. berechnete Tafel war vom Jahr 500 bis zum Jahr 800 brauchbar: allein nun ward eine Mondgleichung nöthig, und die Epacten musten um 1 vergrössert werden, so wie auch die Ostergränzen um einen Tag zurück rückten. In den Jahren 1100 und 1400 trat derselbe Fall

wieder

wieder ein: also war von 1400 bis 1700 eine Vermehrung der Epacten mit 3 und eine Zurückweichung der Ostergränzen um eben soviele Tage nöthig. Während dieser 300 Jahre hätte also mit der güldenen Zahl 3 die Grundepacte III, und als Ostergränze der 10 April zusammen gehört, wenn nicht im Jahr 1582 wegen Auslassung der 10 Tage auch die Epacte sich um 10 Tage vermindert hätte. So ward aus III oder XXXIII die Grund-Epacte XXXIII — X = XXIII. Nun fiel auf den 8 Januar, den 6 Februar, und 8 März der Neumond, und der 21 März ward die dazu gehörige Ostergränze. Vom Jahr 500 bis 1700 waren nun 1200 Jahr verflossen, und die Mondgleichung wäre im Jahr 1700 wieder nöthig gewesen, wenn sie wirklich alle 300 J. einen ganzen Tag betrüge. Soviel beträgt sie aber nur in 312½ Jahren: also wäre sie allererst im Jahr 1750 erforderlich gewesen. Man hat aber bey der Calenderverbesserung festgesetzt, daß sie bis zum Jahr 1800 verschoben bleiben soll, weil auch die Sonnengleichung jedesmahl am Ende eines Jahrhunderts nöthig ist. Dieserwegen hat man im Jahr 1700 nur die Sonnengleichung angebracht und die Jahrepacte um 1 vermindert. Damahls ward also XXII die Grundepacte, und die damit zusammengehörige Ostergränze ward der 22 März. Im Jahr 1800 heben die Mond- und Sonnengleichung einander auf: daher erhält man folgende

Gregorianische Ostergränzentafel für die Jahre 1700 bis 1900.

g.Z.	Epacte	Ostergränze	g.Z.	Epacte	Ostergränze
1	*	13 April E	11	XX	24 März F
2	XI	2 April A	12	I	12 April D
3	XXII	22 März D	13	XII	1 April G
4	III	10 April B	14	XXIII	21 März C
5	XIV	30 März E	15	IV	9 April A
6	XXV	18 April C	16	XV	29 März D
7	VI	7 April F	17	XXVI	17 April B
8	XVII	27 März B	18	VII	6 April E
9	XXVIII	15 April G	19	XVIII	26 März A
10	IX	4 April C			

Der 2. Zusatz.

52. Im Jahr 325, welches man gewöhnlich für das Jahr der Nicänischen Kirchenversammlung annimmt, war die güldne Zahl 3, und der Neumond fiel wirklich auf den 1 Januar. Die im 48. §. mitgetheilte Epactentafel stimmte damahls mit der genauern astronomischen Rechnung sehr gut zusammen: also hätte man eigentlich bey der im 51. §. mitgetheilten Berechnung der nöthigen Verbesserungen das Jahr 325 für das Grundjahr annehmen sollen. Weil man aber die letzte Mondgleichung bis zum Jahr 1800 verschoben hat, so ist das soviel, als wenn man das Jahr 550 zum Grundjahr genommen hätte, und von 325 bis 550 waren schon 225 Jahr verflossen: mithin fielen die berechneten Kirchlichen Neumonde um das Jahr 550 schon 17 Stunden später, als die wirklichen Neumonde. Dieser Unterscheid findet sich also noch zwischen den Kirchlichen und wirklichen Neumonden, und man hat ihn mit Vorbedacht nicht zu he-

ben gesucht, weil man dadurch desto sicherer verhüten wollte, daß der Ostersonntag nicht selbst an der Luna XIV gefeyert werden sollte. Diese Luna XIV kann ein Sonnabend seyn, und so ist die Luna XV der Ostersonntag. Hätte nun die cyklische Rechnung die Lunam XIV um einen Tag zu früh angezeigt, so würde man in dem Jahr an der Luna XIV dem Gesetz (42. §.) entgegen Ostern feyern.

Die 2. Aufgabe.

53. Für ein gegebenes Jahr nach Christi Geburt den Monathstag zu finden, an welchem das Osterfest einfällt.

Aufl. Man suche die güldene Zahl und den Sonntagsbuchstaben. (32. 14. 20. §.) Die güldene Zahl zeigt in der Tafel der Ostergränzen den Monathstag an, auf welchem die Ostergränze fällt, und der dazu gehörige Wochentagsbuchstabe steht dabey: wenn man also die Tage bis zu demjenigen fortzählt, auf welchen der Sonntagsbuchstabe fällt, so hat man den Monathstag, der zugleich dasmahl Ostersonntag ist. Es verstehet sich, daß man die Sonntagsbuchstabentafel aus dem 14. §. mit der Ostergränzentafel im 48. §. verbinden müsse, um den Ostersonntag für den alten Julianische Calender zu finden. Für den allgemeinen Reichscalender aber wird im jetzt laufenden Jahrhundert die Tafel der Sonntagsbuchstaben aus dem 21. §. mit der Ostergränzentafel im 51. §. verbunden.

Exempel für das Jahr 1782. Die güldene Zahl ist 16, der Sonnencirkel 27.

Im julianischen Calender
der Sonntagsbuchstab B, die Ostergränze 21 März C, also Montag, und der 27ste März der Ostertag.

Im allgemeinen Reichscalender
der Sonntagsbuchstab F, die Ostergränze 29 März D, also Freytag, und der 31ste März der Ostertag.

Anmerkung.

54. Der Unterscheid der unbeweglichen an gewisse Monathstage gebundenen Feste, von den beweglichen Festen, die sich in jedem Jahre nach dem Ostersonntage richten, und die übrige Einrichtung des Calenders für den Gebrauch im bürgerlichen Leben, sind so bekannte Dinge, daß sie in einem so kurzem Handbuch, wie das gegenwärtige füglich weggelassen werden können. Man kann sie aus jedem Calender kennen lernen.

Die 15. Erklärung.

55. Der Jobelcykel der alten Israeliten war eine Folge von 7mahl 7 = 49 Jahren. Das siebente Jahr war das Sabbathjahr, und das siebente Sabbathjahr hieß das grosse Sabbaths- oder Jobeljahr. Sieben Jahre machten also einen kleinen Sabbathcykel, und 7 Sabbathcykel einen grossen Sabbathcykel oder Jobelcykel. III. B. Mose. XXV. v. 2. 3. 4. 8. 9. 10. Die Rechnung nach Sabbathcykeln und Jobelcykeln nahm in Canaan mit der ersten Aussaat im Herbst am 23sten Sept. ihren Anfang. 3 B. Mos. XXV. v. 2.

Der 1. Zusatz.

56. Nach Cassini Bestimmung ist

das ☉ Jahr 365 T. 5 St. 48′ 54″ 4‴
das ☾ Jahr 354 T. 8 St. 48′ 38″ 12‴ (46. §.)

jährl. Epacte 10 T. 21 St. 0′ 15″ 52‴.

Diese mit 49 multiplicirt giebt 532 T. 21 St. 12′ 57″ 18‴ für die Epacte von 49 Jahren. Ferner sind

12 synod. Monathe 354 T. 8 St. 48′ 38″ 12‴
6 synod. Monathe 177 T. 4 St. 24′ 19″ 6‴

also 18 synod. Monathe 531 T. 13 St. 12′ 57″ 18‴, und die Epacte von 49 Jahren = 18 synod. Monathen + 1 T. 8 St. Diesemnach sind 49 Sonnenjahre = $50\frac{1}{2}$ Mondjahren + 1 T. 8 St. = $50\frac{1}{2}$ Mond. + $1\frac{1}{3}$ Tag.

Der 2. Zusatz.

57. Weil 45mahl $1\frac{1}{3}$ Tag = 60 Tage sind; so betragen 45mahl 49 = 2205 Sonnenjahre soviel als 45mahl $50\frac{1}{2}$ = $2272\frac{1}{2}$ Mondjahre + 60 Tage = $2272\frac{1}{2}$ Mondj. + 2 synod. Monathe + 22^h 31′ 53″ 38‴. Diesemnach machen 45 Jobelcykel eine Jobelperiode aus, die als eine sehr vollkommene Mondepacten-Periode dient. Wenn aber die Cykelepacte von 1 T. 8 St. oder aufs genaueste berechnet 1 T. 8 St. 0′ 0″ 10‴ mit 133 multiplicirt wird,

so findet man 177 T. 8 St. 0′ 22″
6 synod. Monathe = 177 T. 4 St. 24′ 19″

Epacte für 133 Cykel = 3 St. 46′ 3″.

Die 16. Erklärung.

58. Eine Zeitfolge von 45 Jobelcykel macht eine Jobelperiode, und 133 Cycel eine grosse Jobel-

periode aus, die mit der Schöpfung der Welt anfängt, und noch nicht geendiget ist. Diese grosse Jobelperiode begreift 3 kleinere weniger 2 Cykel.

Zusatz.

59. Man summire die jährliche Mondepacte (56. §.) von Jahr zu Jahr, und ziehe jedesmahl, wenn die Summe 1 synod. Monath (46. §.) übertrift, denselben ab: so findet man folgende genau richtige tropische Epactentafel.

Monathe	Jahre	tropische Epacten				
	1	10 T.	21 St.	0′	15″	52‴
	2	21	18	0	31	44
I	3	3	2	16	44	25
	4	13	23	17	0	17
	5	24	20	17	16	9
II	6	6	4	33	28	50
	7	17	1	33	44	42
	8	27	22	34	0	34
III	9	9	6	50	13	15
	10	20	3	50	29	7
IV	11	1	12	6	41	48
	12	12	9	6	57	40
	13	23	6	7	13	32
V	14	4	14	23	26	13
	15	15	11	23	42	5
	16	26	8	23	57	57
VI	17	7	16	40	10	38
	18	18	13	40	26	30
	19	29	10	40	42	22
VII	20	10	18	56	55	3

Monathe	Jahre	trop. Epacten				
	21	21 T.	15 St.	57′	10″	55‴
VIII	22	3	0	13	23	36
	23	13	21	13	39	28
	24	24	18	13	55	20
IX	25	6	2	30	8	1
	26	16	23	30	23	53
	27	27	20	30	39	45
X	28	9	4	46	52	26
	29	20	1	47	8	18
XI	30	1	10	3	20	59
	31	12	7	3	36	51
	32	23	4	3	52	43
XII	33	4	12	20	5	24
	34	15	9	20	21	16
	35	26	6	20	37	8
XIII	36	7	14	36	49	49
	37	18	11	37	5	41
	38	29	8	37	21	33
XIV	39	10	16	53	34	14
	40	21	13	53	50	6
XV	41	2	22	10	2	47
	42	13	19	10	18	39
	43	24	16	10	34	31
	44	6	0	26	47	12
XVI	45	16	21	27	3	4
	46	27	18	27	18	56
XVII	47	9	2	43	31	37
	48	19	23	43	47	29
XVIII	49	1	8	0	0	10

Anmerkung.

60. Diese Jobelperiode ist in der Chronologie, auch in soweit diese Wissenschaft dem Geschichtforscher nöthig ist, ganz ungemein wichtig nnd merkwürdig Sie ist nicht bloß hypothetisch, wie die Julianische Periode; (35. §.) sie ist vielmehr wirklich historisch, und eben darum lassen sich alle historisch-chronologische, und selbst viele astronomische Probleme mit Hülfe dieser Jobelcykel-Rechnung sehr richtig und leicht auflösen. Die ganze Sache ist allererst vor kurzen vom Herrn Superintendenten Franck zu Hohnstädt im Hannöverschen recht ins Licht gesetzt worden. Wir haben von ihm ein vortrefliches mit ganz ungemeinem Fleiß ausgearbeitetes Werk unter dem Titel: Ioh. Georg. Frankii Novum Systema Chronologiae Fundamentalis, qua omnes anni ad Solis et Lunae cursum accurate describi et novilunia a primordio mundi ad nostra usque tempora et ulterius ope epactorum designari possunt: in cyclo Iobelaeo Biblico detectae, et ad Chronologiam tam sacram quam profanam applicatae, adjecta brevi enarratione jobelaeo-chronologica historiae sacrae, cum praef. Ioh. Christoph. Gatterer, Gœtting. 1778. Fol. Vier Jahre vorher im Jahr 1774 hatte der H. Verf. schon einen kurzen Auszug aus dem Werke bekannt gemacht unter dem Titel: Praelusio Chronologiae fundamentalis, qua omnes anni ad solis et lunae cursum accurate describi possunt, a Ioh. Georg. Frank, Gœtt. 1774. in 4. Nachher ist noch ein andres Werk in deutscher Sprache hinzugekommen: Astronomische Grundrechnung der Biblischen Geschichte Gottes und der alten Völker, Dessau und Leipzig, 1783.

Historisch-Chronologische Grundsätze.

61. Das Jahr der Schöpfung der Welt ist das 1655ste vor der Sündfluth, das 2698ste vor dem Ausgange des Volkes Israel aus Egypten, das 2744ste vor der wirklichen Besitznehmung des Landes Canaan, das 3177ste vor Erbauung des Salomonischen Tempels, das 4181ste vor dem Anfang der christlichen Jahrrechnung. Der erste Tag

der

der Schöpfung war der Tag der Herbstnachtgleiche, der 23ste September. H. Frank hat mit den bündigsten aus den sichersten Quellen hergenommenen Gründen bewiesen, daß das erste Jahr der Welt mit dem 533sten Jahr der Julianischen Periode überein komme: also war nicht allein der Sonnencirkel, sondern auch der Mondcirkel des 1sten Jahrs der Welt = 1, und der erste Tag war ein Sonntag. Hiebey muß nur noch bemerkt werden, daß die Julianische Periode mit dem 1sten Januar zu laufen anfängt, und aus Julianischen Jahren bestehet, deren Unterscheid von den seit Anfang der Welt bis hieher verlaufenen tropischen Sonnenjahren nun schon 46 Tage ausmacht. Die Jahre der Jobelcykel sind wirkliche tropische Sonnenjahre, die Tage fangen Abends mit Untergang der Sonne an, 6 Stunden früher als die bürgerlichen Tage des Jul. Jahres, und 18 Stunden früher als die astronomischen Tage.

Die 3. Aufgabe.

62. Es ist ein laufendes Jahr der Christlichen Jahrrechnung gegeben: man soll finden, was es für ein Jahr der Jobeläre sey.

Aufl. Man addire 4181 zur Jahrzahl, so hat man das laufende Jahr der Jobeläre, welches mit dem 23sten September eben dieses Jahres anfängt. Für eine Begebenheit also, die vor den 23sten September fällt, muß die Jahrzahl der Christlichen Aere um Eins vermindert werden. So war der 23ste September des Jahres 1764 zugleich der erste Tag das 5945sten Jahres der Jobelperiode.

Der 1. Zusatz.

63. Die Division der Zahl 5945 mit 49 ergiebt, daß dies 5945ste Jahr der Welt das 16te im 122sten Jobelcykel gewesen sey. H. Reccard (Abhandl. von der grossen Sonnenfinsterniß im Jahr 1764, Berlin 1763, 4. S.) findet aus Cassini Tafeln die astronomische Mondepacte für den Anfang des Jahrs 1764 = 27 T. 5 St. 3′ 21″ nach der astronomischen Zeit des Pariser Meridians. Hievon ziehe man ab die Epacte für 15 complete Jahre = 15 T. 11 St. 23′ 42″ 5‴ (59. §.) so bleibt 11 T. 17 St. 39′ 38″ 55‴. Zu diesem Rest addire man 1 synod. Monath = 29 T. 12 St. 44′ 3″ 11‴, so ist die Summe 41 T. 6 St. 23′ 42″ 6‴. Nun suche man die Epacte für 121 verflossene Cykel; man multiplicire nemlich die Cykel-Epacte 1 T. 8 St. 0′ 0″ 10‴ mit 121, so findet man

161 T. 8 St. 0′ 20″ 10‴.

Nun ist

1 syn. Mon. 29 T. 12 St. 44′ 3″ 11‴ (46. §.) also
5 syn. Mon. 147 T. 15 St. 40′ 15″ 55‴

Diese Zahl von obiger subtrahirt giebt den

Rest 13 T. 16 St. 20′ 4″ 15‴,

als die Epacte für 121 verflossene Cykel.

Von 41 T. 6 St. 23′ 42″ 6‴

subtrahire man die gefundene Epacte 13 T. 16 St. 20′ 4″ 15‴

so bleibt 27 T. 14 St. 3′ 38″, und das ist die Epacte des 1sten Jahres der Welt, die Zeit nach dem Pariser Meridian astronomisch vom Mittage angezählt. Aus dieser Probe siehet man, wie leicht und natürlich die richtige Epacte eines jeden Jahres mit Hülfe der Jobelcykel gefunden werden könne.

Der 2. Zusatz.

64. Jede gegebene Jahrzahl der Julianischen Periode ist leicht in die damit zusammengehörige Jahrzahl der Jobeläre verwandelt, wenn man 532 davon abziehet. (61. §.) Man kann also leicht andre merkwürdige politische Aeren oder Epochen mit der Jobeläre vergleichen, wenn man schon weiß, in welches Jahr der Julianischen Periode sie gehören. Der Anfang der Griechischen Jahrrechnung nach Olympiaden fällt ins 3938ste Jahr der Jul. Periode 776 Jahr vor der Christlichen Aere. Nach dem Varro nimmt die Römische Jahrrechnung von Erbauung der Stadt Rom mit dem 21sten April des 3961sten Jahres der Jul. Per. 753 Jahr vor der Christlichen Aere, 23 Jahre nach der Olympiadenäre ihren Anfang. Die Aere Nabonassars, welche mit der Gründung des babylonischen Reichs ihren Anfang nahm, fällt auf den 26sten Februar des 3967sten Jahres der Jul. Periode: wobey man noch wissen muß, daß 1461 Nabonassarische Jahre 1460 Julianischen Jahren gleich sind. Die Jahrrechnung der Türken und Araber, welche Hegira heißt, nimmt mit dem 16 Jul. im Jahr 622 der Christl. Aere oder 5335 der Jul. Per. ihren Anfang. Die Jahre der Hegira sind Mondjahre von 354 oder 355 Tagen, die nach einem Cirkel von 30 Jahren in eben der Ordnung wiederkehren, und 1461 solcher Cirkel geben 42524 Julianische Jahre.

Die 17. Erklärung.

65. Die einem jeden Monath zugehörige Epacte ist die Zeit, welche beym Anfang des Monaths seit dem letzten Neumond verflossen seyn würde,

de, wenn der Neumond des Jahres grade mit dem Anfang des 1 Januars eingetreten wäre.

Zusatz.

66. Man zähle die Tage vom Anfang des Jahres zusammen, und ziehe jedesmahl, wenn die Summe 30 und mehr Tage beträgt, einen synodischen Monath ab; so findet man folgende

Tafel der monathl. Epacten.

Januar	0 T.	0 St.	0′	0″	0‴
Februar	1	11	15	56	49
März	29	11	15	56	49
April	1	9	47	50	27
May	1	21	3	47	16
Junius	3	8	19	44	5
Julius	3	19	35	40	44
August	5	6	51	37	43
September	6	18	7	35	32
October	7	5	23	31	21
November	8	16	39	28	10
December	9	3	55	24	59
Ep. d. folg. J. v. 365 Tagen	10	15	11	21	48
(56.§.) Erg. d. trop. J.	0	5	48	54	4
jährl. trop. Ep.	10	21	0	15	52

Im Schaltjahr erhält jede dieser Epacten nach dem Februar einen Tag mehr.

Die 4. Aufgabe.

67. Den Neumondstag in jedem Monath eines gegebenen Jahres der Jobeläre zu finden.

Aufl. Zur Epacte des Jahres addire man die Epacte des gegebenen Monaths. Wofern die Summe kleiner ist, als ein synodischer Monath; so ist

eben

eben diese Summe die Epacte des Monaths in dem gegebenen Jahr: widrigenfalls muß 1 synodischer Monath davon abgezogen werden, um für das gegebene Jahr die Epacte des gegebenen Monaths zu finden. Eben diese Epacte subtrahire man vom ganzen synodischen Monath; so zeiget der Rest die Zeit an, welche vom Anfang des ersten Tages im Monath bis zum Augenblick, da der Neumond eintritt, verflossen ist.

Exempel. Man sucht den Neumondstag für den September im 1sten Jahr der Welt, als dem 533sten der Julianischen Periode: so ist

die Jahr-Epacte	27 T.	14 St.	3′	38″	(63. §.)
die Epacte des Septemb.	6 T.	18	7′	35½	
Summe	34 T.	8 St.	11′	13½″	
1 synod. Monath	29	12	44	3	
Ep. d. Sept. im 1 J. d. Welt	4	19	27	10	
d. subtr. v. 1 syn. Mond.	29	12	44	3	
giebt	24 T.	17 St.	16′	53″	

als die vom astronomischen Anfang des 1 Sept. bis zum Neumond verflossene Zeit nach dem Pariser Meridian. (63. §.) Jerusalem liegt 2 St. 12 Min. östlicher als Paris, und der jüdische Tag fängt 18 St. früher an, als der astronomische. Addirt man also noch 20 St. 12 Min. so findet man 25 T. 13 St. 28′ 53″ vom Anfang des 1sten bis zum Neumond verflossene Zeit. Derselbe ist also am 26sten Sept. als am 4ten Tage der Welt eingetreten. Nach der Mosaischen Erzählung ist an diesem Tage der Mond erschaffen worden.

Die 18. Erklärung.

68. Das tropische Sonnenjahr ist = 52 Wochen 1 T. 5 St. 49 Min. und der Ueberschuß über 52 Wo-

52 Wochen macht in 49 Jahren 8 Wochen 4 Tage 21 Stunden. Die hier wieder über 8 Wochen überschüßigen 4 Tage 21 Stunden machen mit dem Schluß des 56sten Jobelcykels, oder des 2744sten Jahres eine aufgehende Zahl von Wochen, nemlich 39 Wochen aus. Dieserwegen kann man den Zeitlauf von 56 Jobelcykel oder 2744 Jahren die grosse tropische Wochentagsperiode nennen. Vier Jobelcykel machen 196 Jahre = 7mahl 28 Jahre: also begreifen 4 Jobelcykel 7 Julianische so genannte Sonnencirkel, oder eigentlich Wochentagsbuchstaben-Cirkel. Diese 7 Sonnencirkel oder 4 Jobelcykel machen eine kleinere Wochentagsbuchstabenperiode aus, die in der grossen Periode 14mahl enthalten ist.

Zusatz.

69. Vom Anfang der Welt bis zur Besitznehmung des Landes Canaan war grade eine grosse tropische Wochentagsperiode verflossen: mit dem ersten Jahr der zweyten Periode fieng sich die ruhige Bewohnung des gelobten Landes an, und mit derselben zugleich die eigentliche jüdische Jobelperiode. Diese begreift 30 Jobelcykel zusammen vor 1470 Jahr, und sie zerfällt in drey kleinere Perioden, eine jede von 10 Cykel, oder 490 Jahr. Während der ersten 7 Cykel lebte Israel unter den Richtern, und im achten Jahr des achten Cykels erhielte Israel seinen ersten König Saul. Zwey Jahre vor Endigung dieses achten Jobelcykels kam David zur Regierung, im letzten Jahr des 9ten Cykels ward der Salomonische Tempelbau vollendet, und nach Endigung des 10ten Cykels mit dem Tode des Königs Abiam erfolgte unter des Assa Regierung die grosse Reformation und Zerstörung der Abgötterey. Die merkwürdigsten

digsten Veränderungen in diesem Zeitraum trugen sich im grossen Jobeljahre zu: that dies ein blindes Ohngefehr?

Die zweyte kleinere Periode läuft fort bis zum Anfang der 70 Wochen Daniels. Vom 3ten Jahr des 18 Cykels dem 4ten Regierungsjahr des Königes Jojakim, als die erste Beraubung des Tempels erfolgte, und die Wegführung des Königes, der königlichen Familie und vieler tausend der vornehmsten übrigen Familien, unter welchen auch Daniel war, muß man die 70 Jahre der Babylonischen Gefangenschaft rechnen, obgleich die völlige Zerstörung Jerusalems und des Tempels allererst 18 Jahr nachher unter dem Zedekias erfolgte. Mit dem 28sten Jahr des 19ten Cykels, im ersten Regierungsjahr des Cyrus endigen sich diese 70 Jahre. Funfzehn Jahr nachher im 2ten Regierungsjahr des Darius Hystaspis ward die Erbauung des zweyten Tempels angefangen, nach 6 Jahren aber grade mit dem Schluß der zweyten Periode vollendet, und der Tempel eingeweihet. Die 3te Periode begreift die 70 Wochen Daniels. Dieser so merkwürdige Zeitlauf fängt mit dem ersten Sabbathsjahre der dritten kleinern jüdischen Jobelperiode an, die 69ste Woche endiget sich grade mit dem Todesjahr Christi in seinem 33sten Lebensjahre, und die grosse 70ste Woche, die eigentlich einen ganzen Cykel von 7 Sabbathsjahren ausmacht, war noch nicht völlig abgelaufen, als im 42sten Jahr dieses Cykels Jerusalem zum 2tenmahl zerstöret ward, womit die völlige Aufhebung der jüdischen Staats- und Kirchlichen Verfassung verbunden war.

Die 5. Aufgabe.

70. Den Wochentag zu finden, womit jedes gegebene Jahr der Jobeläre anfängt, und schliesset.

Aufl. I. Man multiplicire die Länge des tropischen Jahres 365 T. 5 St. 49′ mit der Jahrzahl der Jobeläre, so findet man die Anzahl aller Tage, die seit dem ersten Schöpfungstage bis zum letzten Tage des gegebenen Jahres verlaufen sind. Zur Erleichterung der Rechnung dienen folgende Zahlen:

Eine grosse Jobelperiode von 56 Cykel hält 1002225 Tage.

Ein Jobelcykel von 49 Jahren hält 17896 T. 21 St. 1 Minuten,

womit man die nachstehenden kleinen Tafeln verbinden kann.

Cykel	T.	St.	Cykel	T.	St.
1	17896	21	8	143175	0
2	35793	18	9	161071	21
3	53690	15	10	178968	18
4	71587	12	20	357937	12
5	89484	9	30	536906	6
6	107381	6	40	715875	0
7	125278	3	50	894843	18

Jahre	T.	St.	M.	Jahre	T.	St.	Min.
1	365	5	49	8	2921	22	32
2	730	11	38	9	3287	4	21
3	1095	17	27	10	3652	10	10
4	1460	23	16	20	7304	20	20
5	1826	5	5	30	10957	6	30
6	2191	10	54	40	14609	16	40
7	2556	16	43				

Das

Das Jahr 1782 ist das 4181 + 1782 = 5963ste der Jobeläre; also sind seit Erschaffung der Welt verflossen 2 Perioden 9 Cykel 34 Jahr, und man findet

2 Perioden	=	2004450 T.	0 St.	0 M.
9 Cykel	=	161071	21	0
30 Jahre	=	10957	6	30
4 Jahre	=	1460	23	16
Summe	=	2177941 T.	2 St.	46

II. Man dividire diese Tagsumme mit 7, so zeiget der Quotient die Anzahl der verflossenen Wochen, und der Rest ist die Anzahl der überschüßigen Tage: mithin zeigt der Rest unmittelbar, was der letzte Tag des letzten seit dem 1sten Schöpfungstage (den 23sten Sept.) verflossenen Jahres für ein Wochentag sey. Im obigen Exempel findet man 311134 Wochen 2 Tage: also ist der letzte Tag, und eben darum auch der erste Tag, der 23ste Sept. 1782, ein Montag.

Der 1. Zusatz.

71. Man findet daraus leicht den Sonntagsbuchstaben eben des Jahres der Jobeläre. Der Wochentagsbuchstab für den ersten Tag des Jahres ist G, weil dieser allemahl dem 23sten Sept. zugehört: also ist der Sonntagsbuchstab F.

Der 2. Zusatz.

72. Der Sonntagsbuchstabe im Gregorianischen Calender ist von dem Sonntagsbuchstaben der Jobeläre im gemeinen Jahr um einen Tag verschieden, kommt aber im Schaltjahre damit überein. Die Ursache ist, weil vom 1sten Januar bis zu Ende des 22sten Septembers im gemeinen Jahr 37 Wochen

6 Ta-

6 Tage, im Schaltjahr grade 38 Wochen laufen. Wegen des Schaltjahres ist noch auf den Anfang der Jahrrechnungen Rücksicht zu nehmen, weil der Schalttag am 24sten Februar vor dem 23sten September einfällt. (62. §.)

Anfangsgründe der Feldmeßkunst und Geographie.

Die 1. Erklärung.

1. Die mathematische Geographie lehrt, wie man die Figur der Gränzen grosser Länder auf der Erdfläche, auch die Lage der dazu gehörigen merkwürdigen Oerter und ihre Entfernungen von einander durch wirkliche Messungen finden, und das alles in Zeichnungen, die man geographische Karten nennt, so entwerfen könne, daß die gezeichnete Figur der ausgemessenen Landschaft soviel möglich ähnlich bleibe. Man unterscheidet diese Wissenschaft gewöhnlich von der Feldmeßkunst, oder Geodäsie, welche davon Unterricht giebt, wie man sich bey Ausmessungen und Abbildungen solcher Ländereyen verhalten müsse, die in Vergleichung mit der ganzen Erdfläche so klein sind, daß ihre Krümme wegen der sphärischen Figur der Erde nicht merklich ist.

Anmer-

Anmerkung.

Gnomonik, Chronologie und mathematische Geographie sind nichts anders, als besondre Theile der ausübenden Astronomie; es hat die Bequemlichkeit zur Folge wenn man sie besonders abhandelt, daß man beym Vortrage der theoretischen Astronomie nicht genöthiget ist, den Zusammenhang der Hauptlehren zuweilen zu unterbrechen, und mehr ins besondre gehende Erörterungen einzuschalten. Was im 240. §. der Astronomie als Foderungssatz angenommen ist, daß soll die Geographie als Aufgabe behandeln. Weil diese Aufgabe in ihrem ganzen Umfange genommen sehr verwickelt ist, und nicht allein die Auflösung einfacher wird, sondern auch in vielen besondern Fällen schon der Absicht ein Genüge leistet, wenn man ein auszumessendes nur kleines Stück der Erdfläche als eben, und die darauf senkrechten Richtungen der Schwere als parallele Linien betrachtet; so kann man auch das, was zur Auflösung der Aufgabe mit dieser Einschränkung gehört, unter dem Nahmen der Feldmeßkunst besonders abhandeln. In einem Handbuche, das alle, oder wenigstens die meisten, zur angewandten Mathematik gehörigen Wissenschaften in ihrer natürlichsten Verbindung vortragen soll, kann alsdenn die Feldmeßkunst auch vor der Astronomie ihre Stelle erhalten: allemahl aber wird der geographische Theil allererst nach der Astronomie folgen müssen. Abmessungen eines oder mehrerer Grade auf der Erdfläche (241. §. Astron.) sind Muster des vollkommensten Feldmessens, aber eben darum nicht des gemeinen, sondern des geographischen Feldmessens, welches Kenntnisse der Astronomie voraussetzt. (Mayers Unterricht zur practischen Geometrie 1 Th. 11. §. 38 S. vergl. mit H. Hofr. Kästners Anfangsgr. der Angewandten Mathematik, Geogr. 7. §. 330 S. des 2. Theils. Daß dem Feldmesser auch bey Messungen, die eben nicht ins grosse gehen, mechanische und optische Kenntnisse nöthig sind, wird wohl niemand bezweifeln, der von richtigen Feldmesser-Arbeiten bessere Begriffe hat, als bloß empirische Feldmesser sie zu haben pflegten. (Mayer am a. O. §. 12. num. 8. 44 u. f. S.) Wenn ich hier Feldmeßkunst und Geographie mit einander verbunden allererst nach der Astro-

nomie vortrage: so verschaft mir das unter andern auch den Vortheil, daß ich manches in dieser Verbindung kürzer fassen kann, als wenn ich beydes getrennet hätte.

Die 2. Erklärung.

3. Das Papier worauf man zeichnet, bereitet man auf einem Reißbrett oder Tisch in eine ebene Fläche aus: auf der Erdfläche selst aber findet sich eine so grosse Menge von Ungleichheiten, daß die Stellen, welche in der Karte verzeichnet werden sollen, auch wenn sie nahe bey einander sind, gewöhnlich nicht in einerley Ebene liegen. Soll sich die Messung mehr ins Grosse erstrecken; so liegen die Stellen, deren Lage und Entfernungen von einander man wissen will, auch nicht in einerley Kugelfläche. Durch einen Punct A, den man als bekannt annimmt, stelle man sich eine Horizontfläche nach allen Seiten ausgebreitet vor, und aus allen übrigen Puncten, B, C, D, E, F, G, lothrecht Linien, welche jene Horizontfläche in *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, treffen; so sind die letztern Puncte Projectionen der erstern auf der Horizontfläche A*g*: oder *b*, *c*, *d*, u. s. f. sind die auf den Horizont A*g* reducirten Puncte B, C, D, u. s. f. A*b*, *bc*, *cd*, u. s. f. sind die auf den Horizont reducirten Linien AB, BC, CD, u. s. f.

253 Fig.

Zusatz.

4. Die lothrechten Linien laufen zwar allemahl im Mittelpunct T der Erde zusammen. So lange sie indessen nicht merklich von der parallelen Lage abweichen, so lange kann das Stück des Horizonts, worauf man die zu dieser Gegend gehörigen Puncte und Linien reducirt hat, für eine ebene Fläche angenommen, und alles in einer Feldmesser-Karte abgebildet werden. Die auf den Horizont reducirten

Linien

Linien A*b*, *bc*, u. s. f. können in solchen Fällen als grade Linien angesehen werden, ob es gleich eigentlich Kreisbogen sind.

Die 3 Erklärung.

5. Ein Grundriß einer Gegend ist die Abbildung aller dazu gehörigen auf einen willkührlich gewählten Horizont reducirten Puncte und Linien. Ein Profilriß aber stellet diejenige Figur vor, die zuwege gebracht würde, wenn man die Erdfläche mit einer verticalen Ebene schnitte. Von den auf den Horizont reducirten Stellen der Puncte A, B, C, redet man eben so, als wenn es diese Puncte selbst wären, A*b*, *bc*, sind alsdenn die horizontalen Entfernungen zwischen A und B, B und C. Die lothrechte Linie *b*B zeigt an um wie viel B höher als A, oder A niedriger als B liegt. Eben die Bewandniß hat es mit den übrigen lothrechten Linien C*c*, C*d*, u. s. w. Weil man bey solchen Zeichnungen einen willkührlich gewählten verjüngten Maaßstab nöthig hat, so muß derselbe zum Gebrauch beym Nachmessen der Zeichnung beygefüget werden.

Die 4. Erklärung.

6. Absteckstäbe, oder Fluchtstäbe sind 5 bis 6 Fuß hohe, ohngefehr 1 Zoll dicke grade hölzerne Stangen, die unten mit einer eisernen Spitze versehen werden, damit man sie in den Erdboden stossen und fest stellen könne. Wenn sie 10 und mehr Fuß hoch, auch mit einer ausgespannten Leinwand versehen sind, so nennt man sie Meßfahnen. Zeichenstäbe sind kleine bis 12 Zoll lange unten mit einer Spitze versehene Stäbchen, deren oberes Ende einen Spalt hat, um ein Kartenblatt oder ein Stück Papier mit einer Nummer daran zu befestigen.

Die 5. Erklärung.

7. **Eine grade Linie auf dem Felde abstecken**, heißt mehrere Stäbe vermittelst eines daran herabhängenden Lothes so in lothrechter Stellung in der Erde befestigen, daß sie alle in einerley Verticalfläche liegen. Die Durchschnittslinie des Horizonts mit dieser Verticalfläche ist alsdenn ein Kreisbogen, den man für eine grade Linie nehmen kann, so lange er in Vergleichung mit dem Umfange des grösten Kreises der Erdkugel sehr klein ist.

Der 1. Zusatz.

8. Zwey lothrechte Stäbe stehen allemahl in einerley Verticalfläche: um einen dritten in eben die Verticalfläche zu bringen, muß man ihn in einer solchen Stelle lothrecht stellen, wo der vordere von den beyden übrigen den hintern zu decken scheint, damit zugleich der dritte hinwiederum jene beyden zu bedecken scheine, wenn man alle drey Stäbe grade vor sich hat.

Der 2. Zusatz.

9. Wenn eine grade Linie auf einem an sich schon ebenen wagrechten Boden so abgesteckt ist, so kann man vermittelst einer guten und richtigen **Meßkette** auf dem ebenen Boden diese grade Linie messen, auch statt derselben richtig eingetheilte **Maaßstäbe** gebrauchen.

Der 3. Zusatz.

249 Fig.

10. Auf der abhängigen Fläche AB wird die horizontale Entfernung zwischen A und B gemessen, indem man über B einen Maaßstab BC lothrecht stellt, an A aber einen andern Maaßstab AE anlegt, der vermittelst der **Setzwage** in die horizontale Lage gebracht wird. Wenn nun die Maaßstäbe einander in D schneiden, so ist AD die horizontale, BD aber die loth-

lothrechte Entfernung zwischen A und B, oder die Höhe der Stelle A über B.

Der 4. Zusatz.

11. In dem Fall, wenn die Entfernung zwischen 250
A und B zu groß ist, als daß man einen Maaßstab, Fig.
der eben so lang oder noch länger wäre, brauchen
könnte, nennt man in der Richtung AB mehrere ein-
ander so nahe liegende Stationen D, E, F, u. s. w.
an, daß man für jedes Paar nach einander folgende
das eben beschriebene Verfahren (10. §.) anbringen
kann. So erhält man die horizontalen Entfernungen
CD, GE, HF, IB, u. s. w. und ihre Summe ist
AL. Auch könnte man eben so die lothrechte Höhe
LB finden, wenn man zugleich AC, DG, EH, FI,
gemessen hätte.

Der 1. Lehrsatz.

12. Wenn die Grundlinie *AB* des bey *A* 252
rechtwinklichten Dreyecks eine Ruthe lang ist, Fig.
und die Höhe *AC* in soviele gleiche Theile ge- a.
theilt ist, als man Fusse des Längenmaasses
auf eine Ruthe rechnet: alsdenn aber durch
alle Theilungspuncte die graden Linien *DE*,
FG, *HI*, *KL* mit der Grundlinie parallel ge-
zogen werden; so wird *DE* einen Fuß lang,
und jede folgende Parallele fasset soviele Fusse,
als die ihr beygefügte Zahl angiebt, wenn
man die Theilungspuncte von der Spitze *C*
gegen die Grundlinie zu zählt.

Beweis. Es ist CA : CD = AB : DE, weil
die Dreyecke ABC und CDE einander ähnlich sind.
(175. §. Geom.) Wenn also $CD = \frac{1}{10}$ CA ist,
so wird $DE = \frac{1}{10}$ AB, mithin ein Decimalfuß wenn
AB eine Ruthe ist. Aus eben dem Grunde hat man

CA : CK = AB : KL, und wenn CK = $\frac{7}{10}$ CA ist, so wird KL = $\frac{7}{10}$ AB, also 7 Decimalfuß.

Zusatz.

252 12. Darauf gründet sich folgende Art, einen ver-
Fig. jüngten Maaßstab, auch wohl selbst kleinere Theile
b. des gewöhnlichen Längenmaaßes, in sehr kleine Theile einzutheilen. Es sey PQ der Maaßstab der dem 50. §. Geom. gemäß eingetheilt ist; von C nach P sind 10 Ruthen, von C nach Q ebenfalls. Man zeichne den rechten Winkel PQR, und trage von Q nach R 10 gleiche Theile von willkührlicher Grösse: (beym zwölftheiligten Maasse müßten es 12 gleiche Theile seyn,) aus den Seiten PQ, QR verzeichne man hiernächst das Rechteck PQRS, und ziehe auch CA mit QR, durch alle Theilungspuncte in QR aber grade Linien mit PQ parallel. Hiernächst ziehe man die Transversallinien CB, HM, IN, u. s. f. bis OR, so ist der Maaßstab eingetheilt, dessen Gebrauch aus dem vorhergehenden §. leicht begreiflich ist. Von T bis E sind 10 Ruthen 1 Fuß, von V bis G 10 Ruthen 2 Fuß, von X bis L 10 Ruthen 7 Fuß, also von X nach Y 12 Ruthen 7 Fuß, u. s. f.

Die 6. Erklärung.

13. Ein Halbkreis, der wie ein Transporteur in Grade und Theile von Graden eingetheilt, aber um ein ansehnliches grösser ist, als ein Transporteur gewöhnlich zu seyn pflegte, dient unter dem Nahmen Astrolabium, im Grossen auf dem Felde Winkel zu messen. Nur kommt hier noch hinzu 1. ein Paar Lineale mit Dioptern, oder statt dieser noch besser mit Fernröhren, wovon eins so beweglich ist, daß es sich um den Mittelpunct des Instruments in der Ebene des eingetheilten Halbkreises umdrehen lässet, 2. ein

Fuß-

Fußgestelle oder Stativ, womit der Halbkreis mit seinem Zubehör auf eine solche Art verbunden ist, daß man denselben in jede Lage bringen, und in derselben mit Hülfe gehörig angebrachter Schrauben am Stativ befestigen kann. Anstatt des eingetheilten Halbkreises dient auch schon eine aus guten Lindenholz nach Art eines Reißbrettes verfertigte Tafel, welche mit einem Stativ völlig so wie sonst der Halbkreis verbunden ist, und alsdenn ein Meßtisch genannt wird. Man befestiget darauf ein recht eben ausgebreitetes Papier, und hat überdem dazu ein Lineal mit Dioptern oder mit einem Fernrohr nöthig.

Der 1. Zusatz.

14. Wenn A, M, N, drey Stellen auf dem 251
Felde sind, die man mit Absteckstäben wie MD, NE, Fig.
bemerkt hat, und man soll den Winkel messen, welchen zwey aus A nach MD und NE laufende Horizontallinien AB, AC, an der Spitze A einschliessen; so stelle man den Meßtisch mit seinem Stativ, nachdem der Stab aus A ausgezogen worden, über A, bringe vermittelst einer Setzwage, oder Wasserwage, das Tischblad in die horizontale Lage, und suche vermittelst der in der 248 Figur abgebildeten 248
Gabel auf dem Tischblade den Punct *a*, welcher Fig.
lothrecht über *a* liegt. Man steckt nemlich diese Gabel an das Tischblad, und verschiebt sie so lange, bis das bey N herabhängende Pendel in der 251 Figur die Stelle A trift, so weiset die Spitze M der Gabel (253 Fig.) auf dem Tisch den Punct *a*. An diesen Punct, (worin man eine subtile Nehnadel einschlagen kann,) lege man das Lineal mit Dioptern, oder mit dem Fernrohr, drehe es so um *a*, daß zuerst der eine Stab MD und hiernächst auch der andre NE

durch die Dioptern, oder das Fernrohr gesehen wird: da dann in der ersten Lage des Lineals längst desselben die grade Linie *ab*, und in der andern Lage *ac* auf dem Tisch gezogen wird. Nun hat man auf dem Tischblade den Winkel *bac* = BAC, (259. §. Geom.) und kann ihn vermittelst des Transporteurs oder auf andre Art messen.

Der 2. Zusatz.

15. Beym Gebrauch des Meßtisches genügt es gewöhnlich, daß man den Winkel BAC aufs Papier bringe: um ihn in Graden und Minuten möglichst genau zu messen, leistet ein gutes Astrolabium bessere Dienste. Die Fläche des eingetheilten Halbcirkels wird ebenfalls horizontal gestellt, und der Mittelpunct desselben lothrecht über A gebracht, welches vermittelst eines unten herab hängenden Loths geschehen kann. Das eine Dioptern-Lineal wird nach MD, das andre nach NE gerichtet, so liegt nun ein Bogen des eingetheilten Halbkreises zwischen den Linealen, worauf man die Grade und Minuten des Winkels zählen kann, soweit es die angebrachte Eintheilung des Randes verstattet.

Der 3. Zusatz.

16. Die hier nur ganz kurz beschriebenen Methoden, wie man grade Linien und Winkel auf dem Felde messen kann, sind der Grund der ganzen Feldmeßkunst. Wer sich von der Einrichtung der Instrumente und ihrem Gebrauch vollständiger unterrichten will, der muß Schriftsteller zu Rathe ziehen, welche die Feldmeßkunst in ihrer ganzen Vollständigkeit abhandeln. Unter den neuesten hieher gehörigen Werken ist vornemlich des Herrn Joh. Tob. Mayer Gründlicher und Ausführlicher Unterricht zur

practi-

practischen Geometrie, 3 Theile 8 Gött. 1777. 1779 und 1783 zu empfehlen.

Die 1. Aufgabe.

17. Entfernungen zu messen, die mit der Meßkette oder den Meßstäben nicht unmittelbar gemessen werden können. 251 Fig.

Aufl. I. Wenn zwischen den Stellen M und N vielleicht ein Morast oder sonst ein Hinderniß wäre, daß man nicht gradezu von M nach N hinkommen könnte; so kann man doch vielleicht aus einer dritten Stelle A sowohl nach M als auch nach N kommen, und die horizontalen Entfernungen AB, AC, messen. Wenn alsdenn der Winkel *bac* = BAC, auf den Meßtisch gebracht ist (14. §.) so mache man *ab* und *ac* nach dem verjüngten Maaßstabe so lang, als AB und AC nach dem grossen Maaßstabe sind; so ist *bc* nach dem verjüngten Maaßstabe so lang, als BC nach dem grossen Maaßstabe. (176. §. Geom.) Hat man *bac* = BAC richtig mit dem Astrolabio gemessen, so kann man desto zuverläßiger BC trigonometrisch berechnen. (47. §. Trig.)

II. Wenn man die Entfernung von A nach C (255 Fig.) messen sollte, nach C aber nicht hinkommen könnte; so wähle man eine Standlinie AB, die man messen kann. Man setze den Meßtisch gehörig über A, visire nach B und C, bringe so den Winkel *a* = A auf den Meßtisch, und mache *ab* nach dem verjüngten Maaßstabe so groß, als AB nach dem grossen Maaßstabe ist. Nun trage man den Tisch nach B, stelle ihn wieder wagrecht und so, daß *b* lothrecht über B und *ba* in der Richtung der Standlinie BA zu liegen komme: so läßt sich auch der Winkel *b* = B auf den Tisch bringen. Alsdenn er- 255 Fig.

hält man das Dreyeck *abc* ~ ABC, (175. §. Geom.) und *ac* ist nach dem verjüngten Maaßstabe so lang, als AC nach dem grossen Maaßstabe. Das Astrolabium kann auf ähnliche Art gebraucht werden, beyde Winkel an A und B zu messen, da dann AC trigonometrisch weit genauer und zuverläßiger gefunden wird. (43. §. Trig.)

III. Soll man die Entfernung von C nach D (256. Fig.) messen, wenn man nach keinen von beyden Oertern hinkommen kann; so wähle man eine Standlinie AB so, daß man nicht allein aus A, sondern auch aus B, beyde Oerter sehen kann. Man messe die Standlinie AB, und in den Dreyecken ABC, ABD, die Winkel an A und B: so kann man in diesen Dreyecken die Seiten AC, AD, trigonometrisch finden. (43. §. Trig.) Auch hat man CAD = BAC − BAD, und kann nun aus diesem Winkel und den anliegenden Seiten CD finden. (47. §. Trig.) Wenn man den Meßtisch so braucht, wie es schon II. beschrieben ist; so kann man die Dreyecke *abc*, *abd*, aufs Papier bringen, die den grossen Dreyecken ABC, ABD ähnlich sind. Man macht alsdenn *ab* im verjüngten Maaß so groß, als AB nach dem grossen Maaßstabe ist; so hält *cd* im verjüngten Maaße soviele Ruthen oder Fusse, als CD nach dem grossen Maaßstabe.

256 Fig.

Der 1. Zusatz.

18. Die lothrechte Höhe DC kann gemessen werden, wenn man in E eine Station so wählt, daß man die Entfernung ED mit dem Maaßstabe messen kann. Auf den Meßtisch, wenn die Ebene der Tafel lothrecht gestellt ist, kann alsdenn der Winkel BAC gebracht, und A*b* im verjüngten Maaß = AB genom-

254 Fig.

genommen werden, so giebt *bc* auf A*b* senkrecht gesetzt im verjüngten Maaß an, wie hoch BC sey, da dann DB dazu addirt wird, um DC zu finden. Der Gebrauch des Meßtisches hat indessen bey Höhenmessungen seine Schwierigkeiten, und man findet leichter mit Hülfe des Astrolabii den Winkel an A so genau, daß man auch die Höhe BC sehr genau trigonometrisch berechnen kann. (43. §. Trig.) M. s. Mayers oben schon angeführte practische Geometrie. 1 Th. 110. §. 369. S.

Der 2. Zusatz.

19. Wenn man ED = AB nicht messen könnte, so müste man DE, mithin zugleich auch BA über A hinaus nach F verlängern, die Grundlinie AF = EG mit den Winkeln an A und F messen, und daraus AC trigonometrisch suchen, oder auch das Dreyeck A*fc* nach dem verjüngten Maaßstabe zeichnen. Im letzten Fall wird *cb* auf A*f* senkrecht gezogen, und nach dem verjüngten Maaßstabe gemessen. Im ersten Fall wird BC aus der Seite AC, dem rechten Winkel an B und dem gemessenen Winkel an A trigonometrisch berechnet.

Die 2. Aufgabe.

20. Eine ganze Gegend, worin sich mehrere merkwürdige Oerter *A*, *C*, *D*, *E*, *B*, 257 *F*, *G*, *H*, befinden, in einen geodätischen Fig. Grundriß zu bringen.

Aufl. 1. Man wähle eine Standlinie AB, entweder selbst zwischen zweenen von jenen Oertern, oder wie man es sonst bequem findet. Will man den Meßtisch brauchen, welches allemahl geschehen kann, wenn die Gegend nicht sehr groß im Umfange ist; so bringe man alle die Dreyecke ABC, ABD, u. s. f.

wovon AB die gemeinschaftliche Grundlinie ist, die Oerter C, D, E, u. s. f. aber die Spitzen abgeben, gehörig zu Papier. Dadurch erhält man auf dem Meßtisch eine Figur die der Figur im grossen ähnlich ist. Wenn die Gegend sehr groß ist, so kann man den Meßtisch nicht wohl brauchen: allemahl aber kann man in den erwehnten Dreyecken die Winkel an ihrer gemeinschaftlichen Grundlinie mit dem Astrolabio messen, und hiernächst alles nach dem verjüngten Maaßstabe zeichnen, oder trigonometrisch berechnen.

2. Die Auflösung setzt voraus, daß man aus jedem Endpunct der Standlinie AB auch nach jeden Ort, der in den Grundriß gebracht werden soll, müsse hinsehen können. Wenn die Gegend zu groß wäre, oder auch wegen andrer Hindernisse die Standlinie so nicht gewählt werden könnte; so würde man doch allemahl durch eine Verbindung mehrerer Dreyecke, wovon jedes die Lage dreyer Oerter gegen einander bestimmte, zum Zweck kommen, wenn gleich nicht alle diese Dreyecke eine gemeinschaftliche Grundlinie hätten. Es wird nur erfodert, daß jedes dieser Dreyecke mit einem anliegenden eine Seitenlinie gemein habe: alsdenn erhält der ganze Grundriß die Figur eines Polygons, das aus allen Dreyecken zusammen gesetzt ist, und die Seitenlinien, welche diesen Dreyecken paarweise gemein sind, werden Diagonallinien des Polygons. Wenn hier nur eine Seitenlinie gemessen wird, und überdem alle Winkel, welche die Seitenlinien und Diagonallinien einschliessen; so kann das übrige durch Zeichnung oder durch trigonometrische Rechnung wie vorhin gefunden werden. Eine Probe davon stellet die 258 Fig. vor. Kann man vielleicht AD messen, und aus A und D nach F

sehen,

sehen, so erhält man das Dreyeck ADF. Kann man ferner aus D und F nach E sehen, so erhält man das Dreyeck DEF, und eben so EFG, wenn man aus E und F nach G sehen kann. Aus E und G kann man vielleicht wieder nach H, und eben so aus H und G nach B sehen. Aus der bekannten Länge AD findet man AF und DF, aus DF ferner DE und FE, aus FE wiederum FG und EG, aus EG eben so EH und GH, aus GH zuletzt auch GB und HB.

Die 7. Erklärung.

21. Nur solche Stellen auf der sphärischen Erde liegen gleich hoch, die gleich weit vom Mittelpunct der Erde entfernt sind: die höher liegende Stelle ist von diesem Mittelpunct weiter, als die niedriger liegende Stelle entfernt. Wenn AC, BC, die Scheitellinien der Oerter A und B, diese aber gleich weit vom Mittelpunct der Erde entfernt sind, so heißt der zum Halbmesser CA gehörige in der Ebene ACB beschriebene Kreisbogen AB die wahre Horizontallinie, die grade Linie AD aber, welche diesen Bogen in A berührt, die damit zusammengehörige scheinbare Horizontallinie. Ferner ist BD die mit der Entfernung AB zusammengehörige Senkung des wahren Horizonts unter dem scheinbaren. 246 Fig.

Der 1. Zusatz.

22. Wäre FB die lothrechte Höhe der Spitze eines Berges über der wahren Horizontallinie AB; so würde man, um diese Höhe zu finden, das im 18. und 19. §. beschriebene Verfahren nicht schlechthin anwenden können. Wenn die Entfernung von B nach A eine beträchtliche Grösse hat, so ist der Winkel DAF des Gesichtsstrahls AF mit der scheinbaren Horizontallinie AD von dem Winkel BAF merklich verschieden,

schieden, welchen der Gesichtsstrahl AF mit der Sehne des Bogens AB einschließt. Wenn ferner FE auf AD lothrecht ist, so ist auch diese Höhe von der eigentlich gesuchten BF merklich verschieden.

Der 2. Zusatz.

250 Fig. 23. In eben dem Fall, wenn die Entfernung zwischen zweyen Oertern A und B sehr ansehnlich groß ist, darf man auch die Summe der von Station zu Station nach dem 11. §. gemessenen horizontalen Entfernungen, nicht für die horizontale Entfernung AL (247. F.) annehmen, welche eigentlich gesucht wird. Anstatt eines jeden Bogens wie MN auf dem wahren Horizont AL misset man den Bogen EH, und es ist $MN = \frac{CM}{CH} . HE$. Eben so müssen alle Theile der gemessenen Weite auf den Horizont AL reducirt werden, wenn man genau verfahren will. Indessen siehet man wohl, daß man die solcherhalb nöthige Rechnung nicht anstellen könne, bevor der Halbmesser der Erde wenigstens beynahe schon bekannt ist. Selbst die Puncte A, D, E, F, B, werden wegen der Krümmungen des Bodens nicht in grader Linie liegen. Wenn es also vielleicht erfordert würde, die Länge der graden Linie AB möglichst genau zu wissen; so würde dieserwegen auch noch eine Reductionsrechnung nöthig seyn, weil die grade Linie AB kürzer als die krumme Linie ADEFB ausfallen muß.

Die 8 Erklärung.

246 Fig. 24. Der Winkel DAF ist die scheinbare Höhe der Station F aus A gesehen (9. §. Astron.). Wenn also mit dem Halbmesser CF auch der Bogen FK beschrieben, und dessen Tangente FH gezogen wird;

so

so ist HFA die scheinbare Tiefe der Station A unter dem Horizont der Station F.

Der 2. Lehrsatz.

25. Wenn *A* und *F* zwey ungleich hohe 246 Stationen auf der Erde sind; so übertrift die Fig. scheinbaren Tiefe der niedrigern Station unter dem Horizont der höhern die scheinbare Höhe der niedrigern über dem Horizont der höhern um einen Winkel, welcher dem Winkel ihrer Scheitellinien am Mittelpunct *C* der Erde gleich ist.

Beweis. Man ziehe die Sehnen AB, FK, ferner auch die Tangenten AD, FH, und halbire den Winkel ACD mit der graden Linie CM: so ist BAD $= 90° - BAC$, und eben so $ACM = 90° - BAC$, folglich $BAD = ACM = \frac{1}{2}ACB$. Eben so erhellet, daß auch $KFH = 90° - KFC = BCN = \frac{1}{2}ACB$ sey. Ferner ist $AFH = AFK + KFH$, und $AFK = BAF$, weil die Sehnen AB, KF parallel sind: mithin $AFH = BAF + \frac{1}{2}ACB$. Ueberdem ist $DAF = BAF - BAD = BAF - \frac{1}{2}ACB$; also erhält man $AFH - DAF = ACB$.

Der 1. Zusatz.

26. Könnte man die Winkel DAF, und HFA 246 scharf genug messen, überdem aber auch AF, oder Fig. anstatt dessen die Länge des Bogens AB; so wäre das ein Mittel, die Länge des Halbmessers der Erde zu finden. Denn im Dreyeck ACF hat man ausser dem Winkel an C noch $CAF = 90° + DAF$, mithin auch, AFC, und erhält alsdenn $AC = \frac{\sin AFC}{\sin ACB}$. AF. (43. §. Trig.) Aus der Länge des Bogens AB

und

und dem Wickel ACB aber findet man AC nach dem 235 §. Geom.

Der 2. Zusatz.

246 27. Wegen der Strahlenbrechung (51. §. Astron.) Fig. wird ein von F ausgehender Strahl, der in grader Linie verlängert A treffen würde, in eine gegen die Erde zu hohle krumme Linie gebogen, und trift die Stelle A nicht. Ein andrer aus F ausgehender Strahl FL aber, der in grader Linie verlängert über A wegfahren würde, nimmt den krummlinichten Weg F*m*A, und seine letzte Richtung, wenn er die Stelle A trift, kommt mit der Lage der Tangente AG überein. Ein Beobachter in A also, der den Winkel DAF zu messen glaubt, findet die Grösse des Winkels DAG. Aus eben dem Grunde wird ein Beobachter in F, der den Winkel HFA zu messen glaubt, den Winkel HFL finden. Es ist aber HFL = HFA — AFL und DAG = DAF + FAG, also HFL — DAG = HFA — DAF — AFL — FAG. Die Winkel AFL und FAG sind sehr nahe gleich groß, und HFA — DAF = ACB: (25. §.) also erhält man HFL — DAG = ACB — 2 FAG, und ACB = HFL — DAG + 2 FAG.

Lehrsatz.

28. Die krumme Bahn des Lichts *FmA* ist sehr nahe ein Kreisbogen, wozu ein Halbmesser gehört, der 7mahl grösser, als der Halbmesser der Erde ist. (Les proprietés remarquables de la route de la lumiere par les aires par M. *Lambert*, §. 103. 104. pag. 71.) Wegen des sehr veränderlichen Zustandes der Atmosphäre aber darf man nicht voraussetzen, daß diese Bestimmung in jedem Fall hinlänglich genau sey.

Der

Der 1. Zusatz.

29. Man setze den zum Bogen F*m*A gehörigen Halbmesser $= n$. AC, ziehe durch A und F ein paar Halbmesser auf AG und LF senkrecht, die einander im Mittelpunct O schneiden; so ist FAG = AFL = $\frac{1}{2}$AOF. Ferner ist $ACB : AOF = \frac{AB}{AC} : \frac{AF}{AO}$, (235 §. Geom.) und hier ist allemahl sehr nahe Bog. AF = Bog. AB; mithin $ACB : AOF = AO : AC = n : 1$. Das giebt $AOF = \frac{1}{n}$ ACB, folglich $FAG = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n}$ ACB. Wird also $n = 7$ genommen, so ist FAG = $\frac{1}{14}$ ACB. 246 Fig.

Der 2. Zusatz.

30. Weil $2FAG = \frac{1}{n}$ ACB, so erhält man im 27. §. $HFL - DAG + \frac{1}{n}$ ACB = ACB, mithin ferner $HFL - DAG = \frac{n}{n-1}$. ACB, und umgekehrt $ACB = \frac{n-1}{n}$ (HFL – DAG). Ob nun gleich hieraus ebenfalls erhellet, daß aus den beyden gemessenen Winkeln HFL und DAG der Winkel ACB am Mittelpunct der Erde, und daraus ferner wenn auch AB im Längenmaasse bekannt wäre, der Halbmesser der Erde (26 §.) gefunden werden könne; so ist doch die Wirkung der Strahlenbrechung viel zu unsicher, als daß man nicht zu grosse Fehler fürchten müste. 246 Fig.

Der 3. Zusatz.

246 Fig. 31. Wenn der Halbmesser der Erde, oder anstatt dessen die Länge eines grösten Kreisbogens auf der Erde, der mit einem bekannten Winkel am Mittelpunct zusammen gehört, sonst durch andre Mittel gefunden ist; so kann aus der bekannten Länge des Bogens AB, und den gemessenen Winkeln HLF, DAG, die lothrechte Höhe BF sehr richtig gefunden werden: besonders, wenn zwey Beobachter zu gleicher Zeit, also bey einerley Zustande der Atmosphäre der eine in A, der andre in F diese Winkel gemessen hätten. Denn man hat alsdenn $FAG = \frac{1}{2}(ACB - (HFL - DAG))$, (27. §.) also $DAF = DAG - FAG$ und $CAF = 90° + DAF$, mithin auch AFC: daraus findet man $CF = \frac{\sin CAF}{\sin AFC} \cdot AC$, und $BF = CF - AC$.

Die 9. Erklärung.

32. Mehr als die Hälfte der Erdfläche ist mit Wasser bedeckt, die grössern eigentlichen Weltmeere hängen, so viel man weiß, mit den kleinern Seebusen und Strassen zusammen. Im Zustande des Gleichgewichts also, wenn alle Richtungen der Schwere in einerley Mittelpunct zusammen liefen, würden die Flächen aller grossen Meere, Meerbusen und Strassen zu einerley Kugelfläche gehören. Ob nun gleich das Wasser in diesen Weltmeeren nie im vollkommensten Gleichgewicht ist; so ist doch oft die offenbare See ruhig genug, daß ihre Oberfläche die Kugelgestalt annehmen kann: alsdenn raget alles feste Land über der Meeresfläche hervor. Dieserwegen nimmt man die Meeresfläche, welche man sich nach allen Seiten erweitert vorstellen kann, für die niedrigste Horizonts-

zontfläche, und ihren Halbmesser für den eigentlichen Halbmesser der Erde an.

Zusatz.

33. Gewöhnlich nimmt man auch an, daß die mittlere Barometerhöhe an der Oberfläche des Meeres (47 §. Aerom.) 28 Zoll betrage; und berechnet daraus die Höhe eines jeden andern Orts über der Meeresfläche, wenn für einen solchen Ort ebenfalls die mittlere Barometerhöhe bekannt ist. Richtiger findet man sie freylich durch geometrische Messungen, wenn der Ort nicht gar zu weit von der Seeküste entfernt ist.

Die 3. Aufgabe.

34. Die Differenz der geographischen Breite zweyer Oerter *A* und *B* auf der Erdfläche beträgt höchstens nur einige wenige Grade, und die Differenz ihrer Länge nur wenige Minuten: man soll finden, wie groß der Bogen des Mittagskreises zwischen den Parallelkreisen beyder Oerter nach einem bekannten Länge genmaaße sey. 258 Fig.

Aufl. 1. Wegen der grossen Entfernung zwischen beyden Oertern, auch wegen andrer Hindernisse, wird man gewöhnlich nicht grade zu von B nach A messen können, wenn auch vielleicht beyde in einerley Mittagskreise befindlich wären: deswegen sucht man in der zwischen A und B befindlichen Gegend mehrere Oerter auf die sich vermöge der 2ten Auflösung des 20sten §. mit A und B zusammen in einen geometrischen Grundriß bringen lassen. Wenn nun D, E, F, G, H, solche Oerter sind, und wenn man jener Anleitung gemäß zwischen allen diesen Oertern eine Verbindung mehrerer Dreyecke zu Stande gebracht

hat; so muß eine Seitenlinie gewählt und mit Anwendung der im 23 §. schon festgesetzten Regeln soviel möglich genau gemessen werden. Ferner müssen alle nöthige Winkel gemessen werden, damit man die übrigen Seiten trigonometrisch finden könne.

2. Bey der wirklichen Veranstaltung solcher Messungen wird man nie die Stellen, welche die Winkelpuncte abgeben sollen, so wählen können, daß sie insgesammt mit A und B, die vielleicht selbst ungleich hoch über der Meeresfläche erhaben sind, in einerley wahren Horizontalfläche liegen: es werden also wenigstens nicht alle Schenkel der gemessenen Winkel die wagrechte Lage haben. Wenn G und H höher als B liegen, wenn ferner BZ die Scheitellinie durch B vorstellet, also ZBG, ZBH, ein paar Verticalflächen durch BG, BH sind, die den Horizont von B in BR, BS, schneiden; so ist RBS der wagrechte Winkel, welcher bey der fernern Einleitung der Rechnung gebraucht werden muß. Damit man diesen wagrechten Winkel RBS durch Rechnung aus dem gemessenen Winkel GBH finden könne, müssen auch die Neigungswinkel RBG, SBH, gegen den Horizont von B gemessen seyn. In den dreyen Ebenen ZBG, ZBH, GBH, beschreibe man mit einem willkührlichen Halbmesser die Kreisbogen ZP, ZQ, PQ, so erhält man ein sphärisches Dreyeck ZPQ, worin alle drey Seiten bekannt sind: also kann der Winkel an Z gefunden werden. Dieser Winkel ist mit dem Neigungswinkel der Ebenen ZBP und ZBQ gegen einander, also mit dem gesuchten wagrechten Winkel RBS einerley. Hiebey ist noch zu bemerken, daß der Winkel RBS einerley seyn würde, wenn gleich B mehr oder weniger vom Mittelpunct der Erde entfernt wäre.

(260.

(260. §. Geom.). Dieserwegen kann man die an den übrigen Puncten A, D, E, u. s. f. gemessenen Winkel eben so auf den Horizont reduciren, ohne daß es nöthig wäre auf den Umstand Rücksicht zu nehmen, daß diese Stellen vom Mittelpunct der Erde vielleicht mehr oder weniger als B entfernt sind.

3. Nun allererst kann man auf die vorläufig entworfene Figur die fernern trigonometrischen Rechnungen anwenden. Anstatt der bey A, D, E, u. s. f. gemessenen Winkel bringt man die auf den Horizont reducirten Winkel in Rechnung, so findet man die Länge aller übrigen Linien für denjenigen Horizont, worin die gemessene Grundlinie liegt. Wollte man alles aufs schärfste nehmen, so müste man noch erwägen, daß alle Linien, deren Länge gesucht wird, eigentlich gröste Kreisbogen auf der kugelförmigen Erdfläche sind, daß also nicht die ebene sondern die sphärische Trigonometrie ihre Anwendung finden würde. Allein bey einer solchen Einleitung der Rechnung müste auch der Winkel am Mittelpunct der Erde für beyde Scheitellinien durch die Endpuncte der gemessenen Grundlinie aufs schärfste schon bekannt seyn; wiedrigenfalls würden die Resultate noch fehlerhafter, als bey Anwendung der gradlinichten Trigonometrie ausfallen. Dieserwegen ist man genöthiget, eine kleine Abweichung von der grösten Schärfe zuzulassen.

4. Um ferner nach Endigung aller dieser Rechnungen auf das gesuchte Hauptresultat zu kommen, muß man noch die Lage der nun ihrer Länge nach bekannten Seitenlinien der Figur gegen die Mittagslinie eines von beyden der gegebenen Oerter A oder B wissen. Aus den bekannten Breiten beyder Oerter weiß man, ob B nordwärts oder südwärts von A liegt: will man

also die Lage der Mittagslinie des Ortes B suchen, so genügt es, daß man den Winkel finden könne, den einer von beyden Schenkeln des Winkels, in dessen Spitze B liegt, mit der Mittagslinie dieses Orts einschließt. Hätte man in solcher Absicht BG gewählt, und wüste zugleich, daß B nordwärts von A belegen sey; so ist eine in B anzustellende astronomische Beobachtung nöthig, um das Azimuth der Verticalfläche ZBG zu finden. Man bringe also ein hinlänglich vollkommenes Winkelinstrument in diese Verticalfläche, in dessen Ebene ein Fernrohr beweglich ist, um nach einer guten genau regulirten Uhr den Augenblick zu beobachten, in welchem ein Stern, dessen Declination bekannt ist, oder anstatt dessen der Mittelpunct der Sonne, in der Verticalfläche ZBG erscheint. Die beobachtete Zeit giebt den Stundenwinkel am Pol, die Ergänzung, der Breite des Orts B, und die Ergänzung der Declination des Sterns oder des Mittelpuncts der Sonne für den Augenblick der Beobachtung sind auch bekannt: also kann man den Azimuthalwinkel dem 75 §. Astron. gemäß finden.

5. An welcher Seite von BG man diesen Winkel zeichnen muß, ergiebt sich daher, weil nun zugleich bekannt ist, ob BG von der Mittagslinie ost- oder westwärts abweicht. Durch F, G und A ziehe man FK, GM, AC, auf der Mittagslinie senkrecht, und überdem AK, FL damit parallel: so hat man BC $=$ BM $+$ FL $+$ AK, und kann alle diese Theile von BC, auch wenn es noch mehrere wären, trigonometrisch finden. Denn in jedem der rechtwinklichten Dreyecke AFK, FGL, BGM, ist die Hypothenuse bekannt; auch findet man die Winkel leicht aus den vorher schon gemessenen Winkeln. Denn es ist MBG

schon

schon für sich bekannt, also auch BGM. Ferner ist FGL = BGH + HGE + EGF − BGM, und GFL = 90° − FGL; auch wird eben so AFK = AFD + DFE + EFG − (90° + GFL) gefunden.

6. Nun stellet BC eigentlich einen grösten Kreisbogen der Erdfläche vor, und AC einen andern grösten Kreisbogen, der aus A auf BC senkrecht herabgelassen ist: von dem letztern ist also der Bogen eines Parallelkreises, der durch A läuft, und die Mittagslinie in N schneidet, noch unterschieden. Auf der Kugelfläche laufen die Bogen AK, CB, der Meridiane dieser Oerter nach B zu im Pol P zusammen, wie es die 258 Fig. Litt. b. vorstellt; und wenn durch A ein Parallelkreis läuft, so schneidet er BC in einem Punct N, der weiter als C vom Pol entfernt ist: also ist BN der eigentlich gesuchte Bogen des Mittagskreises. Um nun CN zu finden, muß man in dem sphärischen Dreyeck APC, welches die durch A und B gezogenen im Pol P zusammenlaufenden Meridiane mit dem auf BC senkrechten grösten Kreisbogen AC einschliessen, die Perpendiculärseite PC suchen: die gegebenen Stücke sind die Ergänzung PA der Breite des Orts A, der Winkel am Pol APC als die Differenz der Länge, und der rechte Winkel an C. Wird hiernächst PC von PA abgezogen, so ist der Rest = CN.

Zusatz.

35. Hat man die Polhöhe oder geographische Breite der beyden Oerter A und B aus astronomischen Beobachtungen mit möglichster Schärfe gefunden; so kennt man zugleich den Winkel, welchen beyde mit den Endpuncten A und N des gemessenen Bogens zusammengehörige Scheitellinien einschliessen: er ist die Differenz beyder Polhöhen. Nach der vom Herrn

Picard angestellten Messung (241. §. Astr.) hat man den Bogen zwischen den Parallelen von Malvoisine und Amiens 78907 Toisen, und einen andern Bogen zwischen den Parallelen von Malvoisine und Sourdon 68347½ Toisen lang gefunden. Die astronomischen Beobachtungen, um die Polhöhen zu finden, konnte man nicht an solchen Stellen veranstallten, die mit den dreyen genannten Oertern in einerley Parallelkreise waren. Zu Malvoisine war der Ort der Beobachtung 18 Toisen weiter südlich, als die südliche Gränze des gemessenen Bogens, zu Sourdon aber 65 Toisen weiter nordlich als die nordliche Gränze: also kommen zu der Länge von 68347½ Toisen noch 83 Toisen, und die Summe beträgt 68430½ Toisen. Die Differenz der Polhöhen fand man 1° 11′ 57″ oder 4317″, und so ergab sich die Länge eines Grades 68430,5 × 3600 : 4317 = 57065 Toisen. Zu Amiens war der Ort der astronomischen Beobachtung 75 Toisen südlicher als die nordliche Gränze des gemessenen Bogens, und um soviel muß die vorhin angezeigte Länge der 78907 Toisen vermindert, dagegen aber auf der Seite von Malvoisine um 18 Toisen vermehrt werden: mithin gehen nur 57 Toisen ab, und es bleiben 78850 Toisen. Die Differenz der Polhöhen war 1° 22′ 55″, oder 4975″, also findet man die Länge eines Grades 78850 × 3600 : 4975 oder 3154 × 3600 : 199 = 57057 Toisen. Die Mittelzahl ist 57061 Toisen, und wenn diese für die Länge eines Grades angenommen wird, so findet man den Halbmesser von 3269354 Toisen. Der gemessene Bogen liegt nach einer zwar nicht ganz sichern Schätzung, die jedoch keinen Fehler von Erheblichkeit zur Folge haben kann,

höch-

höchstens 80 Toisen über der Meeresfläche, und diese machen den 40867sten Theil des gefundenen Halbmessers, mithin ohngefehr 8 Fuß aus. Weil es nun auf eine Kleinigkeit von 2 Fuß hier nicht ankommen kann; so genüget es die Länge eines Grades an der Meeresfläche 1 Toise kürzer anzunehmen, und man erhält die Zahl 57060 Toisen so wie sie im 241 §. Astr. angegeben ist.

Die 1. Anmerkung.

36. Die hier mitgetheilten Nachrichten von Picards Erdmessung werden angehende Geometer in den Stand setzen, das alles vollständig zu übersehen, worauf es bey der Auflösung dieser wichtigen Aufgabe ankommt. Die neuern zum Theil im 241 §. Astr. schon erwehnten Messungen beruhen auf eben den Gründen. Weil aber diese ergeben haben, daß die Erde keine vollkommene Kugel, und die Figur der Meridiane nicht völlig kreisförmig sey; so muß man schon in der höhern Mathematik geübt seyn, wenn man den Schriftstellern folgen will, welche daraus Folgerungen, um die eigentliche Gestalt der Erde zu bestimmen, hergeleitet haben. Das Resultat dieser Untersuchungen ist indessen dahin ausgefallen, daß man in allen Fällen, wenn nicht die gröste Schärfe nöthig ist, die Erde für eine Kugel annehmen könne, wenn sie gleich wirklich die Gestalt eines Sphäroids hätte, (244 §. Astr.) also ihre Axe zwischen den Polen kürzer, als der Durchmesser des Aequators wäre. Für den Halbmesser der Erde kann alsdenn das arithmetische Mittel zwischen der halben Erdaxe und dem halben Durchmesser des Aequators angenommen werden: oder man bestimmt den Erdhalbmesser aus der mittlern Gröfse der Grade eines Mittagskreises. Nach Bouguer (Figure de la Terre. VI. Sect. §. 39. pag. 305) ist der Durchmesser des Aequators 6562026 Toisen, die Erdaxe 6525377 Toisen, also der mittlere Durchmesser der Erde 6543702, und seine Hälfte 3271851 Toisen. Daraus folgt die Länge eines Grades 57105 Toisen, welche die Länge des Picardschen Grades 57060 Toisen um 45 Toisen, also um den 1268sten Theil übertrift.

Die 2. Anmerkung.

37. Man rechnet gewöhnlich 15 geographische Meilen, die auch deutsche Meilen heissen, auf einen Grad des grösten Kreises der Erde. In Deutschland werden diese Meilen aber nicht gebraucht, und man hat nach Verschiedenheit der Länder sehr verschiedene Meilenrechnungen. Die Länge einer solchen Meile hängt von der gefundenen Länge eines Grades ab, sie beträgt 3807 Toisen, wenn man 57105 Toisen für einen Grad rechnet, (36 §.) also $3940\frac{1}{4}$ Rheinländische Klafter oder Halbruthen zu 6 Fuß gerechnet. (108 §. Rech.) Wenn man mit den Franzosen und Niederländern auf einen Grad 20 Seemeilen rechnet; so macht eine solche Seemeile $\frac{3}{4}$ einer geographischen.

Die 4. Aufgabe.

258 Fig. c. 38. Die Entfernung *AB* zweyer Oerter *A* und *B* auf der Erdfläche ist gegeben, man soll die Senkung *DB* des wahren Horizonts *AB* unter dem scheinbaren *AD* finden.

Aufl. 1. Aus der Länge des Bogens AB, und der bekannten Länge eines Grades auf der Erdfläche (36 §.) findet man leicht den dazu gehörigen Winkel ACB, mithin ferner $CD = AC \cdot \sec. ACD$, und $BD = CD - AC$. Man muß aber die Secante des Winkels ACD schärfer haben, als sie in den trigonometrischen Tafeln gewöhnlich angegeben wird, weil AC sehr groß ist.

2. Wenn die Entfernung AB in Vergleichung mit dem Halbmesser AC sehr klein ist, so kann man auch ohne Hülfe der trigonometrischen Tafeln kürzer auf folgende Art rechnen. Es ist nun die Tangente AD dem Bogen AB sehr nahe gleich, und im rechtwinklichten Dreyeck ACD ist $AD^q = CD^q - AC^q$. Ferner ist $CD = AC + BD$; also $AD^q = 2AC \cdot BD + BD^q$. Man setze $BD = x$, $AC = r$, $AD = AB = a$, so findet man

man $a^2 = 2rx + xx$, mithin ferner $x = \frac{a^2}{2r + x}$

$= \frac{a^2}{2r} : \left(1 + \frac{x}{2r}\right)$. Weil aber der Voraus-

setzung gemäß $\frac{x}{2r}$ ein sehr kleiner Bruch ist, so hat

man sehr nahe $x = \frac{a^2}{2r}$.

Die 8. Erklärung.

39. Die lothrechte Tiefe DB, um welche eine Stelle B auf der Erdfläche niedriger liegt, als eine andre A, heißt das Gefälle des Bodens von A bis B. Das Verfahren, vermittelst dessen man das Gefälle von einem Ort zum andern findet, nennt man gewöhnlich **Nivelliren**, oder **Wasserwägen**, weil es anfangs vornemlich bey Untersuchung des Gefälles der Flüsse, auch der durch Kunst angelegten Wasserleitungen ist gebraucht worden. Werkzeuge, die zum nivelliren dienlich sind, heissen **Nivellirwagen**. 249 Fig.

Der 1. Zusatz.

40. Das im 10. §. beschriebene Verfahren ist schon eine Art von Nivellement, und die Setzwage dient dabey als Nivellirwage. Im grossen aber, wenn sich das Nivellement ansehnlich weit erstrecken soll, würde dies Verfahren zu langweilig seyn, auch würde die gemeine Setzwage nicht zuverlässig genug seyn. Die Hauptsache bey einer guten Nivellirwage bestehet darin, daß ein Lineal mit Dioptern, oder statt dessen die Axe eines Fernrohrs mit einem Fadenkreuz recht genau in die wagrechte Lage muß gebracht werden können. Die Wage wird auf ähnliche Art,

wie

wie der Meßtisch oder das Astrolabium mit einem Stativ versehen.

Der 2. Zusatz.

41. Die Stangen, welche als Absteckstäbe beym Nivelliren gebraucht werden, läßet man mit einer daran auf- und abwärts beweglichen schwarz angestrichenen Tafel versehen, die in der Mitte einen weissen Cirkel, oder statt dessen ein paar weisse Streifen hat, die sich in der Mitte senkrecht schneiden, damit man die Mitte der Tafel in der Ferne genau wahrnehmen
259 könne. Wenn nun in A die Nivellirwage, in B eine
Fig. Stange mit der Tafel steht, und E die Mitte ist, welche der horizontale Gesichtsstrahl CD trift; so kann man die Höhen BE und AF messen, woraus von A bis B das Gefälle $BG = BE - AF$ gefunden wird. Man kann auch die Nivellirwage bey A ohngefehr in die Mitte zwischen zwey Stationen K und B bringen, damit man durch CD nach E und wieder zurück durch DC nach H visiren könne. Die Tafel läßt man an jeder Stange durch einen Gehülfen so befestigen, daß in E und H ihre Mitte sey. Nun mißt man BE und HK, und findet das Gefälle von K nach $B = BE - HK$.

Der 3. Zusatz.

42. Auf diese Art kann man von Station zu Station fortfahren. Wenn alsdenn die Entfernung von der ersten Station etwas beträchtlich wird; so muß man auch von dem so gefundenen Gefälle noch die Senkung des wahren Horizonts unter den scheinbaren abziehen. (38. §.) Nach Picards Erdmessung (241. §. Astron.) ist der Erddurchmesser 6538594 Toisen, und man findet

auf

auf eine Weite AB		die Senkung BD d. w. Hor.		
von 50	Toisen	0 Fuß	0 Zoll	$\frac{1}{3}$ Lin.
100	"	0 "	0 "	$1\frac{1}{3}$ "
200	"	0 "	0 "	3 "
300	"	0 "	1 "	0 "
400	"	0 "	1 "	$9\frac{1}{3}$ "
500	"	0 "	2 "	9 "
1000	"	0 "	11 "	0 "
2000	"	3 "	8 "	0 "
3000	"	8 "	3 "	0 "
4000	"	14 "	8 "	0 "

Wenn man auch nach neuern Bestimmungen 258 (36. §.) den Erddurchmesser um den 1268sten Theil Fig. grösser annehmen wollte; so würde es doch die hier c. für BD aufgeführten Zahlen nicht sehr merklich ändern: die letzte allererst würde um 0,1388 Zoll, oder $1\frac{2}{3}$ Linien grösser ausfallen.

Eine Verbesserung dieser so berechneten Senkung ist aber noch wegen der Strahlenbrechung nöthig, weil der Beobachter in A, der nach der Lage AD die Augenaxe richtet, nicht den Punct D, sondern einen andern niedriger liegenden Punct E siehet. (27. §.) Dieserwegen erscheint E im scheinbaren Horizont AD, und die Senkung des wahren Horizonts unter dem scheinbaren, welche man vom gefundenen Gefälle abziehen muß, ist eigentlich nicht BD, sondern BE. Nach H. Lamberts Untersuchungen (28 §.) ist $BE = \frac{6}{7}$ BD. (M. s. Picards Abhandlung vom Wasserwägen mit neuen Beyträgen von J. H. Lambert, Berlin 1770. im 51. und 54 §.) Für AB = 4000 Toisen ist also BE = 12 Fuß $6\frac{6}{7}$ Zoll.

Der 4. Zusatz.

258 43. Im 22. §. war $x = \frac{a^2}{2r}$, oder $BD = \frac{AB^2}{2r}$,
Fig. c. also ist umgekehrt $AB = \sqrt{2r} \cdot BD$. Daraus findet man, wie weit sich auf der sphärischen Erde der Gesichtskreis erstrecke, wenn die lothrechte Höhe BD des Auges gegeben ist. (Man vergleiche den 19. §. Opt.) Nimmt man $BD = 1$ Toise, so findet man $AB = 2557$ Toisen. Uebrigens verhält sich die Entfernung AB wie die Quadratwurzel aus der Höhe BD.

Die 9. Erklärung.

44. Die künstliche Erdkugel ist in ihrer Einrichtung der künstlichen Himmelskugel ganz ähnlich. Sie ist um eine Axe beweglich, welche die Erdaxe mit ihren Polen vorstellet: auf derselben ist nicht allein der Aequator mit seinen Parallelkreisen von 10 zu 10, oder auch wohl von 5 zu 5 Graden verzeichnet, sondern auch die Meridiane von 10 zu 10 Graden, oder auf grössern Kugeln von 5 zu 5 Graden. Einer von den Meridianen wird für den ersten angenommen, so kann hiernächst ein jeder Ort dessen Länge und Breite bekannt ist, auf der Kugel verzeichnet werden.

Die 10. Erklärung.

45. Geographische Universalkarten stellen eine völlige Halbkugel der Erde vor, Specialkarten aber nur besondre Landschaften. Es sind eigentlich perspectivische Zeichnungen, oder Projectionen entweder der völligen Halbkugelfläche, oder eines Theils von ihr, mit den dazu gehörigen Meridianen und Parallelkreisen.

Die 11. Erklärung.

46. Es sey DE der Durchmesser eines grösten Kreises der Kugel ODHE, und OH die zu diesem Kreise gehörige Axe der Kugel. Das Auge O befindet sich in dieser Axe, und die Kugel sey an der Seite offen, die dem Auge zugekehrt ist, damit das Auge in die innere Höhlung hinein sehen könne: der zur Axe OH gehörige gröste Kreis sey die Tafel, AKLB ein zur Halbkugel DAHE gehöriger Kugelschnitt, (318. Geom.) und FMGN seine Projection auf der Tafel: so wird die Figur dieser Projection noch von der Entfernung des Auges O von der Tafel abhängen. Nimmt man diese Entfernung des Auges unendlich groß an, so ist die Projection orthographisch. (43. §. Perspectiv.) Wenn aber die Entfernung des Auges dem Halbmesser der Kugel gleich ist, so nennt man es die sterrographische Projection des Kugelschnittes. 260 Fig.

Der 1. Lehrsatz.

47. Wenn über der graden Linie *BD* eine krumme Linie *BAD* nach diesem Gesetz verzeichnet ist, daß die lothrechte Linie *AE* aus jedem Punct *A* der krummen Linie zwischen den beyden Stücken *BE*, *DE*, der graden Linie eine mittlere geometrische Proportionallinie ist; so ist die krumme Linie ein Kreis, und *BD* sein Durchmesser. 47 Fig.

Beweis. Man halbire BD in C, und setze BC $= CD = a$, $CE = x$, $EA = y$, so ist $BE = a + x$, $DE = a - x$, und vermöge der Voraussetzung $a + x : y = y : a - x$. Daraus folgt $(a+x)(a-x) = yy$, also ferner $a^2 - x^2 = y^2$, und $x^2 + y^2 = a^2$. Man ziehe CA, so ist $CA^2 = x^2 + y^2$,

$+ y^2$, mithin $CA^2 = a^2$, und $CA' = a$, folglich die krumme Linie ein Kreis, $CB = CD$ der Halbmesser, und BD der Durchmesser.

Der 2. Lehrsatz.

250 Fig. 48. Die stereographische Projection *FMGN* eines Kugelschnittes *AKBL* ist ein Kreis, die Projection der Axe dieses Kugelschnitts läuft durch den Mittelpunct der Tafel und steht auf der Durchschnittslinie senkrecht, worin die Ebene des Kugelschnittes und die Tafel einander schneiden.

Beweis. Die Projection FMGN ist ein Schnitt des Gesichtskegels OAB, in dessen Fläche alle Strahlen liegen, die vom Umfange des Kreises AKBL ins Auge kommen. Es sey I der Mittelpunct dieses Kreises, also C*I*p seine Axe: so wird eine Ebene durch HC*p* gelegt den grösten Kreis ADOE der Kugel geben, und dieser wird nicht allein die Ebene des Kreises AKBL, sondern auch seiner Projection FMGN senkrecht schneiden, (261. §. Geom.) so daß AB und FG die Durchschnittslinien sind. Es sey M ein Punct im Umfange der Projection, wo man will, und MP auf FG senkrecht: so ist zugleich MP auf der Ebene ADOB senkrecht. (263. §. Geom.) Durch P ziehe man QR mit AB parallel, also auf C*p* senkrecht, so ist die Ebene MPR auf ADOB senkrecht (261. §. Geom.) und eben darum schneidet sie auch C*p* senkrecht: (263. §. Geom.) folglich ist diese Ebene MPR mit AKBL parallel, (269. §. Geom.) und die Durchschnittsfigur MQNR mit dem Gesichtskegel ist ein Kreis: (293. §. Geom.) folglich ist $PM^2 = PQ . PR$. (179. §. Geom.)

Fer-

Ferner ist OCE = R = OBH, und die Dreyecke COG, BOH haben den Winkel an O gemein, folglich ist CGO = BHO = BAO (130. §. Geom.) = ORQ. (101. §. Geom.) Ueberdem ist GPQ = FPR, (20. §. Geom.) also sind die Dreyecke PQG, PFR einander ähnlich, und es ist PQ : PG = PF : PR, folglich PQ . PR = PG . PF, mithin ferner PM^q = PG . PF, und daraus folgt, daß FMGN ein Kreis sey. (30. §.) Noch ziehe man O*p*, so liegt O*p* mit CE in einerley Ebene ODAB, und CE wird von O*p* in π geschnitten. Alsdenn ist π die Projection des Pols *p*, und Cπ die Projection der Axe C*p*. Die Ebenen AKBL, FMGN gehörig erweitert schneiden einander in einer graden Linie TV die durch den Punct S geht, worin AB und CE zusammen laufen. Diese Durchschnittslinie TV ist auf der Ebene ADOB senkrecht, also mit PM parallel. Weil nun Cπ auf PM senkrecht ist, so ist Cπ auch auf der Durchschnittslinie TV senkrecht, worin die Ebenen AKBL, FMGN einander schneiden.

Zusatz.

49. Man setze den Bogen O*q* = H*p* = α, und A*p* = B*p* β; so ist α der Abstand des Auges vom Pol des Kugelschnittes AKBL, und β der Abstand der Peripherie dieses Schnittes von ihrem Pol. Weil nun die rechtwinklichten Dreyecke OCF, AOH, so wie OCG, OBH, einander ähnlich sind; so hat man OA : AH = OC : CF, OB : BH = OC : CG, folglich $CF = \frac{AH}{OA} . OC$, $CG = \frac{BH}{OB} . OC$, und man findet den Durchmesser der Projection FG =

$CF + CG = \left(\frac{AH}{OA} + \frac{BH}{OB}\right) . OC.$ Ferner ist $AOH = \frac{1}{2} ACH = \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$, $BOH = \frac{1}{2} BCH = \frac{1}{2}(\beta + \alpha)$, folglich $CF = \frac{OC . \text{tang } \frac{1}{2}(\beta - \alpha)}{\text{sin tot}}$, $CG = \frac{OC . \text{tang } \frac{1}{2}(\beta + \alpha)}{\text{sin tot}}$, und $FG = \frac{\text{tang } \frac{1}{2}(\beta - \alpha) + \text{tang } \frac{1}{2}(\beta + \alpha)}{\text{sin tot}} . OC.$ Für die Entfernung der Projection π des Pols p vom Mittelpunct der Tafel hat man $C\pi = \frac{OC . \text{tang} . CO\pi}{\text{sin tot}}$ also $C\pi = \frac{OC . \text{tang } \frac{1}{2}\alpha}{\text{sin tot}}$.

Die 12. Erklärung.

50. Wenn der Aequator für die Tafel angenommen wird, und das Auge im Pol des Aequators seine Stelle erhält, so nennt man es die **Polar-Projection der Kugel.** Wenn aber die Ebene eines Meridians für die Tafel angenommen wird, und das Auge im Umfange des Aequators steht, so giebt das die **äquatorische Projection.** Jeder andre gröste Kreis der Kugel ist zugleich der Haupthorizont der beyden Oerter, wo seine Pole hinfallen. Wenn also das Auge in dem einen Pol stehet, welcher als das Nadir angesehen wird, so ist der andre Pol das Zenith für den Horizont, welcher die Tafel abgiebt, und das hat den Nahmen der **stereographischen Horizontalprojection** veranlasset.

Der

Der 1. Zusatz.

51. Die Polarprojectionen aller Meridiane sind grade Linien, die sich im Mittelpunct der Tafel unter eben so grossen Winkeln, wie die Meridiane selbst schneiden. Die Projectionen der Parallelkreise haben mit der Tafel einerley Mittelpunct und ihr Halbmesser ist $= \frac{r \,.\, \text{tang } \frac{1}{2}\beta}{\text{sin tot}}$, wenn r den Halbmesser der Kugel bezeichnet. Daraus folgt eine ganz leichte Verzeichnung der Polarprojection der Kugel. Man nehme den Halbmesser CA der Tafel, welcher mit dem Halbmesser der Kugel einerley ist, willkührlich an, zeichne damit einen Kreis, der die Tafel vorstellt, und theile ihn in gleiche Bogen DH, HK, KL, u. s. f. so sind die Halbmesser CH, CK, CL, die Projectionen sovieler Meridiane, die unter den Winkeln DCH, HCK, KCL, u. s. f. gegen einander geneigt sind. Um die Projection eines Parallelkreises zu zeichnen, nehme man auf dem Quadranten DA einen Bogen DP von sovielen Graden, als der Abstand des Parallelkreises von seinem hinter der Tafel liegenden Pol fasset, und ziehe EP; so ist DP $= \beta$, und es wird CM $= \frac{r \,.\, \text{tg} \,.\, \frac{1}{2}\beta}{\text{sin tot}}$: also ist CM der Halbmesser der Projection, und C ihr Mittelpunct. 262 Fig.

Der 2. Zusatz.

52. Weil die Meridiane gröste Kreise sind, so ist für sie allemahl $\beta = 90°$ und man erhält CF $= \frac{r \,\text{tg} \,.\, \frac{1}{2}(90° - \alpha)}{\text{sin tot}}$, CG $= \frac{r \,\text{tg} \,.\, \frac{1}{2}(90° + \alpha)}{\text{sin tot}}$, (32. §.) Der Pol der Parallelkreise ist vom Auge

um 90° entfernt, wenn dasselbe im Aequator steht: also hat man für die äquatorische Projection eines Parallelkreises $CF = \frac{r \text{ tg} . \frac{1}{2} (B - 90°)}{\text{sin tot}}$, $CG = \frac{r \text{ tg} \frac{1}{2} (B + 90°)}{\text{sin tot}}$, oder $CF = - \frac{r \text{ tg} . \frac{1}{2} (90° - B)}{\text{sin tot}}$

$CG = \frac{r \text{ tg} \frac{1}{2} (90° + B)}{\text{sin tot}}$. Wenn nemlich der Winkel $CSB = 90°$ wird, so fällt F an der andern Seite von C, und CF erhält die entgegen gesetzte Lage. Alsdenn ist der Durchmesser der Projection $= (CG - CF) = \frac{r (\text{tg} \frac{1}{2} (90° + B) - \text{tg} \frac{1}{2} (90° - B))}{\text{sin tot}}$.

Der 3. Lehrsatz.

263 53. Wenn zwey Winkel oder Kreisbogen Fig. *AB* und *EB* einander zu 90° ergänzen, und *EB* > *AB* ist; so hat man tg. *EB* = sec *(EB − AB)* + tg *(EB − AB)*, und tg. *AB* = sec *(EB − AB)* − tg *(EB − AB)*.

Beweis. Man nehme $BM = AB$, so ist $EM = EB - AB$ und $EK = \text{tg.} (EB - AB)$. Man nehme ferner $EG = AB$, so ist $BG = EB - AB = EM$, und $EH = AD = \text{tg. } AB$. Noch sey $EN = EM = BG$, also $EL = EK$, und $KL = 2\text{tg.} (EB - AB)$: so ist $ACB = BCM$, $ACB = CFE$; (101. §. Geom.) also $CFE = BCM$, und $KF = CK = CL$, folglich auch $KF + EK$ oder $EF = CK + EK$, d. i. $\text{tg. } EB = \text{sec } (EB - AB) + \text{tg. } (EB - AB)$.

Ueberdem ist $AB = EG$, $BG = EN$, also $AG = GN$, und $ACH = HCL$, auch ist $ACH = CHL$, (101. §. Geom.) also $CHL = HCL$ und $LH = CL$, oder $EH + EL = CL$, folglich EH oder AD = CL

$= CL - EL$, d. i. tg. $AB = \sec (EB - AB) -$ tg. $(EB - AB.)$

Zusatz.

54. Man setze $EB - AB = \alpha$, so ist überdem $EB + AB = 90°$, folglich $EB = 45° + \frac{1}{2}\alpha$, und $AB = 45° - \frac{1}{2}\alpha$. (100 §. Rech.) Wenn diese Werthe anstatt EB und $EB - AB$ im 52 §. gebraucht werden, so erhält man $\text{tg.}(45° + \frac{1}{2}\alpha) = \sec \alpha + \text{tg}\,\alpha$, $\text{tg}\,(45° - \frac{1}{2}\alpha) = \sec \alpha - \text{tg.}\,\alpha$. Daraus folgt $\text{tg}\,(45° + \frac{1}{2}\alpha) + \text{tg}\,(45° - \frac{1}{2}\alpha) = 2\sec \alpha$, und $\text{tg}\,(45° + \frac{1}{2}\alpha) - \text{tg}\,(45° - \frac{1}{2}\alpha) = 2\text{tg.}\,\alpha$: mithin ist im 51. §. $\frac{1}{2}(CF + CG) = \frac{r \sec \alpha}{\text{sin tot}}$ der Halbmesser der Projection eines Meridians, und der Halbmesser der Projection des Parallelkreises $\frac{1}{2}(CG - CF) = \frac{r \text{ tang } \beta}{\text{sin tot}}$.

Die 3. Aufgabe.

55. Die äquatorische Projection der Meridiane und Parallelkreise auf der Tafel zu entwerfen.

Aufl. Mit dem Halbmesser $CP + r$ zeichne man den Kreis, welcher den ersten Meridian, und zugleich die Tafel vorstellet, und theile ihn mit den Durchmessern DE, PQ, in vier Quadranten: so ist PQ die Projection der Weltaxe, und zugleich des Meridians, welcher den ersten Meridian rechtwinklicht schneidet, wenn DE die Projection des Aequators vorstellet. Ueberdem ist PQ die Durchschnittslinie aller Meridiane mit der Tafel; also liegen die Mittelpuncte ihrer Projectionen in DE. Man theile die Quadranten PD, PE, und P nach D und E in ihre Grade, auch eben so die Quadranten QD, QE, von Q nach D und E, 261 Fig.

E. Das Auge steht im Pol des ersten Meridians FDQE, und seine Entfernung vom Pol eines jeden andern Meridians ist dem Winkel gleich, unter welchem dieser den ersten Meridian schneidet. Dieser Stundenwinkel sey also $= \alpha$. Man nehme $DR = ES = \alpha$, so ist $PR = 90° - \alpha$, $PS = 90° + \alpha$. Man ziehe QR, QS, welche DE in F und G schneidet, so ist $CF = \frac{r \operatorname{tg} \frac{1}{2}(90° - \alpha)}{\text{sin. tot.}}$, $CG = \frac{r \operatorname{tg} \frac{1}{2}(90° + \alpha)}{\text{sin. tot.}}$: mithin ist FG der Durchmesser der Projection, den man also in A halbiren kann, um aus dem Mittelpunct A mit dem Halbmesser $AF = AG$ die Projection PFQ zu verzeichnen. (35. §.) Eben der Mittelpunct A und Halbmesser AF wird auch noch bequemer so gefunden. Es ist $CA = \frac{1}{2}(CG - CF) = \frac{1}{2} r \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(90° + \alpha) - \operatorname{tg} \frac{1}{2}(90° - \alpha)}{\text{sin. tot.}}$ (35. §.), also $CA = \frac{r \operatorname{tang} \alpha}{\text{sin. tot.}}$. (37. §.) Man nehme also $QB = 2\alpha$, ziehe PB, so ist $CA = \frac{r \operatorname{tang} \alpha}{\text{sin. tot.}}$, $AP = \frac{r \operatorname{sec} \alpha}{\text{sin. tot.}}$, und man hat beydes zugleich den Mittelpunct A und Halbmesser $AP = AF$ der Projection. (37. §.)

Die Durchschnitte der Parallelkreise und der Tafel sind mit DE parallel: also liegen die Mittelpuncte ihrer Projectionen in CP. Demnach nehme man $EH = 90° - \beta$, $EK = 90° + \beta$, ziehe DH, DK; so ist $Cf = \frac{r \operatorname{tg} \frac{1}{2}(90° - \beta)}{\text{sin. tor.}}$, $Cg = \frac{r \operatorname{tg} \frac{1}{2}(90° + \beta)}{\text{sin. tot.}}$, und fg ist der Durchmesser

der

der Projection, (35. §.) den man in *a* halbirt, um sie aus dem Mittelpunct *a* mit dem Halbmesser *af* = *ag* zu verzeichnen. Alsdenn ist $Ca = \frac{1}{2}(Cg + Cf) = \frac{1}{2}r \cdot \frac{tg\frac{1}{2}(90° + \beta) + tg\frac{1}{2}(90° - \beta)}{\text{sin. tot.}} = \frac{r \text{ sec.} \beta}{\text{sin. tot.}}$: (37. §.) mithin kann man noch vortheilhafter den Halbmesser CH, und durch H eine Tangente der Tafel auf CH senkrecht ziehen, so ist *a* der Mittelpunct, und *a*H = *af* der Halbmesser der Projection. Denn nun ist $Ca = \frac{r \text{ sec } \beta}{\text{sin. tot.}}$, und $Ha = \frac{r \text{ tg} \cdot \beta}{\text{sin. tot.}}$ ist der Halbmesser. (37. §.)

Allgemeine Anmerkungen.

56. Die unumgänglich nothwendige Kürze, worin ich mich einschränken muß, macht es nothwendig, bey diesen Proben davon, wie man die Kugelprojectionen zeichnet, es bewenden zu lassen; vollständigere Untersuchungen darüber findet man im VII Theil meines Lehrbegriffes der Mathematik im XIX bis XXVII Abschnitt. Wenn die geographische Länge und Breite eines Ortes bekannt ist, so wird seine Stelle, die er auf der Charte einnehmen muß, leicht gefunden, weil es diejenige ist, wo der Meridian des Ortes und sein Parallelkreis einander schneiden. Die Seekarten sind gewöhnlich nicht dergleichen perspectivische Entwürfe der Erdfläche, und das hat seinen Grund in dem besondern Gebrauch, welchen der Schiffer von solchen Karten macht. Soviel thunlich segelt der Schiffer von einem Orte zum andern nach einerley Compaßstrich, und alsdenn schneidet der Weg des Schiffes, welcher die Loxodromie genannt wird, alle Meridiane unter einerley Winkel. Diese Linie soll der Schiffer auf seiner Karte leicht finden können, eine grade Linie, die er auf der Karte von einem Orte zum andern ziehet, soll ihm den Compaßstrich angeben, welchen er zu halten hat. Dadurch sind zuerst die so genannten Plankarten veranlasset worden, welche eigentlich

nur dienen können, kleine Gegenden der Erd- und Wasserfläche vorzustellen, so lange die Krümme der Erde nicht zu sehr merklich wird. Die Meridiane werden durch grade Linien vorgestellet, die einander parallel laufen, und die Parallelkreise ebenfalls durch grade Linien, welche jene rechtwinklicht schneiden.

57. Die Länge der Grade der Parallelkreise nimmt gegen die Pole zu immer mehr ab, da im Gegentheil die Grade der Meridiane immer einerley Länge behalten. Das Verhältniß der Grade der Meridiane zu den Graden eines Parallelkreises in gegebener Breite ist einerley mit dem Verhältnisse des ganzen Sinus zum Cosinus der Breite. Bey Verzeichnung solcher Seekarten, die grosse Gegenden vorstellen sollen, muste man hierauf nothwendig Rücksicht nehmen, ob man gleich auch davon nicht abgehen konnte, die Meridiane als grade Parallellinien vorzustellen, wenn die loxodromischen Linien auf der Karte grade Linien bleiben sollten. Dies hat die Erfindung der reducirten Karten veranlasset. Ein Engelländer, Eduard Whrigt, verfiel zuerst darauf, und Mercator brachte die Sache mit allem Fleiß zur Ausführung. Weil die Meridiane parallele grade Linien bleiben sollten, so muste man nothwendig die Grade aller Parallelkreise mit den Graden des Aequators von gleicher Grösse verzeichnen. Damit aber doch in jeder Breite das richtige Verhältniß der Grade des Parallelkreises gegen die Grade des Meridians beobachtet werde, ließ man die Grade der Meridiane gegen die Pole zu in eben den Verhältnissen wachsen, in welchen die Grade der Parallelkreise hätten abnehmen sollen. Dieserwegen verhält sich auf solchen Karten in einer gegebenen Breite der Grad des Parallelkreises zum Grade des Meridians, wie der Cosinus der Breite zum ganzen Sinus, oder wie der ganze Sinus zur Secante der Breite. Weil nemlich in der 89 Figur die Dreyecke ACT, BCD, einander ähnlich sind, so ist CD : CB = CA : CT, oder cos : sin tot = sin tot : sec. Auf dergleichen Karten können die Länder, Inseln und Meere zwar nicht in ihrer wahren Gestalt erscheinen: sie bleiben aber dessen ungeachtet dem Schiffer auf seinen Seereisen zu dem besondern Gebrauch, welchen er davon machen kann, sehr dienlich.

Kur-

Kurzer Begriff
der
Architectonischen
Wissenschaften.

Erste Gründe der bürgerlichen Baukunst.

Die 1. Erklärung.

1. Die bürgerliche Baukunst giebt von demjenigen Unterricht, was man wissen muß, um feste, nach der jedesmahligen Absicht bequem eingerichtete, auch schön ins Auge fallende Gebäude aufzuführen.

Anmerkung.

2. Die ausübende Baukunst, wie der Nahme schon anzeigt, ist von dem, was man Bauwissenschaft nennen könnte, ohngefehr so unterschieden, als die ausübende Tonkunst von der theoretischen Tonwissenschaft. So wenig man die ausübende Tonkunst deßwegen als eine mathematische Wissenschaft ansehen kann, weil es eine allgemeine mathematische Theorie von Berechnung der Töne giebt: so wenig kann auch die ausübende Baukunst darum für eine mathematische Wissenschaft angenommen werden, weil die allgemeinen Lehren der Rechenkunst, Geometrie und der Mechanischen Wissenschaften dabey ihre Anwendung finden.

Der 1. Grundsatz.

3. Der Boden, auf welchem das Gebäude stehen soll, muß entweder schon seine natürliche Festigkeit haben, oder man muß ihm durch die Kunst zu helfen suchen.

Der 1. Zusatz.

3. Nur selten wird man das Gebäude auf einem Felsen aufführen können: aber auch selbst der Fels liegt nur darum feste genug, weil er sich seit undenklichen Jahren in den lockern Erdboden tief genug eingesenkt hat, und weil sein Gewicht durch die Last des Gebäudes nicht beträchtlich vermehrt wird. Allemahl wird eine auf der lockern Erde liegende Last, so lange nach und nach einsinken, bis der Druck der Last mit dem Gegendruck des Bodens ins Gleichgewicht kommt.

Der 2. Zusatz.

5. In Ansehung dieses Erfolgs hat der weiche Erdboden einige Aehnlichkeit mit einer flüßigen Masse, worin sich ein specifisch leichterer fester Körper wegen des von der Flüßigkeit herrührenden Gegendrucks nur bis auf eine gewisse Tiefe eintaucht. (28. §. Hydrost.) Das Maaß des specifischen Gewichts einer flüßigen Masse worin sich die Last bey gleicher Figur, Grösse und Gewicht eben so tief als in den weichen Erdboden senkt, könnte man also zugleich für das Maaß der Festigkeit des Bodens annehmen.

Der 2. Grundsatz.

6. Je grösser die Fläche des Bodens ist, worauf man einerley Last vertheilt hat, desto weniger trägt jede Stelle des Bodens von gegebener Grösse. Der Druck, den jede Stelle leidet, verhält sich wie die Last, und umgekehrt wie die Grundfläche. Wenn eine Last von 100000 Pfunden über 100 Quadratfuß Fläche gleichförmig vertheilt ist; so trägt jeder Quadratfuß 1000 Pfund. Wäre aber die Last über 200

Quadratfuß gleichförmig vertheilt; so trüge jeder Quadratfuß nur 500 Pfund.

Die 1. Aufgabe.

7. Die Last hat die Figur eines rechtwinklichten Parallelepipedi, sie steht lothrecht auf dem Erdboden, ihr Gewicht, ihre Grundfläche und die Tiefe, um welche sie sich gesenkt hat, sind gegeben: man soll die Festigkeit des Bodens finden.

Aufl. Man setze das Gewicht der Last $= p$, ihre Grundfläche $= b^2$, die Tiefe des Einsinkens $= a$, das Gewicht eines Cubicfusses einer solchen flüßigen Masse $= q$, worin die Last eben so tief sinken würde: so ist die körperliche Grösse des eingetauchten Theils $= ab^2$, und dieser mit q multiplicirt muß dem Gewicht der Last gleich seyn. (28. §. Hydrost.) Demnach erhält man $p = ab^2q$, folglich $q = \frac{p}{ab^2}$, und das ist das Maaß der Festigkeit des Bodens. (5. §.)

Der 1. Zusatz.

8. Wäre die Festigkeit des Bodens bekannt, so fände man die Tiefe des Einsinkens $a = \frac{p}{b^2q}$.

Der 2. Zusatz.

9. Das Gewicht des Parallelepipedi müste sehr ansehnlich seyn, wenn es sich in einem nur mäßig festen Boden um eine beträchtliche Tiefe einsenken sollte. Läßt man dagegen ein etwas schweres Gewicht auf das Parallepipedum herab fallen, so wird selbiges dadurch in die Erde hineingetrieben, und es läßt sich aus mechanischen Gründen beweisen, daß der Widerstand des Bodens gefunden werde, wenn man das Gewicht mit der Höhe des Falles mul-

multiplicirt, und mit dem Product der Grundfläche in die Tiefe des Einsinkens dividirt. (Die Gründe hievon findet man im 4ten Theile des Lehrbegriffes im XVI. Absch. 248 — 252. §. der Mech.)

Der 3. Grundsatz.

10. Die Baumaterialien müssen nicht allein für sich schon hinlänglich feste, sondern auch so beschaffen seyn, daß sie von der freyen Luft und der so mannigfaltig abwechselnden Witterung nicht leicht zerstört und ihrer Festigkeit beraubet werden.

Der 1. Zusatz.

11. Stein und Holz sind es vornemlich, welche diese Eigenschaften besitzen. Man braucht natürlich gewachsene, auch durch Kunst gemachte Backsteine, wohin die Mauersteine und Dachziegel gehören. Steine, die man durch Zersprengung eines Felsens erhält, heissen Bruchsteine, und Quadersteine, wenn ihnen durchs Behauen die Figur eines rechtwinklichten Parallelepipedi gegeben ist. Unter den mancherley Holzarten dienen vornemlich an nassen Orten das Eichene, Erlen, Weißbüchen und Föhrenholz: an trockenen Orten, Eichen, Föhren, Tannen und Fichten.

Der 2. Zusatz.

12. Holz und Steine müssen unter einander verbunden werden, um ein Gebäude daraus aufzuführen. Dazu ist schon dienlich, dem Holz auch den Steinen eine solche Figur zu geben, daß sie in einander greifen, und wegen ihrer Figur einander nicht leicht ausweichen können. Zur noch festern Ver-

bin-

bindung dienen überdem Kalk und Leimen. Von den Kalksteinen, aus welchen der Kalk gebrannt wird, geben die weichesten den Spaar- oder Gypskalk, die härtesten den Leder- oder Bitterkalk.

Der Spaarkalk bindet gleich, sobald er naß geworden ist, und wird gleich hart: man mischt ihn mit Sande, damit er weiter reichen möge. Der Lederkalk bindet besser, wenn er mit Sande vermischt ist, und er heißt alsdenn Mörtel. Cement ist eine Mischung aus Kalk mit zerstossenen Ziegelsteinen und derselbe ist vornehmlich zu Gebäuden im Wasser dienlich.

Die 2. Erklärung.

13. In den meisten Fällen wird ein Gebäude in mehrere theils zur Wohnung theils zu andern Absichten bestimmte Zimmer vertheilt: daher kommt es, daß man die äussere **Umfassungsmauer**, von den innern Schiedewänden unterscheidet. Wenn auf dem Bauplatz vielleicht nicht Raum genug ist, soviele Zimmer als nöthig sind, neben einander anzulegen, oder auch vielleicht andre Ursachen hinzu kommen, so bauet man mehr Geschosse oder Etagen über einander. Halbgeschosse bauet man nicht gern unter 7 Fuß, ganze Geschosse nicht unter 11 Fuß hoch.

Der 1. Zusatz.

14. In mehrern über einander gebaueten Geschossen müssen die Mauern lothrecht über einander stehen, und die nächst untere muß allemahl etwas stärker, als die obere, also die unterste am stärksten seyn, welche die Grundmauer heißt. Mauern, die von der Seite her dem Windstosse, oder sonst einem starken Druck ausgesetzt sind, verstärke

man

man durch Strebemauern: auch läßt man wohl die Querschnitte der Mauer gegen ihre untere Grundfläche zu grösser werden, da dann die Abweichung der Seitenflächen von der lothrechten Stellung das Mauerrecht heißt. Man erhält dadurch zugleich den im 6. §. erwehnten Vortheil der vergrösserten Grundfläche.

Der 2. Zusatz.

15. Wenn gleich die Materialien an sich gut und auch fest mit einander verbunden sind; so muß doch vermöge der Erfahrung die schwächste Mauer von Backsteinen bei einer Höhe von 12 Fuß nicht unter 2 Fuß eine Mauer von Bruchsteinen nicht unter 2 Fuß 4 Zoll Dicke haben. Bey mehrern Geschossen übereinander muß die nächstuntere Umfassungsmauer 3 bis 4 Zoll stärker seyn, als die nächstobere. Den Scheidewänden giebt man $\frac{2}{3}$ der Dicke der Umfassungsmauern. Bey einem aus Backsteinen aufzuführenden Gebäude von 3 Etagen erhält also die Umfassungsmauer der obersten Etage 2 Fuß, der zweyten von oben herunter 2 Fuß 3 Zoll, der dritten 2 Fuß 6 Zoll, und die obere Fläche der Grundmauer 2 Fuß 9 Zoll. Wären es Bruchsteine, so erhielte die oberste Mauer 2 Fuß 4 Zoll Dicke, die zweite 2 Fuß 8 Zoll, die dritte 3 Fuß, und die obere Fläche der Grundmauer 3 Fuß 4 Zoll. Die Grundmauer erhält allemahl ein starkes Mauerrecht, so daß die Dicke auf jede 3 Fuß Höhe um 1 Fuß verstärkt wird.

Der 3. Zusatz.

16. Die Festigkeit eines Gebäudes hängt vornemlich von der Grundmauer ab. Wäre es möglich

lich ein ganzes Gebäude auf einmahl auf einen sonst ebenen, aber nicht völlig felsenfesten Boden zu setzen, so würde es sich bis auf eine gewisse Tiefe einsenken, so lange bis alles mit dem Wiederstande des Bodens im Gleichgewicht wäre. Eben so tief müste man den Graben für die Grundmauer machen, aber auch sobald die Grundmauer aufgeführt ist, den übrigen Raum wieder eben so dichte und feste als vorher wieder mit Erde ausfüllen lassen. Das hiernächst über der Grundmauer aufgeführte Gebäude würde sich nun nicht mehr tiefer senken.

Die 2. Aufgabe.

17. Die Festigkeit des Bodens ist durch Versuche gefunden, auch ist die Last des ganzen Gebäudes gegeben: man soll finden, wie tief die Grundmauer seyn muß, um das Sinken des Gebäudes zu verhüten.

Aufl. Es sey AB $= c$ die obere Dicke der Grund- 265
mauer, AC $= x$ die Höhe oder Tiefe, EF $=$ CD Fig.
$+$ 2 DE die untere Dicke, und 2 DE $= m$. AC;
so wird m durch das Mauerrecht bestimmt, und es ist gewöhnlich $m = \frac{1}{3}$. (15. §.) Weiter sey das Gewicht des Gebäudes $= p$, die Länge der Mauer $= l$, die Festigkeit des Bodens $= q$; so ist $q = \frac{p}{x \,.\, \mathrm{EF} \,.\, l}$ (§. 7.) der Voraussetzung gemäß vermöge eines Versuchs bekannt, also auch x . EF .

$= \frac{p}{q \,.\, l.}$ Ueberdem ist DE $+$ CF $=$ 2 DE $=$ m . AC, also EF $- c = mx$, und EF . $x - c$. $x = mx^2$. Weil nun EF . x bekannt ist, so setze man EF . $x = h^2$, und man erhält $mx^2 + cx = h^2$,

oder $m^2x^2 + c \cdot mx = mh^2$. Darum findet man $mx = \sqrt{(mh^2 + \frac{1}{4}c^2)} - \frac{1}{2}c$. (46. §. Allg. Rech.), also $EF = \sqrt{(mh^2 + \frac{1}{4}c^2)} + \frac{1}{2}c$, und $x = \frac{1}{m}(\sqrt{(mh^2 + \frac{1}{4}c^2)} - \frac{1}{2}c)$.

Der 1. Zusatz.

18. So läßt sich wenigstens übersehen, wie es möglich sey, die nöthige Tiefe der Grundmauer den Gründen der Theorie gemäß zu finden. M. s. H. Lamberts Anmerkungen über die Baukunst im 3 B. der Beyträge zum Gebrauch der Mathematik 35 bis 39. §, 353 — 358. S. In der Ausübung läßt man gewöhnlich mit einer Hacke versuchen, ob sie viel oder wenig in den Boden eindringt, und schätzt darnach die Festigkeit des Bodens. Nachdem man nun das Erdreich mehr oder weniger feste findet, giebt man der Grundmauer $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, von der Höhe der Hauptmauern des Gebäudes zur Tiefe.

Der 2. Zusatz.

19. Ein Boden, der aus rohen eckigten Felsenstücken bestehet, wenn sich derselbe wenigstens 10 Fuß in die Tiefe erstreckt, hält sehr feste, und wird einem zusammenhängenden Felsen gleich geschäzt. Im kleinern Kiese ist schon eine Grundmauer wenigstens von 4 bis 5 Fuß nöthig. Im morastigen Boden werden soviele Pfähle als möglich eingeschlagen, die Köpfe eben gemacht, der Raum dazwischen wird mit Schutt und kleinen Steinen ausgefüllet, und diese werden mit Gewalt zusammen gerammet. Auf die Köpfe der Pfähle wird hiernächst ein Rost aus Balken gelegt, die kreuzweise mit einander verbunden werden, und auf diese wird die Grundmauer gesetzet.

Die

Die 3. Erklärung.

20. Eine Decke von Steinen sie mag auf Pfeilern oder Mauern ruhen, die man hier Widerlagen nennt, heißt überhaupt ein Gewölbe: ihre untere Fläche kann eben oder auch gekrümmet seyn, und im letztern Fall erhält das Bogengewölbe von der Art der Krümmung einen eigenen Unterscheidungsnahmen. Die Figur kann einen Kugelabschnitt, oder auch ein Stück eines hohlen Cylinders vorstellen, da dann im ersten Fall der Nahme Kugelgewölbe, im letzten Fall Tonnengewölbe gebraucht wird. Wenn sich zwey Tonnengewölber kreuzweise schneiden, so wird daraus ein Kreuzgewölbe.

Zusatz.

21. In der 266. Figur stellet AFD den auf der Axe senkrechten Durchschnitt eines Tonnengewölbes, und AB, CD, die Widerlagen vor. Sollen die Steine EFGH, KLMN, so an einander gelegt werden, daß die Fugen EF, HG, KL, NM, gegen die Axe der Cylinderfläche zusammen laufen, die das Gewölbe vorstellet; so erhalten sie die Figur eines abgekürzten Keils. Jeder Stein strebt wegen seines Gewichts zu sinken, und die anliegenden aus einander zu treiben; die anliegenden Steine leisten wenigstens einigen Widerstand, auch so lange sie noch nicht mit Mörtel unter einander verbunden sind. Daher ist man veranlasset worden zu untersuchen, was das Gewölbe für eine Figur haben müsse, wenn es sich selbst durch sein eigenes Gewicht unterstützen soll, so daß kein Stein dem andern ausweichen würde, auch wenn man keinen Mörtel dazwischen brächte. 266. Fig.

Die 4. Erklärung.

22. Die grade Linie AB sey wagrecht, in A sey das eine und in B das andre Ende einer aus kleinen 267 Fig.

Gelenken bestehenden Kette befestiget, die übrigens frey herunter hängt. Diese Kette wird die Figur einer krummen Linie annehmen, die ganz in einer verticalen Ebene liegt, und den Nahmen der Kettenlinie erhalten hat.

Der 1. Zusatz.

23. Es sey D ein Glied der Kette, das vermöge seines Gewichts in der Verticallinie DP zu sinken strebt, ferner sey DQ eine Tangente der Kettenlinie und DR darauf senkrecht, PR aber mit DQ, und PQ mit DR parallel: so stellet DQ das relative Gewicht des Kettengliedes vor, wenn DP das absolute Gewicht vorstellet, und DR den senkrechten Druck. Nun sind nicht allein alle relative Gewichte der Kettenglieder, sondern auch die senkrechten Kräfte um deßwillen im Gleichgewicht weil ihre gemeinschaftliche Wirkung theils von dem, was die Kette in A und B hält, theils von dem Zusammenhange der Kettenglieder unter einander aufgehalten wird.

Der 2. Zusatz.

24. Man stelle sich vor, das Gewicht des Kettengliedes D wirke lothrecht aufwärts, nehme DS = DP, und verzeichne das dem vorigen entgegengesetzte Rechteck DVST; so erhellet, daß zwar die Glieder der Kette sich nicht würden im Gleichgewicht erhalten können, wohl aber Gewölbsteine statt der Kettenglieder, wenn sie wegen der keilförmigen Figur dem lothrechten Druck DV nicht nachgeben könnten, der seitwärts gehende Druck DT aber auf der Seitenfläche des keilförmigen Gewölbsteines senkrecht wäre. Die Figur der aufwärts gekehrten Kettenlinie, so daß die hohle Seite unten kommt, würde demnach für ein Gewölbe die vortheilhafteste seyn. Die Stei-

ne

ne müssen alsdenn so gehauen werden, daß die Fugen die Kettenlinie senkrecht durchschneiden, und das Gewölbe wird nun noch um so mehr Festigkeit erhalten, wenn die Steine in den Fugen mit Mörtel verbunden werden.

Der 3. Zusatz.

25. Die Widerlagen müssen nicht allein das Gewicht des Gewölbes tragen, sondern auch überdem noch einem Druck des Gewölbes gewachsen seyn, der diese Widerlagen von einander zu treiben strebt. Ein Bogen der aus einem einzigen völlig festen Stück bestünde, würde einen solchen Seitendruck nicht äussern: also würde es nicht nöthig seyn, den Widerlagen mehr Stärke zu geben, als nöthig wäre, das Gewicht des Gewölbes zu tragen, wenn der Mörtel oder Steinkütt die Gewölbsteine so fest verbände, als wenn der ganze Bogen aus einem festen Stück bestünde. Die Regeln, welche man bey den practischen Schriftstellern findet, um die nöthige Stärke der Widerlagen zu finden, leiden grösstentheils Einschränkungen. Die sicherste Regel wäre, das Gewölbe nach der Kettenlinie zu bauen, und diese bis zum Fundament zu verlängern, so würde man sehen, wie breit das Gewölbe auf dem Fundament werden würde, und darnach liesse sich die Stärke der Widerlage proportioniren. (M. s. Lamberts Anmerkungen, a. a. O. 68. u. f. §. 376. u. f. S.)

Die 5. Erklärung.

26. Um eine Wand aus Holzwerk zu verbinden, 264 legt man zuerst die Hauptschwelle AB auf der Grund- Fig. mauer wagrecht, darüber stellt man eine Reihe Pfosten, oder Stender, CD, EF, lothrecht, etwa 3 bis 4, und höchstens 8 bis 9 Fuß weit von einan-

der, oben darüber legt man das Plattstück, oder die Mauerplatte, GH. Die Pfosten sind oben und unten mit Zapfen versehen, welche in die Hauptschwelle und das Plattstück eingreifen. Jedes Paar Stender, wenn sie nicht über 12 Fuß hoch sind, bezapfet man noch mit zweenen horizontalen Riegeln, wie IK. Wo die Pfosten aber 4 Fuß und darüber von einander entfernt sind, zapfet man die Sturmbänder LM, NO, nach der Diagonallinie des Rechtecks ein, welches zwischen den Stendern mit der untern und obern Schwelle oder Riegel befindlich ist. Da wo Sturmband und Riegel einander schneiden, wie bey P, müssen sie Falzen haben, womit sie in einander greifen. Die zwischen dem Holzwerk leer gebliebenen Fächer füllt man hiernächst so mit Mauerwerk aus, daß die Backsteine auf die breite Seite gelegt werden. Von einer solchen Wand sagt man alsdenn, sie bestehe aus Fachwerk.

Die 6. Erklärung.

27. Jedes Geschoß in einem Gebäude muß seine eigene Decke haben. Wenn diese nicht gewölbt ist, so legt man mehrere Balken, wovon Q, R, die Köpfe vorstellen, oben auf den Plattstücken einander gegenüber stehender Wände in paralleler Lage höchstens 4 Fuß weit von einander. Diese Balken werden mehrerer Festigkeit wegen nicht allein in das Plattstück GH, sondern auch in die darüber liegende Lauffohle oder Saumschwelle ST eingelassen, wenn noch ein Geschoß darauf gesetzt wird. In die Zwischenräume der Balken werden Welgerhölzer gebracht, die man mit Stroh und Leimen umwickelt, und in die dazu dienlichen Falzen der Balken hineinschiebt. Geschaalte Decken bestehen aus ganz nahe

an

an einander gelegten Balken. Stichbalken nennt man solche, die in andre Balken eingezapfet sind, und Träger diejenigen, welche queer unter andre Balken gezogen werden, um diese gegen das Einbiegen oder Zerbrechen in Sicherheit zu setzen. Ein Balken AB, den man aus zweyen andern so zusammen setzt, daß in beyden Zacken gehauen werden, die genau in einander eingreifen, heißt ein Sprengwerk. Ein Hängewerk aber bestehet, aus zweyen parallelen Balken, in einer lothrechten Ebene, die wie AB, CD, vermittelst der Säulen EF, und Sturmbänder oder Streben GH so verbunden sind, daß sich einer allein nicht biegen kann, ohne den andern zugleich mit zu biegen. 268 Fig. 269 Fig.

Zusatz.

28. Die Hängewerke sind vornemlich beym Brückenbau sehr brauchbar.

Die 7. Erklärung.

29. Ein gutes Dach wird beym Gebäude vorzüglich erfodert, weil es das ganze Gebäude von oben her gegen Regen und Schnee schützen soll. Man giebt dem Thurmdach gewöhnlich die Figur einer Pyramide, eines Kegels, auch wohl sonst eines runden kugelähnlichen Körpers. Dächer auf andern Gebäuden, wenn sie zwey ebene gegen einander geneigte Flächen vorstellen, heißen Sattelдächer, oder deutsche Dächer; wenn sie aber aus vier Ebenen bestehen, welche nach allen vier Seiten des Gebäudes abhängig sind, so nennt man sie Zeltdächer, oder holländische Dächer. Altane sind so niedrige Dächer, daß man darauf umher gehen kann. Das französische oder mansardische Dach bestehet aus einem abgekürzten hohen Satteldach, mit

einem andern darüber erbaueten Satteldach oder Zeltdach).

Zusatz.

30. Wofern ein Gebäude mit dem menschlichen Körper einerley Symmetrie haben muß, und das Dach den Kopf vorstellet, so bauen die Italiäner nach dem besten Geschmack das Dach kleiner als alles andre. In Deutschland, sagt man, müssen die Dächer wegen des kältern Clima höher seyn, damit Regen und Schnee den Gebäuden nicht so sehr schade, welches in Italien nicht so sehr zu fürchten ist. Die hohen Dächer können bey manchen Gebäuden auch sonst noch andre Absichten haben, wie wenn daselbst noch mehrere Böden über einander angelegt werden.

Die 8. Erklärung.

270 Fig. 31. Es sey AB ein Balken von der Decke der obersten Etage, welcher beym hölzernen Gebäude auf dem Wandrahmen, beym gemauerten aber oben auf der Mauer mit Hülfe der Mauerlatten eingekammet ist, und sich auf jeder Seite 1 bis $1\frac{1}{2}$ Fuß über der Wand hinaus erstreckt. Hierüber setzt man vermittelst der Verzapfung oder Einlassung zwey gleich lange Dachsparren CD, ED, die mit dem Balken ein gleichschenklichtes Dreyeck ausmachen. In einer Höhe von 10 Fuß verzapfet man den horizontal liegenden Kehlbalken FG, auch wenn das Dach hoch ist, mehrere über einander, um mehr Böden anzulegen. In solchem Fall wird der oberste HI der Hahn- oder Haynbalken genannt. Die kleinen Hölzer *ab*, *cd*, welche Aufschöblinge heissen, legt man unten an die Sparren um das Ablaufen des Regens desto besser zu befördern. Man stellt

auf

auf diese Art entweder über jeden Balken, oder wechselsweise auf einem Balken um den andern, ein paar Sparren benagelt sie von aussen mit Brettern oder mit Latten, befestiget auf erstere Bley, oder Kupfer, oder Schieffer, oder hängt auf letztere Dachziegel; so wird daraus das gewöhnliche Dach.

Die 9. Erklärung.

32. Um dem Dache noch mehr Festigkeit zu geben, wird der so genannte Dachstuhl darunter gebauet. Man setzt unter dem Kehlbalken FG eine Wand, die aus dem Spannriegel KL mit den Säulen MN, CP, und Streben QR, ST, bestehet. Auf diese längst des Gebäudes unter jedem Sparren erbaueten Wände kann man die Träger, wie V, X, legen, die sowohl in den Spannriegel, als in den drüber liegenden Kehlbalken eingreifen. Diese Träger dienen zugleich einen Boden anzulegen.

Zusatz.

33. Das alte deutsche Dach erhält die ganze Breite des Gebäudes, das neue deutsche Dach nur die halbe Breite des Gebäudes zu seiner Höhe. Die Höhe des italiänischen Daches, wenn es nicht ein Altandach ist, worauf man herumgehen kann, macht den vierten oder auch nur den fünften Theil von der Höhe des Gebäudes aus. Von dem letztern stellt AB den bey A und B eingekammten Balken vor, AC BC, die Sparren, DE, FG die Streben, und CH die Hängsäule. 271 Fig.

Die 10. Erklärung.

34. Aus einer untern Etage steigt man in die obere auf Treppen hinauf, die aus gleich hohen und gleich breiten Stuffen bestehen müssen. Sie heissen nach Verschiedenheit ihrer Anlage grade Treppen

oder Windeltreppen. Die graden Treppen werden auch mit Ruheplätzen unterbrochen.

Zusatz.

35. Die Stuffen der Hauptttreppen macht man zwischen 6 und 8 Zoll hoch, und nicht unter 1 Fuß breit. Bey Nebentreppen weicht man hievon mehr oder weniger ab. Wieviele Stuffen die Treppe haben müsse, wird gefunden, wenn man die ganze Höhe der Treppe mit der Höhe einer Stuffe dividirt. Die Breite einer Haupttreppe, also die Länge der Stuffen, muß der Breite der Hausthür gleich seyn. Wenn diese Länge der Stuffen mit ihrer Breite, und ihre Anzahl festgesetzt ist; so findet man leicht den Quadratinhalt des Raums, den die Treppe wegnimmt, wozu auch noch der Raum für den Ruheplatz gehört.

Die 11. Erklärung.

36. Fensteröfnungen sind nöthig, damit das Tageslicht in die Zimmer fallen könne, und Thüren, damit man nicht allein ins Haus selbst hinein, sondern auch aus einem Zimmer ins andre kommen könne. Die Wand unter dem Fenster heißt die Brüstung. Portale, Thore und Thorwege sind so grosse Thüröfnungen, daß man durchfahren kann.

Der 1. Zusatz.

37. Eine Fensterbrüstung macht man zwischen 3 und 4 Fuß hoch. Die Fensteröfnung nicht unter 3 Fuß breit, die Höhe wird 1 $\frac{1}{2}$ bis 2 mahl so groß als die Breite gemacht. Hauptthüren in Zimmern werden nicht unter 4 Fuß breit, und zwischen 6 und 7 Fuß hoch gemacht. Portale und Thore müssen wenigstens 8 Fuß breit, und 10 bis 12 Fuß hoch seyn.

Die

Der 2. Zusatz.

38. Die Festigkeit einer Wand leidet allemahl bey vielen und grossen Thür- und Fensteröfnungen: darum müssen diese mit Zwischenwänden, die man Schäfte nennt, abwechseln. Diese Schäfte müssen wenigstens so breit als die Fenster seyn, wiewohl man bey hölzernen Gebäuden es nicht allemahl so genau beobachtet.

Der 4. Grundsatz.

39. Unser Urtheil darüber, in wie weit eine Sache schön ins Auge falle, hängt vornemlich davon ab, daß wir bey Verbindung ihrer Theile unter einander Ordnung und Uebereinstimmung wahrnehmen und die Verhältnisse dieser Theile leicht nach dem Augenmasse erkennen, wenn sie gleich eben nicht so ganz einfach sind.

Zusatz.

40. Daher kommt es, daß man diejenigen für gute architectonische Verhältnisse erkennet, welche sich durch kleine Zahlen ausdrücken lassen. Eben darauf gründen sich die Regeln, wie man die Höhe einer Thür- oder Fensteröfnung zu ihrer Breite, die Länge und Breite eines Zimmers zu der Höhe proportioniren, und überhaupt dahin sehen muß, daß die Ordnung und Uebereinstimmung aller Theile eines Gebäudes zu gewissen nützlichen Absichten, so wie auch ihre Verhältnisse gegen einander leicht bemerkt werden können.

Grundsätze bey Vertheilung der Zimmer in jedem Geschoß.

41. Wenn nur auf einer Seite Fenster angebracht werden können, so ist nur eine Reihe von Zimmern möglich, zwo Reihen, wenn man auch hinten heraus Fenster haben kann, drey Reihen, wenn

das Gebäude frey stehet, und an allen vier Seiten Fenster haben kann. Die Haupttreppe erfordert allemahl den Raum eines Zimmers, auch wenigstens ein Fenster zur nöthigen Erleuchtung.

Zimmer, die von einander unabhängig sind, haben etwas vorzügliches: auch soll man von der Hausthüre unmittelbar in jedes Zimmer kommen können, ohne erst durch andre zu gehen. Dies leidet nur seine Ausnahmen, wenn zwey Zimmer unmittelbar zusammen gehören, als Wohn- und Schlafzimmer, Studierzimmer und Büchersaal, Küche und Speisekammer.

Um zur Winterszeit die Wohnzimmer zu erwärmen, sind Oefen nöthig, die Camine und Schornsteine erfodern, so wie in der Küche für das Küchenfeuer der Rauchfang mit dem Haupt-Schornstein erforderlich ist. Der Raum, wo die Röhren von diesen Schornsteinen auch in den obern Etagen durchgeführt werden, geht hie und da noch von demjenigen ab, der sonst mit zu den Zimmern genützt werden könnte.

Der Symmetrie zu gefallen, soll die Hausthüre in der Mitte seyn, und das Haus auf beyden Seiten der Hausthüre gleichviele Fenster haben, wenn es sich thun läßt. Das verursacht ebenfalls einige Einschränkungen bey Vertheilung der Zimmer. M. s. mit mehrern Lamberts Anmerkungen a. a. O. 95. u. f. §. 401 u. f. S. Succows Erste Gründe der bürgerlichen Baukunst, Jena 1751. zweyter Abschnitt, 492. u. f. §. §.

Die 12. Erklärung.

42. Anstatt der Mauern können auch Stützen gebraucht werden, gewölbte oder andere Decken, oder

auch

auch sonst darauf liegende Lasten zu tragen. Eckigte Stützen heissen Pfeiler, runde Stützen aber nennt man Säulen.

Zusatz.

43. Bey Wasserleitungen, bedeckten Gängen und Lusthäusern, die schattig und luftig seyn sollen, können Stützen ohne Mauern allein genügen. Bey Gängen, die mit grossen Gebäuden, besonders öffentlichen Gebäuden zusammen gehören, dient oft, um überall darin Licht und freye Luft zu haben, eine Reihe Säulen, die mit einer Mauer parallel läuft, um die Decke des Ganges, und vielleicht noch einen Theil der obern Stockwerke des Gebäudes mit zu tragen. In Kirchen und ähnlichen grossen Gebäuden, dienet oft ein Paar Reihen parallel laufender Stützen ganze Gewölber zu tragen.

Die 13. Erklärung.

44. Wenn der Boden worauf die Säule steht, nicht an sich schon felsenhart ist, welches immer der seltenste Fall seyn wird; so ist die Säule, sie mag aus Stein oder Holz bestehen, fester als der Boden, und bedarf einer Unterlage mit einer ungleich grössern Grundfläche, als die Säule selbst hätte. (6. §.) Daher giebt man der Säule ein Piedestal oder Postament BC, welches die Figur eines Würfels oder rechtwinklichten Parallelepipedi hat. 272 Fig. Diesem Postament kann mehrerer Festigkeit wegen eine noch breitere nicht so hohe Unterlage AB gegeben werden: auch kann man es mit einer hervorragenden Bedeckung CD versehen. Solchergestalt erhält das Postament drey Theile, das Fußgesimse AB den Würfel BC und das Postamentgesimse CD. Die Säule EF selbst mögte nun wohl ohne meitere Unterlage auf dem

Posta-

Postament stehen können, und oben zur Bedeckung auch eben nichts nöthig haben, weil sie ohnehin durch das, was sie tragen soll, bedeckt wird. Wenn also der Säulenschaft EF, unten noch wieder ein Schaftgesimse DE, und oben das Capital FG erhält; so sind das wohl nur Verzierungen: oder vielleicht werden eiserne Ringe oder Bänder dadurch vorgestellet, welche den Fuß und Kopf der Säule, die bey ihrem ersten Gebrauch allemahl aus Holz bestanden hat, gegen Beschädigung sicher stellen sollen.

Zusatz.

45. Der Säulenschaft soll eigentlich einen Baum vorstellen, dessen Dicke nach dem Gipfel zu abnimmt: also giebt es demselben ein desto mehr natürliches Ansehen, wenn er gegen das Capital zu ein wenig verjüngt wird, oder an Dicke etwas abnimmt. Unten läßt man dem Schaft in der Höhe von einigen Fussen einerley Dicke, weil auch die Dicke natürlich gewachsener Bäume unten nicht gleich merklich abnimmt.

Die 14. Erklärung.

46. Die Gesimse haben die alten Griechischen und Römischen Baumeister schon aus kleinern Theilen unter dem Nahmen der Glieder zusammen gesetzt, wovon die Figuren 273 bis 278 Durchschnitte vorstellen. Sie sind entweder von ebenen, oder von krummen cylindrischen Flächen begränzt, und heissen im ersten Fall Platten, im letzten Fall Stäbe, Hohlkehlen und Karniesse, nachdem sie erhaben sind, wie die 273 Figur, oder hohl, wie die 275 Figur, oder zum Theil hohl, zum Theil erhaben, wie die 276 Figur vorstellet. Ueberdem ist es gewöhnlich, wenn ein Stück über dem andern hervorraget, daß man den Ue-

berschuß

berschuß die Ausladung, oder Auslaufung nennt. Eine hohle Krümme aber die zwey platte Glieder an einander hängt, heißt ein Anlauf, oder Ablauf, wie BC in der 279 Fig.

Der 1. Zusatz.

47. Der Stab wird gezeichnet, wenn man die 273
Höhe AB in C halbirt, und aus C einen Halbkreis Fig.
beschreibt. Theilet man die Höhe AB in 3 gleiche 274
Theile, und nimmt die Ausladung AC = AD Fig.
$= \frac{2}{3}$ AB, so begränzt der Bogen BC einen Viertelstab, wozu man den Mittelpunct findet, wenn man mit dem Halbmesser BC aus B und C in E den Durchschnitt macht.

Der 2. Zusatz.

48. Die Hohlkehle zeichnet man, wenn die Hö- 275
he AB in E halbirt, und die Ausladung AC = AE Fig.
$= \frac{1}{2}$AB genommen, alsdenn mit BC aus B und C ein Durchschnitt in D gemacht, aus D aber der Bogen BC beschrieben wird. Um den Karnieß zu 276
zeichnen, nimmt man AE $= \frac{1}{2}$ AB, und die Aus- Fig.
ladung AC = AB. Ferner zeichnet man das Rechteck ACDE, und beschreibt aus D den Quadranten CF, aus E den Quadranten BF.

Der 3. Zusatz.

49. Man zeichnet den Karnieß auch umgekehrt auf folgende Art. Es wird die Ausladung AC = AD $= \frac{1}{2}$AB, und man halbire BC in E. Aus 277
E und C macht man in F, aus E und B in G einen Fig.
Durchschnitt, da dann aus F der Bogen EC, aus G der Bogen BE beschrieben wird. Noch stellt DEC eine doppelte Hohlkehle vor, die man so zeich- 278
net. Man macht AE $= \frac{1}{3}$ AB = AD, und BE Fig.
$= \frac{2}{3}$ AB = BC, verzeichnet die Quadrate AEFD,

BEGC,

BEGC, beschreibt aus F den Bogen DE, aus G den Bogen EC.

Der 4. Zusatz.

279 50. Um den Ablauf oder Anlauf zu zeichnen,
Fig. macht man AB = 2AC, schlägt aus B und C Bogen die sich in D schneiden, so ist D der Mittelpunct für den Bogen BC.

Die 15. Erklärung.

51. Was die Säule zu tragen hat, das ist an sich sehr gleichgültig, wenn die Säule für die darauf liegende Last nur stark genug ist. Eine Reihe Säulen kann eben so, wie eine Reihe Pfosten in einer aus Holzwerk aufgeführten Wand, (264. Fig.) eine Mauerplatte mit darauf liegenden Balkenköpfen, und über denselben noch die Saumschwelle mit der obern Wand, oder statt dessen die Sparren mit einem Dach tragen. Säulen können auch gewölbte Schwibbogen unterstützen. Dies alles gehört eigentlich nicht zur Säule. Indessen hat man doch aus diesen sehr zufälligen Dingen noch ein Hauptgesimse für die Säule gemacht. Es heißt auch das Gebälke, und man rechnet dahin die folgenden drey
272 Stücke. Der Architrab GH stellt das vor, was
Fig. an der hölzernen Wand (264 Fig.) das Plattstück ist, der Frieß, oder der Borten, HI, einen darauf liegenden Balkenkopf, das Karnieß, oder der Kranz IK, die Lauffohle der obern Etage, oder an deren statt das Dachgesimse, wenn etwa mehr Säulen ein Dach zu tragen hätten. Das alles erhält nur ein natürliches Ansehen, wenn zwey oder mehr Säulen in einer Reihe neben einander ein Hauptgesimse tragen, und eine Colonnade oder Säulenstellung ausmachen. Da haben nun die Balken-

köpfe

köpfe zur Verzierung Einschnitte erhalten, und heissen alsdenn Triglyphen: oder vielleicht sollen diese Triglyphen kleine Tafeln zur Bedeckung der Balkenköpfe vorstellen. Im Kranze erscheinen Sparrenköpfe, die auch unter dem Nahmen der Kragsteine vorkommen, wenn die Säulenstellung Mauerwerk trägt. Kleinere Hervorragungen im Kranze mit Zwischentiefen heissen Zahnschnitte.

Die 16. Erklärung.

52. Bogengewölbe, wenn sie ausser ihren Widerlagen zu beyden Seiten mit Säulen verziert sind, heissen Arcaden, oder Bogenstellungen. Die Widerlagen heissen alsdenn Nebenpfeiler. Da wo das Gewölbe, welches hier der Schwibbogen heisset, auf der Widerlage ruhet, bringt man unter dem Nahmen des Kämpfers eine Verzierung an, die bey dem Nebenpfeiler ohngefehr das vorstellt, was das Capital bei der Säule ist: auch pflegte man den Schlußstein mit eigenen Zierrathen auszuzeichnen.

Zusatz.

53. Decken, sie mögen aus Holzwerk bestehen, oder gewölbt seyn, sind gewöhnlich dazu bestimmt, daß noch andre Lasten darauf ruhen sollen, wovon Brücken, Wasserleitungen, auch solche Decken Beispiele abgeben, die in Gebäuden ein unteres Geschoß vom obern absondern. Ueberdem dienen Gebälke und Schwibbogen, die Säulen unter sich zu verbinden und in ihrer Lage zu erhalten. Das Gebälke sollte nach seinem ursprünglichen Gebrauch von Holz seyn, und es kommt ziemlich unnatürlich heraus, wenn man steinerne Balken- und Sparrenkö-

renköpfe als etwas schönes bewundern soll. Gebälke und Schwibbogen haben freilich ihr eigenes Gewicht, welches die Säulen und Widerlagen tragen müssen: weil aber doch der Regel nach noch ausserdem andre Lasten darüber vertheilt seyn sollen; so würde man darauf vorzüglich mit Rücksicht nehmen müssen, wenn nach richigen mathematischen Gründen die Entfernung zwischen den Säulen einer Colonnade, oder Arcade, so wie die Höhe und Stärke der Säulen nicht allein im Ganzen, sondern auch das Verhältnis ihrer Theile gegen einander festgesetzt werden soll.

Die 17. Erklärung.

54. Eine Säulen-Anordnung oder Säulenordnung bestehet in dem richtigen nach Gründen festgesetzten Verhältnisse sowohl der einzelnen Theile einer Säule unter sich, als auch der übrigen zu ganzen Säulen- und Bogenstellungen gehörigen Theile gegen einander, mit Rücksicht auf die im 39. §. bemerkten Gesetze der Schönheit. Hiebey wird der halbe Durchmesser der untern Grundfläche des Säulenschafts unter dem Nahmen des Moduls als der Maaßstab gebraucht, den man in 30 gleiche Theile unter dem Nahmen der Modultheilchen am besten mit Hülfe der Transversallinien, wie sonst einen verjüngten Maaßstab eintheilt, wie es die 280 Figur, ohne daß eine weitere Beschreibung nöthig wäre, deutlich macht.

280 Fig.

Zusatz.

55. Man setze voraus, daß die Höhe des Säulenschaftes ein vielfaches von der Höhe sowohl des

Piedestals, als auch des Gebälkes seyn müsse, und daß die zuletzt erwehnten Höhen ebenfalls vielfache des Moduls seyn müssen. Man nehme ferner an, daß n und m ein Paar kleine Primzahlen bezeichnen, wovon $n > m$ ist. Dies vorausgesetzt sey

die Höhe des Postaments $= n$ Modul
— — des Gebälkes $= m$ Modul
— — des Schaftes $= mn$ Modul:

alsdenn ist die ganze Säulenhöhe $= (n + mn + m)$ Modul.

Die 18. Erklärung.

56. Die architectonische Schnecke ist eine aus Kreisbogen von ungleichen Halbmessern nach der folgenden Vorschrift zusammengesetzte krumme Linie. Man theilt die ganze Höhe AB des für die Schnecke bestimmten Raums in acht gleiche Theile, 281
nimmt nun von diesen Theilen denjenigen, welcher Fig.
zwischen den 4ten und 5ten Theilungspunct bey N
und O liegt, für den Durchmesser des kreisförmi-
gen Schneckenauges an. Aus der Mitte dieses
Durchmessers NO beschreibt man also einen Kreis
und darin ein Quadrat. Die Seiten dieses Qua-
drats halbirt man in den Puncten 1, 2, 3, 4,
ziehet die graden Linien von 1 bis 3, von 2 bis 4,
und theilt jede von diesen in 6 gleiche Theile. Hier-
nächst beschreibt man nach der Ordnung aus den
Puncten 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
11, 12, die Bogen AC, CB, BD, DE, EF,
FG, GH, HI, IK, KL, LM, MN.

Anmerkung.

So wird diese Schnecke nach Palladii Vorschrift ge-
zeichnet. Goldmann zeichnet sie etwas anders. M. s.

Wolffii Elem. Math. Univ. Tom. IV. Archit. Civ. §. 135. pag. 407. Succows Baukunst 298. §. 73. Seite.

Die 19. Erklärung.

57. Die Schriftsteller von der Baukunst zählen gewöhnlich fünf Säulenordnungen, welche die Nahmen der Toscanischen, Dorischen, Jonischen, Corinthischen und Römischen erhalten haben: ihre Unterscheidungsmerkmahle werden gewöhnlich nur von den am Capital und Gebälke angebrachten Zierrathen hergenommen. Unter andern hat man Schnitzwerk dazu gebraucht, welches Blätter von Kräutern und Bäumen, und insbesondre Olivenblätter, Lorbeerblätter, Bärenklau- und Petersilienblätter vorstellet. Aus den Blättern hat man die architectonischen Rosen, und aus eben solchen Blättern mit Blumen und Obst vermengt die Blumen- und Fruchtschnüre gemacht. Der Borten im Gebälk der Dorischen Ordnung wird mit Triglyphen verziert, das Capital der Jonischen Ordnung mit acht Schnecken, oder 4 Paaren, und zwischen jedem Paare eine Fruchtschnur: daher die im vor. § beschriebene Schneckenlinie, auch die Jonische Schnecke heißt. An das Capital der Corinthischen Ordnung hat Callimachus ausser acht großen Schnecken mit Fruchtschnüren und acht kleinen Schnecken drey Reihen Blätter gebracht. Die Römische wird als eine aus den lezten beyden zusammengesezte Ordnung angesehen, das Capital wird ausser acht Schnecken mit Fruchtschnüren noch mit zwo Reihen Blätter verziert. Die von Leonhard Christoph Sturm hinzu gesetzte so genannte neue deutsche Ordnung hat am Capital 4

Paar

Paar große Schnecken mit Fruchtschnüren, 4 Paar kleine Schnecken und eine Reihe Blätter.

Zusatz.

58. Beßere und mehr wesentliche Unterscheidungsmerkmahle kann man aus den allgemeinen im 55. §. festgesetzten Gründen hernehmen. Es sey

für das Postament	*n*	3	5	7	5	7
— den Schaft	*mn*	6	10	14	15	21
— das Gebälke	*m*	2	2	2	3	3
so ist die ganze Höhe	—	11	17	23	23	31

Diese fünf Columnen stellen fünf Ordnungen vor, unter welchen die erste zu niedrig ausfällt. Die zweyte Ordnung kommt mit der Toscanischen, die dritte mit der Dorischen, die vierte mit der Jonischen, die fünfte mit der Corinthischen überein: von dieser letztern sind die Römische und deutsche Ordnung nur in zufälligen Zierrathen verschieden. M. s. mit mehrern davon H. Krafft's Abhandlung: Specimen emendationis theoriae ordinum architectonicorum, in den Comment. Acad. Scient. Imp. Petrop. Tom. XI. ad A. 1739. p. 288. sqq. auch H. Lamberts Anmerkungen über die Baukunst. a. a. O. 18 u. f. §. §.

Die 20. Erklärung.

59. Wenn ein Körper die Gestalt eines graden Prismen oder Cylinders hat, so beurtheilet man die absolute Festigkeit seiner Masse aus der Kraft, welche grade mit den Kräften des Zusammenhanges das Gleichgewicht hält, wenn sie den Körper nach seiner Länge zu zerreissen strebt, die relative Festigkeit aber aus der Kraft, welche mit den Kräften des Zusammenhanges im Gleichgewicht ist,

wenn sie den Körper nach der Queere zu zerbrechen strebt.

Der 1. Zusatz.

60. Wenn der senkrechte Querschnitt eines Balkens ein Rechteck ist, so verhält sich bei gleicher Länge desselben seine respective Festigkeit, wie die Breite mit dem Quadrat der Dicke multiplicirt; und der Balken trägt, wie auch so begreiflich ist, mehr wenn er so liegt, daß die kürzere Seite die Dicke oder Höhe abgiebt. M. s. davon mit mehrern im 3ten Theil meines Lehrbegriffes der Mathematik den XI. Abschnitt der Statik fester Körper, 166. folg. S. Das Verhältniß der Breite zur Dicke kann verschieden seyn, wenn der Balken gleich aus einem Stamm von einerley Durchmesser gehauen wird, und es läßt sich zeigen, daß die respective Festigkeit desselben am grösten ausfalle, wenn sich die Breite zur Dicke, wie $1 : \sqrt{2}$, also beinahe wie $2 : 3$ verhält. Man kann diesen Satz auch als Erfahrungssatz annehmen.

Der 2. Zusatz.

61. Das ist der Grund von der gewöhnlichen Regel, weßwegen das Verhältniß der Grundlinie zur Höhe der Triglyphen, welche Balkenköpfe vorstellen (51. §.) $= 2 : 3$ seyn soll, oder auch statt dessen $= 3 : 4$, welches ebenfalls dem Verhältniß $1 : \sqrt{2}$ nahe kommt. Ueberdem verbinden die Baumeister hiemit die Regel, daß die Zwischentiefen zwischen den Triglyphen Quadrate seyn müssen, und daß bey Säulenstellungen allemahl über jeder Säule ein Balkenkopf liegen müsse. Daraus folgt, daß die Breite der Zwischentiefen der Höhe der Balkenköpfe gleich sey.

Der

Der 3. Zusatz.

62. Die Entfernung zwischen der Mitte zweyer zunächst nach einander folgender Balken, oder die Balkenweite ist der Summe der Breite und Höhe eines Balkenkopfes gleich; die Entfernung zwischen der Mitte jeder zweener andrer Balken, also auch die Entfernung einer jeden Säule von der nächstfolgenden, oder die Säulenweite, ist ein multipluum von der Balkenweite.

Der 4. Zusatz.

63. Es sey a die Höhe, ma die Breite eines Balkenkopfes, b die Säulenweite, und n die Anzahl der Balkenweiten zwischen den Säulen: so ist $a + ma = (m + 1)\,a$ die Balkenweite, und $b = n\,(m + 1)\,a$. Weil nun m gegeben ist, so kann man von den Grössen a, b, n, allemahl die dritte finden, wenn zwey davon gegeben oder willkührlich angenommen sind.

Die 21. Erklärung.

64. Der Bauanschlag ist das Verzeichniß nicht allein der gesammten Baumaterialien, welche zur Aufführung eines gewissen Gebäudes erforderlich sind, sondern auch der gesammten deshalb aufzuwendenden Kosten.

Der 1. Zusatz.

65. Um den Bauanschlag mit desto mehr Zuverläßigkeit zu verfertigen, wird zuförderst ein Grundriß von jedem Geschoß des Gebäudes, auch der Balkenriß, und ausserdem noch ein Aufriß des ganzen Gebäudes verfertiget, um nach Anleitung dieser Risse alle die Räume richtig auszumessen, die mit Baumaterialien ausgefüllet werden sollen. Hiernächst muß man die Preise der Baumaterialien

kennen, und das übliche Arbeitslohn. Man muß auch wissen, wie weit man mit einer gewissen Menge Materialien reiche, um gewisse Räume damit auszufüllen.

Der 2. Zusatz.

66. Die nachstehenden Angaben, nach welchen man die Menge der nöthigen Materialien finden kann, sind aus einem Verzeichnisse genommen, welches Herr Succow in den ersten Gründen der bürgerlichen Baukunst 648. §. mittheilt.

1.) Neun Schlußziegel und zwölf glatte Ziegel bedecken 7 Quadratfuß.

2.) Acht Backsteine geben einen Cubicfuß Mauer: vier Steine auf die breite Seite gelegt geben einen Quadratfuß Fläche zur Wand, die einen halben Fuß Dicke hat.

3.) Eine Cubicruthe Bruchsteine, zu 512 Cubicfuß gerechnet, giebt 350 Cubicfuß Mauer.

4.) Auf einen Scheffel Kalk gebraucht man $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$ auch 2 Fuder Sand, nachdem noch andre Dinge mehr oder weniger damit vermischt werden. Zu jeder Ruthe Mauer braucht man 3 Scheffel Leder- und drey Scheffel Spaarkalk, imgleichen drey Fuder Sand.

5.) Zu 76 Cubicfuß Mauer gebraucht man ein Fuder Leimen, also 7 Fuder zu einer Cubicruthe.

6.) Ein tausend Backsteine zu vermauren gebraucht man $1\frac{1}{2}$ Scheffel Leder- und 2 Scheffel Spaarkalk, imgleichen 2 Fuder Sand, und $4\frac{1}{2}$ Fuder Leimen.

7.) Zu 72 Quadratfuß Welgerhölzer braucht man ein Fuder Leimen; 24 Quadratfuß Welger-

höl-

hölzer mit Stroh zu bewickeln erfordern ein Bund Stroh, 5 Welgerhölzer geben eine laufende Elle Wand.

8.) Um 36 Quadratfuß Wände zu beschienen braucht man 8 Schienstöcke; 200 Quadratfuß beschiente Decke oder Wand erfordern 5 Fuder Leimen, 2 Scheffel Kalk, 3 Fuder Sand.

9.) Unter ein Fuder Leimen zur Gleichmachung der beschienten Decken und Wände, auch zu den innern Schornsteinröhren, gebraucht man $1\frac{1}{2}$ Bund geschnitten Stroh.

10.) Zur innern Verkleidung der Schornsteinröhren braucht man auf jede 60 Fuß Höhe zu einer jeden Röhre ein Fuder Leimen, zur äussern Verkleidung auf 420 Quadratfuß ein Fuder. Und 200 Quadratfuß Wand abzuweissen hat man einen Scheffel Kalk und ein Fuder Sand nöthig.

Erster Grundriß
der
Kriegsbaukunst.

Die 1. Erklärung.

1. Eine Festung heißt zwar überhaupt jeder Ort, der durch solche Anlagen umher eingeschlossen ist, daß sich wenige Personen in demselben gegen viele sicher und mit Vortheil vertheidigen können: jedoch pflegt man im besondern Sinn eine Stadt oder sonst einen wichtigen Platz an dessen Erhaltung

viel gelegen ist, wenn er gegen den Angrif eines Feindes durch dergleichen Vorkehrungen gesichert ist, eine Festung zu nennen. Die Kriegsbaukunst lehrt, wie dergleichen Festungen erbauet werden müssen.

Die 2. Erklärung.

2. Eine Brustwehr ist eine um die Festung aufgeführte Erhöhung, die so stark ist, daß die feindlichen Geschützkugeln nicht durchdringen. Die beste Materie dazu ist Erde: um diese Erde zu bekommen, ziehet man einen Graben und leget in den gewöhnlichsten Fällen die Brustwehr hinter dem Graben an. Die Wände der Brustwehr sowohl als auch die innern Wände des Grabens müssen gegen den Horizont geneigte Flächen seyn. Bey der Brustwehr nennt man das ihre Böschung, beym Graben an der Seite nach der Festung zu die Scarpe, an der andern Seit gegen über die Contrescarpe. Wenn an der Aussenseite des Grabens noch eine Brustwehr gegen den Feind aufgeführt wird, so ist es vortheilhaft, daß ihre äussere Böschung sich nur sehr langsam senke und ins offene Feld verliere: alsdenn heißt sie ein Glacis.

Zusatz.

3. Eine Brustwehr von drey bis sechs Fuß Dicke kann schon gegen Flintenkugeln schützen. Gegen das Feldgeschütz muß sie eine Dicke von 9 bis 15 Schuhe haben: dem stärksten Kanonenfeuer aber muß man eine Brustwehr von 18 bis 24 Fuß Dicke entgegen setzen. Die Grösse des Grabens richtet sich alsdenn nach der Grösse der Brustwehr.

Die 3. Erklärung.

4. Eine Bank hinter der Brustwehr ist eine Erhöhung von Erde, worauf der Soldat tritt, wenn er sein Gewehr gegen den Feind braucht. Die oberste Fläche der Brustwehr heißt die Krone, sie muß nach aussen einige Böschung oder Abdachung haben, damit die Schüsse auch den schon ziemlich nahe gekommenen Feind noch treffen können. Einschnitte in die Brustwehr, um mit Kanonen dadurch zu feuern, heissen Schießscharten. Wird hinter der Brustwehr eine Erhöhung von Erde gemacht, um darauf die Kanonen zu stellen, und sie gegen den Feind zu brauchen, so heißt das über Bank feuern.

Zusatz.

5. Man feuert nur über Bank, so lange man weiß, daß der anrückende Feind nicht selbst Kanonen zur Gegenwehr brauchen kann. Auch kann man von einer Anhöhe über Bank feuern, wenn der Feind in der ganzen Gegend keine Anhöhe findet, wovon er entgegen feuern könnte.

Die 4. Erklärung.

6. Wenn die Brustwehr mit dem Graben nach einer graden Linie geführt ist, und eine Ebene diese grade Linie senkrecht schneidet, so heißt die Durchschnittsfigur das Profil der Brustwehr mit dem Graben. Ein horizontaler Grundriß davon wird eben so, wie jeder andre horizontale Grundriß entworfen.

Der 1. Zusatz.

7. Die 282. Figur stellet ein solches Profil vor. 282
In demselben ist AC die Anlage der Böschung Fig.
der Bank, CE die Breite, CB = ED die Höhe

der

der Bank, EG die Anlage der innern Böschung DF der Brustwehr, GI ihre obere Dicke und IK die Anlage der äussern Böschung HK. Ferner ist LM die Anlage der innern Böschung LN des Grabens, MO = NP die untere Breite, OQ die Anlage der äussern Böschung PQ.

Der 2. Zusatz.

8. Eine andere der vorigen parallel gelegte Ebene würde noch ein dem vorigen gleiches und ähnliches Profil geben: zwischen beyden Ebenen aber ist alsdenn ein körperliches Stück von der Brustwehr und
284 dem Graben enthalten, welches die 284. Figur
Fig. perspctivisch vorstellet. Brustwehr und Graben sind nemlich von ebenen Flächen begränzt, wovon die Durchschnittslinien insgesammt unter einander parallel und auf der Ebene des Profilschnittes senkrecht sind. Man nehme die Horizontallinie AT für die Grundlinie der Tafel an, und ziehe die Horizontallinie des Auges OH damit parallel in der Entfernung RO, die der Höhe des Auges über dem Horizont RT gleich ist. Wenn alsdenn O der Augenpunct ist; so müssen alle auf der Ebene des Profilschnittes senkrechte Parallellinien, die durch A, B, D, E, F, G, H, I, K, laufen, in O ihren Vereinigungspunct haben. (12. §. Perspect.) In der 286. Fig. ist eben das Profil nach der Cavalier-Perspectiv gezeichnet. (54. §. Persp.)

Die 5. Erklärung.

286 9. Es trägt zur Festigkeit der Brustwehr bey,
Fig. wenn man die äussere Böschung EF der Brustwehr und die innere Böschung GH des Grabens nicht in

einem

einem fortgehen lässet, sondern einen Gang GF*fg* dazwischen machet, der die Berme heisset. Dieser Gang muß aber nur wenige Fuß breit seyn, damit er dem Feinde nicht behülflich werde, die Brustwehr desto leichter zu ersteigen.

Die 6. Erklärung.

10. Eine Schanze ist eine Brustwehr, die einen Platz an allen Seiten ringsherum einschließt: man kann also runde oder eckigte Schanzen auffühen, die im letzten Fall, wenn der Platz dadurch in eine gradlinichte Figur eingeschlossen wird, den Nahmen von der Anzahl ihrer Winkel oder Ecken erhält. Eine Redoute ist eine viereckte Feldschanze ABCD, in der Mitte der einen Seite AB ist der Eingang EF, der durch eine Brustwehr GH, die hinter demselben liegt, unter dem Nahmen einer Traverse bedeckt wird. Wenn die Winkel der Figur abwechselnd auswärts und einwärts laufende sind; so braucht man den Nahmen einer Sternschanze. Ist man im Rücken sicher, so verschanzt man sich auch wohl hinter einer Brustwehr die nach zwoen zusammenlaufenden graden Linien AB, BC, aufgeführet ist, welche man Façen nennt. Man siehet die Schanze alsdenn als eine halbe Redoute an, und nennt sie eine Flesche oder ein pfeilförmiges Werk. Die hintere Oefnung AC heißt alsdenn die Kehle.

288 Fig. 293 Fig. 283 Fig.

Zusatz.

11. Damit der Feind sich einer solchen Schanze nicht so leicht nähern könne, muß man ihm den Zugang möglichst beschwerlich machen. Kann man die Brustwehr hinter einem Fluß oder Morast bauen,

so ist die Brustwehr dadurch schon gedeckt. Eben das ist der Fall, wenn man sich auf einem hohen und steilen Berge verschanzen kann. Sonst aber bedient man sich im freyen Felde der Pallisaden, der Sturmpfähle, der spanischen Reuter, der Verhaue, der Wolfsgruben, der künstlichen Ueberschwemmung der Gegend vor der Brustwehr, wenn vielleicht in der Nähe ein Bach fließet. Kann der Feind vielleicht nur auf engen Wegen zur Brustwehr kommen, so versperrt man sie durch hingeworfene Bäume die mit den Aesten dem Feinde zugekehrt sind, oder andre Mittel. Alle dergleichen Vorkehrungen muß man aber mit dem kleinen Gewehrfeuer vertheidigen können, weil der Feind sie sonst bald wegschaffen würde.

Die 7. Erklärung.

12 Eine Mine ist ein Keller, welchen man in der Nähe vor einer Brustwehr oder sonst an einem Orte, wovon man den Feind abhalten will, in der Erde ausgräbt, mit Schießpulver anfüllet, und nachher wieder dem übrigen Erdboden gleich mit Erde bedeckt, um hiernächst durch Entzündung des Pulvers die darauf liegende Erde in die Luft zu sprengen, und den anrückenden Feind im Vorrücken aufzuhalten.

289 Fig. Der Keller A, worin das Pulver liegt, heißt die Minenkammer, und der Ort E, wo das Pulver angezündet wird, der Minenheerd. Von diesem Ort bis zur Kammer muß unter der Erde ein Leitfeuer veranstaltet werden, und dazu dient ein Schlauch von Leinwand, der mit Pulver angefüllet und unter dem Nahmen der Zündwurst nach einer beliebigen Linie EDCA von E bis A geführet wird. Die grade Linie

AB,

AB, welche von der Minenkammer die nächste Erdoberfläche senkrecht trift, nennt man die kürzeste Widerstandslinie, und den leeren Raum in der Erde FHG, welcher nach dem Zersprengen der Mine entsteht, den Trichter. Die Mine heißt eine Fladdermine, wenn die kürzeste Widerstandslinie nicht über 12 Fuß beträgt.

Zusatz.

13. Diese Fladderminen gehören mit zu den Mitteln, wodurch man den Feind abhalten kann, daß er sich einer Verschanzung nicht leicht nähern, und die Brustwehr ersteigen könne.

Die 8. Erklärung.

14. Eine Brustwehr kann vermittelst des Schießgewehrs auf eine dreifache Art vertheidiget werden. Sie wird grade zu von vorne vertheidiget, wenn Soldaten hinter derselben stehen, die auf den ankommenden Feind Feuer geben; sie wird von der Seite her vertheidiget, wenn eine andre Brustwehr mit ihr einen einwärts gehenden Winkel macht, und die Schüsse von dieser Brustwehr nach Richtungen gehen, die mit jener, die vertheidiget wird, entweder völlig, oder doch beinahe parallel sind. So kann die Brustwehr BC eine Seitenvertheidigung, von CE erhalten, und CE heißt alsdenn eine Flank in Ansehung der Seitenvertheidigung, welche BC daher erhält. Endlich kann eine Brustwehr auch ihre Vertheidigung von einer andern erhalten, die hinter jener beinahe oder völlig mit ihr parallel läuft. 285 Fig.

Der 1. Zusatz.

15. Eine Brustwehr, die nach einer graden Linie, oder auch nach einer krummen auswärts gebogenen Linie geführt ist, hat keine andre Vertheidigung, als

von

von forne: auch kann von zwoen Linien, die einen auswärts laufenden Winkel machen, eine jede nur sich selbst von forne vertheidigen. Von zwoen graden Linien aber, die einen einwärts laufenden Winkel mit einander machen, giebt jede der andern auch eine Vertheidigung von der Seite.

Der 2. Zusatz.

285 Fig. 16. Um also den Winkel B der Flesche ABC zu vertheidigen, läßt man an die Facen AB, BC, zwo gradlinichte Brustwehren AD, CE, als Flanken unter rechten Winkeln anschlissen, die auch auf der Seite aufs neue durch die Brustwehren DF, EG, gedeckt werden.

Der 3. Zusatz.

293 295 Fig. 17. Weil den Redouten, und andern Schanzen, wenn sie nur auswärts laufende Winkel haben, die Seitenvertheidigung fehlt, so hat das die Sternschanzen veranlasset. Man halbire die Seite AB der Redoute, oder jeder andern gradlinichten Schanze, setze darauf nach dem innern der Schanze FG senkrecht, mache diesen Perpendikel beym Viereck dem 8ten, beym Fünfeck den 7ten, beym Sechseck den 6sten Theile der Seite AB gleich, und ziehe die Facen AG, BG: so erhält man die einwärts gehenden Winkel. Der Eingang wird in einem einwärts laufenden Winkel, oder hinter einer von den vorspringenden Fleschen angelegt, und wie bey der Redoute bedeckt.

Die 9. Erklärung.

18. Die Richtung, nach welcher die Vertheidigungsschüsse geschehen, heißt die Defenslinie, oder Vertheidigungslinie.

Der 1. Zusatz.

19. Die Vertheidigungslinie muß mit der Brustwehr, welche durch die Schüsse von forne vertheidi-

get

get wird, rechte Winkel machen: denn nur alsdenn können eben soviele Soldaten und Kanonen zur Vertheidigung gebraucht werden, als hinter der Brustwehr neben einander Platz haben; bey einer schiefen Vertheidigung verhält sich diese Anzahl, wie der Sinus des Winkels, den die Defenslinie mit der Brustwehr macht.

Der 2. Zusatz.

20. Eine schiefe Vertheidigung ist auch wegen andrer Gründe nicht vortheilhaft. Der Soldat schießt am leichtesten und natürlichsten grade vor sich hin, und verfehlt bey einer schiefen Vertheidigung leicht den richtigen Winkel unter welchem er anschlagen soll. Ueberdem fällt der Gebrauch der Kanonen bei einer schiefen Vertheidigung fast ganz weg. Zwo grade Linien also, die unter einem einwärtslaufenden Winkel zusammen stossen, verschaffen einander die stärkste Vertheidigung, wenn der Winkel ein rechter Winkel ist.

Der 3. Zusatz.

21. Die Vertheidigung soll nicht allein mit dem Kanonenfeuer, sondern überall auch mit dem kleinen Gewehr geschehn: also muß die Defenslinie nicht über 300 Schritte, oder 60 rheinländische Ruthen lang seyn, weil ein Flintenschuß selten in grösserer Entfernung die rechte Wirkung mehr hat.

Die 10. Erklärung.

22. Damit um die ganze Schanze herum jeder Punct nicht allein von forne, sondern auch von der Seite her vertheidiget werden könne, hat man die Figur der Sternschanze noch auf folgende Art abgeändert. Es sey WGSLX ein Stück von der Peripherie ei- 291 292 Fig.

ner Sternschanze, die nach den Regeln des 17. §. gezeichnet ist. Man halbire die auswärts laufenden Winkel FGH, KLM, mit den graden Linien GC, LC, und ziehe entweder durch die Spitze S des dazwischen liegenden einwärts laufenden Winkels eine grade Linie mit GL parallel; oder man verlängere GS nach T, nehme LV = GT, so wird VT mit GL parallel, (172. §. Geom.) und schneidet GC, LC, in A und B. Auf den Façen nehme man GF = LK, auf AB aber AD = BE, und ziehe DF, EK. Nun erhält man zwo kürzere Façen GF, KL, mit einer jeden davon ist eine daran schliessende Flanke DF, EK, verbunden, und die zwischen beyden liegende gradlinichte Brustwehr DE heißt nun die **Curtine.**

Die 11. Erklärung.

23. An jeder Ecke der Schanze entsteht nun ein **Bollwerk** oder **Bastion** wie DFGHI, FKLMN, zwischen zwoen Facen HG, GF, und zwoen Flanken HI, FD, die unter sich in den **Schulterpuncten** F, H, so wie die Flanken mit der Curtine in den **Curtinenpuncten** D und I zusammen hängen. Die hintere Oefnung des Bollwerks DI heißt die **Kehle**, und AG **Capitallinie.** Wenn der äussere Umfang der Schanze, den die graden Linien zwischen den Bollwerksspitzen einschliessen, ein reguläres Polygon ist, so ist GL die Polygonseite, DAI der Polygonwinkel, welcher auch hier der Kehlwinkel heißt, und AB wird die Seite eines innern dem vorigen ähnlichen regulären Polygons. Die Ingenieurs nennen kurzweg GL das äussere, AB das innere **Polygon.**

Zusatz.

Zusatz.

24. Die Facen KL, LM, müssen vornemlich von den ihnen zur Seite liegenden Flanken der benachbarten Bollwerke vertheidiget werden: um deßwillen ist es vortheilhaft (19. 20. §.), wenn die Flank FD und die verlängerte Face KL, welche von jener vertheidiget werden soll, einander senkrecht schneiden. Dieserwegen kann man, nachdem dem 22. §. gemäß die Länge der Façen GF, LK, festgesetzt ist, aus den Schulterpucten F und K auf die verlängerten Façen LS, GS, die graden Linien FD, KE, senkrecht ziehen, so werden das die Flanken, und DE kann die Curtine werden. (292. Fig.)

Aufgabe.

25. Ein Feldlager, oder eine Gegend, die von einer Armee besetzt ist, zu befestigen.

Aufl. Man lege von dreyhundert zu dreyhundert Schritten Fleschen an, die so groß sind, daß 250 bis 300 Soldaten darin Platz haben, sich zu vertheidigen. Diese Fleschen heissen hier Redane. Der Zwischenraum wird durch eine gradlinichte Brustwehr unter dem Nahmen der Curtine bedeckt, und in diesen Curtinen werden die Eingänge ins Lager acht bis 10 Schritte breit angelegt: diese Eingänge werden durch eine dahinter gelegte Traverse, oder durch eine davor liegende Flesche gedeckt.

Wenn statt der gradlinichten Curtine CD die Brustwehr zwischen den Fleschen ABC, DEF, aus zween graden Linien CG, DG, zusammen gesetzt wird, die einen vorspringenden Winkel machen, so wird die Vertheidigung vollkommener. In solcher Absicht halbirt man in G die grade Linie BE zwischen den Spitzen zweyer benachbarter Redane, und ziehet GC, 287 Fig.

290 Fig. GD. Der Ritter von Clairac, nach dessen Vorschlag die Curtine so gebrochen werden soll, giebt noch diejenige Art einer sägeförmigen Verschanzung an; welche die 290 Figur vorstellet. Die Linien AB, BC, sollen 30 Ruthen lang, und die Perpendikel BF, CG, $7\frac{1}{2}$ Ruthen, so wie BD, CE, $2\frac{1}{2}$ Ruthen lang seyn.

Will man die Vertheidigung noch stärker haben, so lege man die Verschanzung anstatt der Redane mit

294 Fig. Bollwerken an. Der ganze Plaz sey in eine gradlinichte Figur eingeschlossen, wovon AB, BE, zwey aneinander liegende Seitenlinien vorstellen, die etwa 65 bis 70 Ruthen lang seyn können. Man halbire AB in C, BE in F, setze CD, FG, darauf senkrecht, und gebe ihnen die Länge von 12 bis 13 Ruthen. Weiter ziehe man AD, BD, BG, EG, und nehme die Facen AK, BL, BP, EQ, 17 bis 18 Ruthen lang, so werden K, L, P, Q, die Schulterpuncte, und man kann dem 24. §. gemäß die Flanken KH, LI, PM, QN, auf die verlängerten Facen senkrecht ziehen, da dann HI, MN, die Curtinen werden können.

Die Eingänge kommen mitten in die Curtine, wenn die Verschanzung Redane oder Bollwerke hat; bey sägeförmigen Verschanzungen in die einwärts gehenden Winkel. An diesen Stellen durchkreuzet sich das meiste Feuer der Verschanzung, um deßwillen wird der Feind seinen Angriff nicht eigentlich dahin richten. Acht bis zehn Schritte sind wenigstens für die Breite des Einganges nöthig. Ueberhaupt aber müssen die Eingänge möglichst breit und ihrer nicht zu wenige seyn, damit die Truppen in desto mehr Kolonnen ausmarschiren, und benöthigten Falles sich

desto geschwinder in Schlachtordnung stellen können. Diese Eingänge werden mit Gatterthoren, spanischen Reutern, und dergleichen versperret, auch mit Traversen oder Fleschen gedeckt.

Der 1. Zusatz.

26. Weil die Zeit und Gelegenheit oft fehlt, Wolfsgruben zu machen, ein Verhau zu Stande zu bringen, oder sonst Mittel vorzukehren, den Feind in einer ziemlichen Entfernung von der Verschanzung aufzuhalten; so kann man auch nach des Ritters von Folard Rath vor der Front der Verschanzung in einer Entfernung von 20 bis 30 Ruthen Fleschen aufwerfen, die mit der Verschanzung einen bedeckten Zusammenhang haben; und alsdennn Brillen, oder Lünetten, heissen. Sie müssen von den Linien der Verschanzung ihre Vertheidigung erhalten, und durch ihr kreuzendes Feuer hindern, daß er der Hauptverschanzung nicht so leicht nahe kommen könne.

Der 2. Zusatz.

27. Die Armee kann aus einer geschlossenen Verschanzung nicht anders als durch schmale Oefnungen ausmarschieren, da es doch oft vortheilhaft wäre, daß die Armee schleunig in Schlachtordnung ausrücken könne. Wenn das der Fall ist, so wirft man vor der Front des Lagers nur einzelne Redouten auf, die vierhundert bis höchstens sechshundert Schritte von einander entfernt sind. Um desto mehr Vertheidigung zu gewinnen, legt man hinter der ersten Reihe eine zweyte Reihe solcher Redouten, welche die Zwischenräume in der ersten Reihe decken.

Der 3. Zusatz.

28. Wenn ein Platz in einer vollkommenen Ebene befestiget werden soll, wo die Vortheile auf allen Sei-

ten gleich sind; so kann man ihn in eine reguläre Figur einschliessen, und alle Seitenlinien und Winkel gleich groß machen. Indessen ist diese vollkommenste Regularität gar nicht so sehr nothwendig, um ringsumher nach allen Seiten eine gleich starke Vertheidigung zuwege zu bringen. Die Figur des ganzen Platzes kann irregulär, die Seiten und Winkel können ungleich groß seyn, und man kann auf eine von den vorhin beschriebenen Arten eine ganz gute Befestigung dennoch zu Stande bringen. Ausserdem aber sind noch mehr andre Umstände in Betrachtung zu ziehen, die zum Theil von der Beschaffenheit der Gegend, und der Lage der umher befindlichen Oerter abhängen. Hier kann von dem allen keine völlig umständlicher Unterricht gegeben werden: auch gehört manches zu den allgemeinen Maximen der Kriegskunst überhaupt, und nicht so sehr für die Befestigungskunst insbesondre.

Die 12. Erklärung.

29. Bey Befestigung einer Stadt, oder sonst eines Ortes, an dessen Erhaltung viel gelegen ist, wird unter dem Nahmen des **Walles** eine Erhöhung von Erde umher aufgeführet, die eine hinlängliche Breite hat, um: oben auf demselben nach aussen die Brustwehr aufzuführen, hinter dieser Brustwehr aber einen genugsam breiten **Wallgang** für das grobe Geschütz sowohl, als auch für die Soldaten zu behalten, welche die Festung vertheidigen sollen.

Der 1. Zusatz.

30. Der erhöhete Wallgang ist nöthig, damit die Besatzung den Feind desto besser von weiten schon beschiessen könne: auch wird dadurch der innere Raum der Festung desto besser gegen das feindliche Kanonen-

feuer

feuer gedeckt. Wie hoch der Wallgang anzulegen sey, das muß aus der Beschaffenheit der umher liegenden Gegend beurtheilt werden. Gewöhnlich ist eine Höhe von 8 bis 10 Fussen hinreichend, wenn in der Gegend umher keine Anhöhen sind, die der Feind zum Nachtheil der Festung brauchen kann.

Der 2. Zusatz.

31. Wenn auf dem Wallgang einer Festung die grösten Kanonen gebraucht werden sollen, so muß derselbe wenigstens 24 Fuß breit seyn. Weil übrigens oben auf demselben die Brustwehr zu stehen kommt, und wegen aller nöthigen Vertheidigungsanstalten der Wall sehr viele Last zu tragen hat: so wird demselben ausser den nöthigen Böschungen auch noch durch Futtermauern desto mehr Festigkeit gegeben. Wenn keine solche Futtermauern gebraucht werden: so ist um so mehr eine Berme nöthig, damit die Last des Walles nicht zu sehr auf die Scarpe drucke, und die vom Wall abgefallene, oder bey einem Angriff abgeschossene Erde nicht sogleich in den Graben falle.

Der 3. Zusatz.

32. Der Graben um den Wall dient vorzüglich mit zur guten Vertheidigung der Festung. Seine Grösse überhaupt betrachtet hängt von der Grösse des Walles und der Brustwehr ab, weil er dazu die nöthige Erde liefern muß. Bey dem allen kommt es doch noch auf eine richtige Vertheilung der Breite und Tiefe an. Ein nasser Graben muß wenigstens so tiefes Wasser haben, daß kein Soldat durchwaden kann: ein trockener Graben muß so tief seyn, daß niemand ohne Lebensgefahr hinein springen kann. Jeder Graben muß dabey so breit seyn, daß kein Balken von dem einen Ufer bis zum andern reichet.

Ob übrigens nasse oder trockene Graben am besten sind, das läßt sich nicht ohne alle Einschränkung entscheidend beantworten. Ein Graben der zwar sonst trocken wäre, aber mit Hülfe regelmäßig angelegter Schleusen nach Gutbefinden der Besatzung tief genug unter Wasser gesetzt werden könnte, würde der Festung ohne Zweifel äusserst vortheilhaft seyn.

Der 4. Zusatz.

33. Am gewöhnlichsten wird der Wall um eine Festung nach solchen Linien geführt, wie die im 22. §. beschriebene Verschanzung, da dann die Bollwerke die vornehmsten Theile des Walles werden. Die Façen der Bollwerke liegen aber dem Feinde alsdenn am meisten im Gesicht, und haben auch eine schwächere Seitenvertheidigung, als die übrigen Theile des Walles. Daher kommt es, daß der Feind gewöhnlich zuerst die Façen beschiesset, und durch diese in die Festung einzudringen sucht, um deßwillen ist die Vertheidigung der Façen eine Hauptsache bey der Festung.

Die 13. Erklärung.

34. Die Linie nach welcher die Façen von den zur Seite liegenden Flanken vertheidiget werden, heißt hier schlechthin die Defenslinie, und es kommt auf die Lage der Flank und Façe gegen einander an, ob diese allein von der Flank, oder zugleich von einem Theil der Curtine mit vertheidiget werden könne.

291 Fig. Die grade Linie EG zwischen dem Curtinenpunct E und der gegenüberliegenden Bollwerksspitze G heißt die grosse auch die beständige Defenslinie, weil sie bey jeder Festung seyn muß. Fällt diese mit der Façe FG zusammen, wie in der 292. Figur, so kann die

Face

Face von der Curtine her keine Seitenvertheidigung haben: wohl aber in dem Fall, welchen die 291. Figur vorstellt, wenn die verlängerte Face GF die Curtine in T trift. Nun heißt ET eine Nebenflank, oder Secondflank, und TG die kleine oder streichende Defenslinie, weil die Face nach dieser Richtung von der Secondflank eine Seitenvertheidigung haben kann.

Der 1. Zusatz.

35. Wegen der schiefen Vertheidigung von der Nebenflank scheint es, daß es besser seyn mögte, sie ganz wegzulassen, nur in dem Fall, wenn zur bessern Vertheidigung der Contrescarpe von den Facen des Bollwerks noch unter dem Nahmen der Faussebraye eine niedrige von den Hauptfacen durch einen Graben abgesonderte Brustwehr angelegt ist, giebt die Secondflank eine gute Vertheidigung dieser Faussebraye mit ihrem Graben. Um diese schiefe Vertheidigung in eine grade zu verwandeln, kann die Secondflank sägeförmige Einschnitte erhalten.

Der 2. Zusatz.

36. Anstatt der Eckbollwerke, die auf den vorspringenden Winkeln der Festung angelegt werden, empfielt Rimpler, daß man die Bollwerke in der Mitte der Seitenlinien da erbauen soll, wo sonst die Mitte der Curtine hinkommt. Sie können alsdenn zum Unterscheid Mittelbollwerke heissen. Man erhält freilich davon einige Vortheile, allein dagegen fallen auch einige Vortheile der Eckbollwerke wieder weg.

Der 3. Zusatz.

37. Die Befestigungsart mit Eckbollwerken hat bisher die Ingenieurs am meisten beschäftiget, und

man hat sich viele Mühe gegeben, die vortheilhafteste Anordnung aller Theile gegeneinander ausfündig zu machen. Wer in der Geometrie geübt ist, wird leicht finden, wieviele Linien und Winkel er als gegeben annehmen kann, so daß alle übrige dadurch bestimmt werden, damit sie hiernächst sowohl durch Zeichnung, als auch durch Rechnung gefunden werden können. Daher haben nun die mancherley Manieren zu befestigen nach Freytag, Pagan, Vauban, Blondel, Cohorn Rimpler, u. a. m. ihren Ursprung. Mehrere Nachrichten davon findet man bey Schriftstellern, welche die Kriegsbaukunst vollständig abhandeln. Vorzüglich brauchbar ist das Werk des H. Carl August Struensee: Anfangsgründe der Kriegsbaukunst, Leipzig und Liegnitz, 1. Th. 1772, 2. Th. 1773, 3. Th. 1774.

Der 4. Zusatz.

38. Die Thore welche als Ein- und Ausgänge dienen, werden mitten in der Curtine angeleget. Ein solches Thor wird durch den ganzen Wall durchgeführet, und oben mit einem bombenfesten Gewölbe bedeckt. Man schließt sie ausser den gewöhnlichen Thorflügeln noch mit Fallgattern und Fallbäumen. Weiter hat man noch Brücken nöthig, um über den Graben zu kommen, welches hier Zugbrücken seyn müssen. Ausser den Hauptbrücken sind auch alsdenn, wenn der Graben naß ist, noch Nebenbrücken nöthig, um mit den vielleicht noch jenseits liegenden Werken die Verbindung zu erhalten.

Die 14. Erklärung.

39. Aussenwerke heissen bei einer Festung alle jenseits des Grabens liegende zur desto bessern Bedeckung

deckung des Hauptwalles und Grabens aufgeführte Werke. Das Ravelin OPQ bestehet aus zweyen Facen, wie eine Flesche, und es wird vor der Curtine angeleget, um beyde Flanken, auch zugleich das Thor, die dazu gehörige Hauptbrücke, und vielleicht noch ein oder andres im Graben liegendes gesenktes Werk zu decken. Liegt ein solches Werk vor den Facen des Bollwerks, so heißt es ein Contregarde. Aus dem Ravelin vor der Curtine wird ein halber Mond, wenn es ausser den Facen OP, PQ, noch mit zweyen Flanken OV, QW, versehen wird. Wenn zwey gradlinichte Brustwehren an der Front des Aussenwerks einen einwärts gehenden Winkel machen, so heißt es eine Scheere; diese ist gedoppelt, wenn vier grade Linien wechselsweise aus- und einwärts laufende Winkel machen. Die Front des Hornwerks ist eine Curtine mit zwey halben zur Seite liegenden Bollwerken: die Front des Kronenwerks hat ein ganzes Bollwerk in der Mitte, und an ieder Seite eine Curtine, die noch wieder an ein halbes Bollwerk anschließt. Die Front des Kronenwerkes kann auch sägeförmig seyn. 291 Fig. 292 Fig.

Zusatz.

40. Das Ravelin, die Contregarde, und der halbe Mond sind Aussenwerke, die man gewöhnlich zur unmittelbaren Bedeckung des Hauptwalles und Hauptgrabens anlegt; eben diese Aussenwerke müssen auch vom Hauptwalle aus vertheidiget werden, und bey ihrer Anordnung muß darauf vorzüglich Rücksicht genommen werden. Tritt dagegen der Fall ein, daß man einen von der Festung schon etwas entfernten Platz um deßwillen besetzen muß, weil es der Festung zuviel Nachtheil bringen könnte, wenn man ihn dem

Feinde

Feinde frey liegen liesse; so dient eine Scheere, ein Hornwerk, oder Kronwerk, welches sich selbst unabhängig vom Hauptwall vertheidigen muß. Indessen muß doch ein solches Werk durch befestigte Linien, die man Flügel nennt, mit der Hauptfestung verbunden seyn.

Die 15. Erklärung.

41. Unter dem Nahmen des bedeckten Weges wird ein Gang um die ganze Festung, die eigentlich dazu gehörigen Aussenwerke mit eingeschlossen, herum geführt, der 2 bis 6 Ruthen breit seyn kann. Man bedeckt ihn mit einer eigenen Brustwehr, deren äussere Böschung das Glacis der Festung ausmachen, und sich ganz gelinde ins freye offene Feld verlieren muß.

Zusatz.

42. Das Glacis bedeckt einigermassen alle dahinter liegende Werke der Festung, und hindert den Feind, sie grade zu mit sichern Erfolg zu beschiessen. Es hat den Vorzug vor andern Brustwehren, daß keine Kanonenschüsse es niederstürzen können. Die Linien dieser Brustwehr werden so geführt, daß sie aus- und einwärts gehende Winkel machen, also einander von der Seite her vertheidigen können. Von der Festung her kann allemahl ein sehr starkes Feuer auf diese Brustwehr gerichtet, und dadurch der Feind abgehalten werden.

Die 16. Erklärung.

43. Unterirdische überwölbte Gallerien werden in einer Festung vornemlich der Minen wegen angeleget. Der Hauptminengang läuft unter dem bedeckten Wege längst der äussern Böschung des Grabens herum: von diesem Gange laufen viele andre als soviele Minenäste unter das Glacis, auch wohl völlig

bis

bis unter das freye Feld. Diese Gänge dienen zugleich dazu, den feindlichen Minirer, wo er sich etwa eingraben mögte, zu entdecken, und ihm überall zuvorzukommen, und wegen dieses Nutzens heissen sie auch Gegenminen.

Zusatz.

44. Die Besatzung kann vermittelst dieser Gänge leicht unter jede Stelle auf dem Glacis kommen, daselbst eine Minenkammer anlegen, und nach geschehener Verdämmung der Gänge den Feind, wenn er sich etwa auf dem Glacis festsetzen wollte, in die Luft sprengen. Bey dem allen muß diese Anstalt mit Vorsicht vorgekehrt werden, weil die Besatzung hiemit einen Theil ihrer Gänge verdirbt, und überdem hiernächst der Feind in dem Trichter der gesprungenen Mine sicher ist. Hieselbst kann er sich verschanzen, und seine Batterien errichten, ohne daß ihn alle übrige Gegenminen davon abhalten könnten. Dies hat Vorschläge veranlasset, gleichsam in verschiedenen Stockwerken mehr Minen über einander zu bauen, wobey sich doch in der Ausführung manche Schwierigkeiten hervorgeben. Sicherer ist es, eine solche Vorkehrung zu treffen, daß eben dieselbe Gegend durch neben einander liegende Minenkammern mehr als einmahl gesprengt werden könne.

Verzeichnis des Inhalts
der grössern mathematischen Werke des Verfassers.

Anfangsgründe der Mathematischen Wissenschaften. *)

Erster Band.

Anfangsgründe der Rechenkunst.

Der I. Abschnitt. Von einigen allgemeinen Grundwahrheiten der Mathematik überhaupt und der Rechenkunst insbesondre.

Der II. Abs. Von der Addition und Subtraction in ganzen Zahlen.

Der III. Abs. Von der Multiplication der ganzen Zahlen.

Der IV. Abs. Von der Division mit ganzen Zahlen und dem Ursprung der Brüche.

Der V. Abs. Von dem Unterschied der Primzahlen und zusammengesetzten Zahlen.

Der VI. Abs. Von den vier Rechnungsarten mit Brüchen.

Der VII. Abs. Von den Decimalbrüchen insbesondre.

Der VIII. Abs. Von den vier Rechnungsarten in genannten Zahlen.

Der

*) Dieses Werk ist bisher unter dem Titel: Lehrbegriff der gesammten Mathematik. Des ersten Theils der zweyten Auflage 1. 2. 3. Band distribuirt worden. Indem der Herr Verfasser die Absicht hatte, bey einer erforderten neuen Auflage des ersten Theils des Lehrbegriffs, diesen Theil so umzuarbeiten, daß er aus 3 Bänden bestehen, und zu Vorlesungen mehr bestimmt werden sollte. Da sich aber unter der Hand dieser Plan so erweiterte, daß nunmehro 4 Bände daraus werden, in welchen alle Theile der Math. Wissenschaften eben so, wie im Lehrbegriff, jedoch nur etwas abgeänderter und kürzer abgehandelt werden; so paßte diese neue Auflage nicht mehr in die Reihe der Theile des grossen Lehrbegriffes. Deßwegen entschloß man sich beym 3ten Bande die Titel zu allen 3 Bänden beyzufügen, welche dies Buch nun Anfangsgründe der Mathem. Wissenschaften nennen, und diese 3 und der folgende 4te Band werden ein besonderes Werk für sich ausmachen. Daher ist nun auch der Erste Theil, so wie er zu den bis jetzo fertigen 8 Theilen des Lehrbegriffs gehört, von neuen aufgelegt, und in der Oster-Messe 1782 geliefert worden. Man sehe mit mehrern hievon die Vorrede des 3ten Bandes, der Anfangsgründe.

Der IX. Abſ. Von den arithmetiſchen Verhältniſſen, Proportionen und Progreßionen.
Der X. Abſ. Von den geometriſchen Verhältniſſen, Proportionen und Progreßionen.
Der XI. Abſ. Die Regeln nach welchen man aus jeder Zahl die Quadratwurzel findet.
Der XII. Abſ. Die Regeln, nach welchen man aus jeder Zahl die Cubicwurzel findet.
Der XIII. Abſ. Von der Zuſammenſetzung und Theilung der Verhältniſſe, als dem Urſprung der Logarithmen.
Der XIV. Abſ. Die Regel Detri mit ihren Anwendungen.
Der XV. Abſ. Anwendung der Regel Detri auf die Maaß- und Gewichts-Vergleichung.
Der XVI. Abſ. Die umgekehrte Regel Detri, auch eine kurze Erklärung der zuſammengeſetzten Regel Detri.

Der Geometrie erſter Theil.

Die ebene Geometrie.

Der I. Abſchnitt. Von den erſten Grundwahrheiten der Geometrie, und insbeſondre von graden Linien und Winkeln.
Der II. Abſ. Vom Umfange der ebenen Figuren überhaupt, und insbeſondre von der Kreislinie.
Der III. Abſ. Von den Dreyecken und Parallellinien.
Der IV. Abſ. Von den Vierecken und insbeſondre, den Parallelogrammen.
Der V. Abſ. Anwendung der Rechenkunſt auf die Ausmeſſung grader Linien und Winkel.
Der VI. Abſ. Von den Sehnen und Berührungslinien des Kreiſes.
Der VII. Abſ. Von den vielſeitigen und beſonders den regulären Figuren.
Der VIII. Abſ. Fernere Lehren von den Proportionen mit Anwendungen auf die Lehren von der Proportionalität grader Linien.
Der IX. Abſ. Von der Aehnlichkeit der Figuren.
Der X. Abſ. Von der Vergleichung des Flächen-Inhalts der Figuren.
Der XI. Abſ. Anwendung der Rechenkunſt auf die Ausmeſſung des Flächen-Inhalts ebener Figuren.
Die ebene Trigonometrie mit ihren Anwendungen.
Der XII. Abſchnitt. Die erſten Grundlehren von den trigonometriſchen Linien.
Der XIII. Abſ. Nähere Anleitung zur Berechnung und zum Gebrauch der trigonometriſchen Tafeln.
Der XIV. Abſ. Von der Kreismeſſung.
Der XV. Abſ. Trigonometriſche Berechnung der Seiten und Winkel gradlinichter Dreyecke.

Der

Der Geometrie zweyter Theil.

Die körperliche Geometrie und Berechnung der körperlichen Grössen.

Der XVI. Abschnitt. Von den verschiedenen Lagen grader Linien und ebener Flächen gegen andre ebene Flächen.
Der XVII. Abs. Von den prismatischen Körpern und Pyramiden.
Der XVIII. Abs Vom Cylinder und Kegel.
Der XIX. Abs. Vom Inhalt der Kugel.
Der XX. Abs. Vergleichung der Kugelfläche mit den Flächen des graden Cylinders und Kegels.

Zweyter Band.

Die Statik der festen Körper.

Der I. Abschnitt. Die ersten Grundlehren von der Schwere und vom Gewicht der Körper.
Der II. Abs Die ersten Grundlehren vom Gleichgewicht auf feste Körper wirkender Kräfte.
Der III. Abs. Vom Gleichgewicht der Kräfte am gradlinichten Hebel.
Der IV. Abs. Vom Schwerpunct der festen Körper, mit einigen Anwendungen dieser Lehre.
Der V. Abs Vom Gleichgewicht solcher Kräfte an festen Körpern, deren Richtungen nicht parallel sind.
Der VI. Abs. Vom schiefen Druck gegen eine Fläche, und von der Friction als einem Hinderniß der Bewegung.
Der VII. Abs. Vom Gebrauch der Rollen und Räder.
Der VIII. Abs. Vom Keil und der Schraube.

Die Hydrostatik.

Der I. Abschnitt. Allgemeine Grundlehren vom Gleichgewicht der Kräfte an flüßigen Massen.
Der II. Abs. Vom Gleichgewicht des schweren Wassers in Gefäßen und Rohren.
Der III. Abs. Vom Gleichgewicht flüßiger Massen mit hineingetauchten festen Körpern.
Der IV. Abs. Von den hydrostatischen Proben des eigenthümlichen Gewichts sowohl fester als auch flüßiger Massen.
Der V Abs Vom eigenthümlichen Gewicht vermischter Massen.
Der VI. Abs. Vom Gleichgewicht ungleichartiger flüßiger Massen in Gefässen und Röhren.

Die Aerostatik.

Der I. Abschnitt. Allgemeine Gesetze des Gleichgewichts der Kräfte, die auf elastische flüßige Massen wirken.
Der II. Abs. Die Gesetze des Gleichgewichts der schweren elastischen Luft.
Der III. Abs. Kurze Beschreibung der Luftpumpe und einiger damit anzustellender Versuche.

Der

Der IV. Abs. Vom Barometer und dessen Gebrauch.
Der V. Abs. Vom Thermometer und dessen Gebrauch.
Der VI. Abs. Vom Manometer und Hygrometer.

Die ersten Gründe der Mechanik fester Körper.

Der I. Abschnitt. Die Gesetze der gleichförmigen Bewegung.
Der II. Abs. Die Gesetze des Falles natürlich schwerer Körper.
Der III. Abs. Allgemeine Vergleichung der glechförmig beschleunigenden Kräfte mit der Schwere.
Der IV. Abs. Vom Falle schwerer Körper auf einer gegen den Horizont geneigten Ebene.
Der V. Abs. Nähere Bestimmung der Fliehkraft bey der Umlaufsbewegung im Kreise.
Der VI. Abs. Die Gesetze der Schwingungsbewegung des Pendels.

Die ersten Gründe der Hydraulik

Der I. Abschnitt. Von der Bewegung des Wassers in Gefässen und Röhren.
Der II. Abs. Vom Lauf des Wassers in Canälen und Flüssen.
Der III. Abs. Regeln zur Berechnung des Wasserstosses gegen feste Flächen.
Der IV. Abs. Berechnung des Effects der Saugpumpe.
Der V. Abs. Vom Effect der Druckpumpe.
Der VI. Abs. Andre Bewegungen des Wassers, die der Druck der Luft verursacht.

Die ersten Gründe der Maschinenlehre.

Der I. Abschnitt. Das Allgemeine der Theorie vom Maschinenwesen.
Der II. Abs. Anwendung dieser Lehren bey Anordnung der Pumpenkünste.
Der III. Abs. Von Anordnung der Sprützenkünste.
Der IV. Abs. Vom unterschlächtigen Wasserrade und dessen Effect.
Der V. Abs. Vom oberschlächtigen Wasserrade, auch vom Lauf- und Tretrade.
Der VI. Abs. Anwendung der bisherigen Lehren bey Anordnung der Getreyde-Stampf- und Sägemühlen.
Der VII. Abs. Vom Effect der Windflügel bey Mühlen und andern Maschinen.
Der VIII. Abs. Von der Archimedischen Wasserschraube.
Der IX. Abs. Kurze Beschreibung der Kastenkünste, Schöpfräder, Rosenkranzmühlen und Schaufelwerke.
Der X. Abs. Regeln zur Berechnung der Friction bey Maschinen.

Zusatz zur Mechanik fester Körper.

Vom centralen Stoß fester Körper an einander.

Dritter Band.

Die Optik.

Der I. Abschnitt. Vorläufige Betrachtung einiger Eigenschaften des Lichts.
Der II. Abs. Vom Sehewinkel, und einigen davon abhängenden Erscheinungen.
Der III. Abs. Von der scheinbaren Gestalt entfernter Gegenstände.
Der IV. Abs. Von der scheinbaren Lage, der Parallaxe, auch von der scheinbaren Bewegung.
Der V. Abs. Die Gründe der Theorie von der Abirrung des Lichts.
Der VI. Abs. Vom Schatten und Halbschatten, besonders in solchen Fällen, wenn die Erleuchtung vom Sonnenlicht kommt.

Die ersten Gründe der Perspectiv.

Der I. Abschnitt. Von den allgemeinen Gründen der Kunst, perspectivische Zeichnungen zu entwerfen.
Der II. Abs. Die perspectivische Zeichnung solcher Figuren, die in einer auf der Tafel senkrechten Ebene liegen.
Der III. Abs. Die Gründe der perspectivischen Zeichnung solcher Figuren, die in einer gegen die Tafel geneigten Ebene liegen.
Der IV. Abs. Die Zeichnung der perspectivischen Höhen auf einer gegen die Tafel geneigten Ebene.
Der V. Abs. Die allgemeine Theorie der perspectivischen Scenographie.
Der VI. Abs. Die allgemeine Theorie der Sciagraphie.
Der VII. Abs. Theorie der orthographischen Projection solcher ebenen Figuren, welche die Tafel senkrecht schneiden.
Der VIII. Abs. Die orthographische Projection solcher Figuren, deren Ebene die Tafel schief schneidet.

Die Photometrie mit ihren Anwendungen in der Katoptrik und Dioptrik.

Der I. Abschnitt. Die ersten Grundlehren der Theorie von Ausmessung der Stärke des Lichts.
Der II. Abs. Von den Gesetzen der Zurückwerfung des Lichts von ebenen Spiegelflächen, als den Gründen der Katoptrik.
Der III. Abs. Die Gesetze der Zurückwerfung des Lichts von krummen, und vornemlich sphärischen Spiegeln.
Der IV. Abs. Kurze Erläuterung der Erscheinungen im conischen und cylindrischen Spiegel.
Der V. Abs. Von den Gesetzen der Brechung des Lichts in ebenen Flächen, als den Gründen der Dioptrik.

Der

Der VI. Abs. Die Strahlenbrechung, wenn das Licht durch ein Prisma fällt.
Der VII. Abs. Die Brechung des gleichartigen Lichts in einer Kugelfläche.
Der VIII. Abs. Die Brechung des gleichartigen Lichts in linsenförmigen Gläsern.
Der IX. Abs. Vom Bau des Auges, und der Erscheinungen der Grösse und des Glanzes beym deutlichen Sehen.
Der X. Abs. Vom entlehnten Glanz unpolirter anderswoher erleuchteter Flächen.
Der XI. Abs. Vom undeutlichen Bilde der Glaslinsen und Hohlspiegel, mit einigen Anwendungen dieser Lehren.
Der XII. Abs. Die Gesetze der Schwächung des Lichts in durchsichtigen Massen mit einigen Anwendungen besonders auf die Atmosphäre.
Der XIII. Abs. Die allgemeine Gründe der Theorie von den Fernröhren und Microscopen.
Der XIV. Abs. Die Zerstreuung der in Glaslinsen gebrochenen Strahlen wegen ihrer ungleichen Brechbarkeit.
Der XV. Abs. Die von der Kugelgestalt herrührende Abweichung der in Glaslinsen gebrochenen Lichtstrahlen.
Der XVI. Abs. Die allgemeine Gründe der Theorie von den Spiegel-Telescopen.
Der XVII Abs. Die aus verschiedenen Glasarten zusammen gesetzten Objectivgläser.
Der XVIII. Abs. Vollständigere Theorie vollkommener und besonders der achromatischen Fernröhre.
Der XIX. Abs. Nähere Anleitung zur Berechnung der Spiegel-Telescope.
Der XX. Abs. Vollständigere Theorie. der Microscope.

Lehrbegriff der gesamten Mathematik.

Der Erste Theil.

Die Rechenkunst.

Der I. Abschnitt. Von einigen Eigenschaften der Zahlen und ihrer Bezeichnung durch Ziffern.
Der II. Abs. Von der Addition und Subtraction in ganze Zahlen.
Der III. Abs. Von der Multiplication mit ganzen Zahlen.
Der IV. Abs. Von der Division mit ganzen Zahlen und dem Ursprung der Brüche.
Der V. Abs. Von dem Unterscheid der Prim-Zahlen und zusammen gesetzten Zahlen.
Der VI. Abs. Von den vier Rechnungsarten mit Brüchen.
Der VII Abs Von den Decimal-Brüchen insbesondre.
Der VIII. Abs. Von den vier Rechnungsarten in genannten Zahlen.

Der IX. Abs. Von den Verhältnissen und Proportionen.
Der X. Abs. Von der Regel Detri und ihrer Anwendung.

Der Geometrie erster Theil.

Die ebene Geometrie.

Der I. Abschnitt. Von den graden Linien und Winkeln.
Der II. Abs. Vom Umfang der ebenen Figuren überhaupt und insbesondre von der Kreislinie.
Der III. Abs. Von den Dreyecken und Parallellinien.
Der IV. Abs. Von den Parallelogrammen und ihre Vergleichung sowohl unter sich, als auch mit den Dreyecken.
Der V. Abs. Vom Kreise und den regulären Polygonen.
Der VI. Abs. Allgemeine Lehren von den Verhältnissen und Proportionen.
Der VII. Abs. Von der Aehnlichkeit der Figuren.
Der VIII. Abs. Von den zusammen gesetzten Verhältnissen.
Der IX. Abs. Von der Vergleichung des Flächen-Inhals der Figuren.

Anwendung der Rechenkunst auf die ebene Geometrie.

Der X. Abs. Von der Ausmessung grader Linien und Winkel.
Der XI. Abs. Von der Ausmessung ebener Figuren.

Der Geometrie zweyter Theil.

Die körperliche Geometri nebst Berechnung der körperlichen Größen.

Der XII. Abschnitt. Von den verschiedenen Lagen grader Linien und ebener Flächen gegen andre ebene Flächen.
Der XIII. Abs. Von den Prismatischen Körpern und Pyramiden.
Der XIV. Abs. Vom cylinder und Kegel.
Der XV. Abs. Vom Inhalt der Kugel.

Der zweyte Theil.

Weitere Ausführung der Rechenkunst.

Der XI. Abschnitt. Von den Kennzeichen einiger Divisoren ganzer Zahlen.
Der XII. Abs. Von der zusammengesetzten Regel Detri und der Regel Multipler.
Der XIII. Abs. Von der Rabatt- oder Interusurien und andern Reductionsrechnungen.
Der XIV. Abs. Von Zins auf Zins, und der zusammengesetzten Interusurien-Rechnung.
Der XV. Abs. Von der Gesellschafts- und Vermischungs- und Alligations-Rechnung.
Der XVI. Abs. Von der Regel Coeci.

Die allgemeine Rechenkunst, oder die Buchstaben-Rechnung mit ihrer Anwendung auf die gemeine Rechenkunst.

Der I. Abschnitt. Von den vier allgemeinen Rechnungsarten

Der

Der II. Abs. Von den Ausdrücken des Unendlichen.
Der III. Abs. Von den Potenzen und Wurzeln.
Der IV. Abs. Von Ausziehung der Wurzeln aus Quadrat- und Cubic-Zahlen.
Der V. Abs. Von den Sexagesimal-Brüchen.
Der VI. Abs. Von der Zusammensetzung und Theilung der Verhältnisse als dem Ursprunge der Logarithmen.
Der VII. Abs. Von den Brigischen Logarithmen.
Der VIII. Abs. Von der Auflösung mathematischer Aufgaben durch Gleichungen, als der verbesserten Regel Falsi.
Der IX. Abs. Von den Progreßionen.
Der X. Abs. Von der Annuitäten- und Leibrenten Rechnung.

Weitere Ausführung der ebenen Geometrie.

Der XVI. Abs. Von den Trigonometrischen Linien und ihren Logarithmen.
Der XVII. Abs. Berechnung der Seiten und Winkel gradlinichter Dreyecke und reguläre Polygone.
Der XVIII. Abs. Vergleichung der Tangenten und Cotangenten einfacher und doppelter Winkel.
Der XIX. Abs. Anwendung der Trigonometrie auf die Berechnung des Inhalts gradlinichter Figuren.
Der XX. Abs. Von der Kreismessung.
Der XXI. Abs. Vergleichung des Inhalts der Figuren die einen gleichen Umfang haben.

Weitere Ausführung der körperlichen Geometrie.

Der XXII. Abs. Von den Kugelschnitten.
Der XXIII. Abs. Von den körperlichen Winkeln oder Ecken.
Der XXIV. Abs. Die sphärische Trigonometrie.
Der XXV. Abs. Allgemeine Theorie von den eckigten Körpern.
Der XXVI. Abs. Anwendung der sphärischen Trigonometrie auf die Berechnung des Inhalts und der Oberflächen der Prismen, Pyramiden und der regulären Körper.
Der XXVII. Abs. Von der Cylinder- und Kegel-Fläche.
Der XXVIII. Abs. Von der Kugelfläche und den Abschnitten und Ausschnitten der Kugel.

Der dritte Theil.

Die Statik der festen Körper.

Der I. Abs. Von den bewegenden Kräften überhaupt, und insbesondre von der Schwere.
Der II. Abs. Vom Gleichgewicht der Kräfte am gradlinichten Hebel.
Der III. Abs. Vom Winkel-Hebel, und dem Gleichgewicht mehrerer an einem Punct angebrachten Kräfte.
Der IV. Abs. Vom Schwerpunct der festen Körper.
Der V. Abs. Von den Wagen und der eigenen Schwere der Körper.
Der VI. Abs. Von den Rollen und Flaschenzügen.

Der VII. Abs. Vom Rade an der Welle und dem Räderwerk.
Der VIII Abs. Vom schiefen Druck gegen eine Fläche, und dem Keil.
Der IX. Abs. Vom Gleichgewicht der Kräfte bey jeder Lage ihrer Richtungen.
Der X. Abs. Von der Schraube.
Der XI. Abs. Von der Festigkeit und Federkraft der Körper.
Der XII. Abs. Von der Friction.

Die Hydrostatik.

Der I. Abs. Vom Gleichgewicht der flüßigen Körper in Gefässen und Röhren.
Der II. Abs. Vom Druck der flüßigen Massen gegen die Gefässe.
Der III. Abs. Vom Gleichgewicht fester Körper mit flüßigen.
Der IV. Abs. Vom Schwimmen der Körper.
Der V. Abs. Von der eigenen Schwere flüßiger Massen.
Der VI. Abs. Wie man die eigene Schwere fester Körper hydrostatisch findet.
Der VII. Abs. Von der eigenen Schwere vermischter Körper.
Der VIII. Abs. Vom Gleichgewicht ungleichartiger flüßiger Massen.

Die Aerostatik.

Der I. Abs. Von den Gesetzen des Gleichgewichts elastischer flüßiger Massen.
Der II. Abs. Von der Federkraft und Schwere der Luft.
Der III. Abs. Vom Barometer und dessen Gebrauch.
Der IV. Abs. Vom Thermometer und dessen Gebrauch.
Der V. Abs. Von der Dichtigkeit und der Federkraft der Luft in verschiedenen Höhen über der Erdfläche.
Der VI. Abs. Von der Dichtigkeit der Luft nahe an der Erdfläche.
Der VII. Abs. Vom Manometer und Hygrometer.
Der VIII. Abs. Von der Dichtigkeit und Federkraft der Luft bey verschiedener Wärme, und dem Luft-Thermometer.

Die Mechanik der festen Körper.

Der I. Abs. Von der gleichförmigen Bewegung und der Trägheit der Körper.
Der II. Abs. Vom freyen Falle schwerer Körper.
Der III. Abs. Allgemeine Lehren von den gleichförmig bewegenden Kräften; und ihrer Vergleichung mit der Schwere.
Der IV. Abs. Vom Falle schwerer Körper auf einer schiefen Ebene.

Der vierte Theil.

Weitere Ausführung der Mechanik der festen Körper.

Der V. Abschnitt. Von der freyen Bewegung geworfener schwe-

schwerer Körper, nebst allgemeinen Betrachtungen über die Bewegung in krummen Linien.
Der VI. Abs. Von den Kräften, die nicht gleichförmig beschleunigen.
Der VII. Abs Von der Schwungbewegung im Kreise.
Der VIII. Abs. Vom Schwunge der einfachen Pendul.
Der IX. Abs. Von der Schwungbewegung fester Körper um eine unbewegliche Axe.
Der X. Abs. Von den Kräften, welche die Schwungbewegung um eine unbewegliche Axe ändern.
Der XI. Abs. Vom Schwunge der zusammengesetzten Pendul.
Der XII. Abs. Von der relativen und scheinbaren Bewegung.
Der XIII. Abs. Von der Bewegung des Schwerpuncts eines Systems mehrerer Körper.
Der XIV. Abs. Von der freyen Bewegung fester Körper, die sich beym Fortgehen zugleich um eine Axe drehen.
Der XV. Abs. Vom centralen Stosse der Körper an einander.
Der XVI. Abs. Vom Stosse fester Körper an andre, die nicht ausweichen.
Der XVII. Abs. Vom Maaß der Kräfte des Stosses.
Der XVIII. Abs. Vom eccentrischen Stoß und dem Mittelpunct des Stosses.
Der XIX. Abs. Vom Widerstande, den feste Körper leiden, die sich im flüßigen bewegen.
Der XX. Abs. Vom Steigen und Fall der schweren Körper in der Luft.
Der XXI. Abs. Von der Ueberwucht bey Maschinen, die durch Gewichte bewegt werden.
Der XXII. Abs. Von der Friction bewegter Körper.
Der XXIII. Abs. Das allgemeine der Theorie vom Maschinen-Wesen.
Der XXIV. Abs. Von Maschinen die durch Menschen oder Thiere bewegt werden.
Der XXV. Abs. Regeln zur vollständigen Berechnung des gesamten Widerstandes bey Maschinen.
Der XXVI. Abs. Beschreibung eines Korn-Mahl-Ganges, nebst Berechnung einer Hand- und Roß-Mühle.

Der fünfte Theil.

Die Hydraulik oder die Theorie von der Bewegung flüßiger Körper.

Der I. Abs. Allgemeine Betrachtungen über die Bewegung des Wassers in Gefässen und Röhren.

Der

Der II. Abs. Berechnung der Geschwindigkeit und Menge des durch kleine Oefnungen laufenden Wassers.
Der III. Abs. Von Visirung der Quellen und Berechnung der Wassermenge nach Zollen.
Der IV. Abs. Von Gefässen, die ganz auslaufen, wenn die Oefnungen klein sind.
Der V. Abs. Vom Lauf des Wassers in Canälen und Flüssen.
Der VI. Abs. Vom Stoß des Strom- Rinnen- und Röhr-Wassers an feste Körper.
Der VII. Abs. Von den unterschlächtigen Wasser-Rädern bey Mühlen und andern Maschinen.
Der VIII. Abs. Vom Mittelpunct des Wasser-Stosses.
Der IX. Abs. Von oberschlächtigen Rädern.
Der X. Abs. Von horizontalen Rädern, und den ihnen ähnlichen verticalen Rädern.
Der XI. Abs. Vollständigere Theorie von der Bewegung des Wassers in Gefässen und Röhren.
Der XII. Abs. Fortsetzung der vorigen Untersuchung auch für die Fälle, wenn die Gefässe beständig voll bleiben.
Der XIII. Abs. Vergleichung der bisherigen Theorie mit des Herrn Joh. Bernoulli Hydraulik.
Der XIV. Abs. Vom Druck des bewegten Wassers gegen die Gefässe und Röhren.
Der XV. Abs. Von der Bewegung des Wassers in Röhren von unbestimmter Länge.
Der XVI. Abs. Von den Bewegungen des Wassers, die der Druck der Luft verursacht.
Der XVII. Abs. Theorie der Pumpen und insbesondre der Saugwerke.
Der XVIII. Abs. Untersuchungen über die Geschwindigkeit des Wassers im Stiefel eines Saugwerks und dessen Druck gegen die Kolben.
Der XIX. Abs. Das Allgemeine der Theorie der Wasserkünste mit Anwendungen auf die Saugwerke.
Der XX. Abs. Von den Schwengelkünsten.
Der XXI. Abs. Von den Stangenkünsten mit dem krummen Zapfen.
Der XXII Abs. Beschreibung der Schacht- und Feldgestänge.
Der XXIII. Abs. Die Theorie der Druckwerke.
Der XXIV Abs. Besondre Untersuchung über die vortheilhafteste Einrichtung der Druckwerke.
Der XXV Abs. Von vereinbarten Saug- und Druckwerken.
Der XXVI. Abs. Prüfung verschiedener zur Bewegung der Pumpen-Kolben vorgeschlagenen Maschinen.
Der XXVII Abs. Die Eigenschaften guter Kolben und Ventile.

Der

Der XXVIII Abs. Besondre Anwendung der bisherigen Lehren auf Pumpenkünste, die durch Menschen, Pferde, oder durchs Wasser getrieben werden.
Der XXIX Abs. Theorie der Feuersprützen.
Der XXX Abs. Von Sprützen mit dem Windkessel.
Der XXXI Abs. Von den mit Schlangen versehenen Feuersprützen.
Der XXXII Abs. Von dem einer Feuersprütze beygeordneten Zubringer.

Der sechste Theil.

Fortsetzung der Hydraulik.

Der XXXIII Abs. Von der Zurückwürkung des Wassers auf die Gefässe
Der XXXIV Abs. Anwendung dieser Theorie auf die Maschinenlehre.
Der XXXV Abs. Vom Segnerischen Wasserrade nach den verbesserten Vorschlägen des H. Euler.
Der XXXVI Abs. Theorie der Archimedischen Wasserschraube.
Der XXXVII Abs. Untersuchungen über die Geschwindigkeit des durch die Wasserschraube fliessenden Wassers.
Der XXXVIII Abs. Von Schöpfwerken, Kastenkünsten, und andern zur Hebung des Wassers dienlichen Einrichtungen.
Der XXXIX Abs. Von Rosenkranz-Mühlen und Schaufelwerken.
Der XL Abs. Allgemeine Eintheilung der üblichsten Maschinen in ihre verschiedene Classen.
Der XLI Abs. Theorie der Stampfmühlen.
Der XLII Abs. Theorie der Holz-Sägemühlen.

Die Pneumatik, oder die Theorie von der Bewegung elastischer flüßiger Massen.

Der I Abs. Die ersten Gründe theoretischer Untersuchungen über die Bewegungsgesetze elastischer flüßiger Massen.
Der II Abs. Die Bewegung der Luft durch kleine Oefnungen.
Der III Abs. Die Bewegung der Luft in Röhren von unbestimmter Länge.
Der IV Abs. Versuch einer Theorie der Luftpumpen.
Der V Abs. Beschreibung der hauptsächlichsten Arten von Luftpumpen, die seit der ersten Erfindung bekannt geworden sind.

Der VI Abs. Nähere Anleitung zur Berechnung des Effects und der mechanischen Anordnung einer Luftpumpe.
Der VII Abs. Berechnung des Drucks der Lauft auf die Gefässe, und der nöthigen Festigkeit der letztern.
Der VIII Abs. Theorie der Windbüchsen mit einigen Anwendungen auf das Pulvergeschütz.
Der IX Abs. Vom Stoß des Windes an feste Körper.
Der X Abs. Theorie der Windflügel bey Mühlen und andern Maschinen.
Der XI Abs. Von krumm gebogenen Windflügeln und dem Anemometer.
Der XII Abs. Von Windflügeln, deren Umlaufsaxe mit der Richtung des Windes nicht parallel liegt.

Der siebende Theil.

Die Optik, oder allgemeine Theorie vom Licht und Schatten, auch von den Erscheinungen der Grösse, der Gestalt und Bewegung der Dinge, in wiefern sie durchs Gesicht empfunden werden.

Der I Abs. Vorläufige Betrachtungen einiger Eigenschaften des Lichts.
Der II Abs. Vom Sehewinkel und einigen davon abhängenden Erscheinungen.
Der III Abs. Von der scheinbaren Gestalt entfernter Gegenstände.
Der IV Abs. Von der scheinbaren Lage eutfernter Gegenstände und der Parallaxe.
Der V Abs. Von der scheinbaren Bewegung.
Der VI Abs. Von den Erscheinungen, welche die allmählige Fortpflanzung des Lichts verursacht.
Der VII Abs. Vom Schatten und Halbschatten.
Der VIII Abs. Vom Sonnenlicht insbesondre.

Die Perspectiv, oder die Theorie von den Abbildungen der scheinbaren Gestalt ausgedehnter Grössen, und ihrer scheinbaren Lage gegen einander nach Verschiedenheit der Lage und Entfernung des Auges.

Der I Abs. Von den allgemeinen Gründen der Kunst perspectivische Zeichnungen zu entwerfen.

Der

Der II Abs. Vergleichung der Linien und Winkel des horizontalen geometrischen Grundrisses mit ihren perspectivischen Abbildungen.

Der III Abs. Die perspectivisch-ichnographische Zeichnung grader Linien und Winkel.

Der IV Abs. Die perspectivisch-ichnographische Zeichnung ebener Figuren.

Der V Abs. Analytische Theorie der Projectionen horizontal liegender krummer Linien auf der vertical stehenden Tafel mit Anwendungen auf die Kreislinie.

Der VI. Abs. Die Regeln der Scenographie für solche körperliche Ausdehnungen, die wenigstens einige ebene auf der Tafel oder dem Horizont senkrechte, oder damit parallele Seitenflächen haben.

Der VII Abs. Allgemeine Theorie ber Projectionen sowohl gradlinichter Figuren, als auch krummer Linien die in Ebenen liegen, welche die Tafel schief schneiden.

Der VIII Abs. Die allgemeine Theorie der Scenographie.

Der IX Abs. Regeln zur geschickten Wahl der Lage des Auges gegen die Tafel, und die darauf abzubildende Gegenstände.

Der X Abs. Von den Erscheinungen perspectivischer Abbildungen, wenn sie ausser dem rechten Gesichtspunct betrachtet werden.

Der XI Abs. Allemeine Theorie der Sciagraphie.

Der XII Abs. Regeln zur Prüfung und Beurtheilung perspectivischer Gemählde, auch zur geschickten Nachahmung guter Muster.

Der XIII Abs. Allgemeine Theorie der orthographischen Projectionen auf der vertical stehenden Tafel.

Der XIV Abs. Theorie der orthographischen Projectionen auf der schiefliegenden Tafel.

Der XV Abs. Allgemeine Theorie der Projectionen des Kreises zugleich als Kegelschnitte betrachtet.

Der XVI. Abs. Von den Durchmessern der Kegelschnitte.

Der XVII Abs. Von den Brennpuncten und Berührungslinien der Kegelschnitte.

Der XVIII Abs. Von einigen besondern Eigenschaften der Hyperbel und ihren Asymtoten.

Der XIX Abs. Von den mancherley Projectionsarten einer Kugel.

Der XX Abs. Allgemeine Theorie der stereographischen und orthographischen Kugel-Projectionen.

Der XXI Abs. Von der stereographischen und orthographischen Polar-Projection.

Der XXII Abs. Von der stereographisch- und orthographisch-äquatorischen Kugel-Projection.
Der XXIII Abs. Von der stereographischen und orthographischen Horizontal-Projection.
Der XXIV Abs. Besondre Regeln zur Eintheilung der Projection eines Kugelschnitts in Grade.
Der XXV Abs. Allgemeine Betrachtung der Projection eines Kugelschnitts, auch wenn die Tafel auf der Axe durchs Auge und der Kugel Mittelpunct nicht senkrecht ist
Der XXVI Abs. Vergleichung dieser Lehren mit des Hrn. Hase Theorie der Kugel-Projectionen
Der XXVII Abs. Von der Central-Projection der Kugelschnitte.
Der XXVIII Abs. Von den Projectionen der Kegelschnitte besonders der Ellipse.
Der XXIX Abs. Von den Projectionen der Parabel.
Der XXX Abs. Von den Projectionen der Hyperbel.

Der achte Theil.

Die Photometrie oder Theorie von der Ausmessung der Stärke des Lichts.

Der I Abs. Vorläufige Untersuchungen über die ersten Gründe der Phometrie.
Der II Abs Die Erleuchtung einer Ebene von einer Lichtflamme, in wie weit letztere als ein Punct betrachtet werden kann.
Der III Abs. Theorie der Erleuchtung, wenn das Licht von einer leuchtenden Fläche ausgehet.
Der IV Abs. Theorie der Erleuchtung ebener Flächen von leuchtenden Kugeln.
Der V Abs. Allgemeinere Theorie der Erleuchtung auch wenn die scheinbare Gränze der leuchtenden Fläche nicht zwischen einer graden Kugelfläche liegt.
Der VI Abs. Anwendung dieser Theorie auf einige merkwürdige besondere Fälle.
Der VII Abs. Allgemeine Gesetze der Zurückwerfung des Lichts, mit einer kurzen Anwendung auf ebene Spiegelflächen.
Der VIII Abs. Die Zurückwerfung des Lichts von sphärischen Spiegeln.

Der IX Abs. Allgemeine Gesetze der Brechung des Lichts mit Anwendung auf ebene brechende Flächen.
Der X Abs. Die Strahlenbrechung, wenn das Licht durch ein Prisma fällt.
Der XI Abs. Die verschiedene Brechbarkeit des ungleichartigen und verschiedene Farben zuwege bringenden Lichts.
Der XII Abs. Die Brechung des gleichartigen Lichts in einer Kugelfläche.
Der XIII Abs. Die Brechung des gleichartigen Lichts, wenn es durch eine Glaslinse fällt.
Der XIV Abs. Die verschiedenen Arten der linsenförmigen Gläser.
Der XV Abs. Theorie der Erleuchtung des Bildes Linsenförmiger Gläser und sphärischer Hohlspiegel.
Der XVI Abs. Theorie der Erleuchtung, wenn das Licht vom erhabenen Kugelspiegel zurück strahlet.
Der XVII Abs. Vom Bau des Auges und dem scheinbaren Glanz leuchtender Gegenstände.
Der XVIII Abs. Gründe der Theorie von Ausmessung des Lichts, wenn es von unpolirten Flächen zurückstrahlet.
Der XIX Abs. Prüfung der Theorie des Hn. Bouguer vom Licht, das unpolirte Flächen zurück werfen.
Der XX Abs. Von der Klarheit für sich dunkler Körper, die mit entlehntem Licht glänzen.
Der XXI Abs. Anwendung dieser Theorie auf die Ausmessung der Klarheit des Monds in seinen verschiedenen Gestalten.
Der XXII Abs. Von einigen Hülfsmitteln, den Glanz leuchtender Körper durch Versuche zu vergleichen.
Der XXIII Abs. Von der scheinbaren Klarheit beym undeutlichen Sehen.
Der XXIV Abs. Allgemeine Gesetze der Schwächung des Lichts in durchsichtigen Massen.
Der XXV Abs. Vergleichung des von durchsichtigen Massen spiegelartig zurückgeworfenen, wie auch des durchscheinenden und zerstreueten, mit der Menge des auffallenden Lichts
Der XXVI Abs. Von der Abnahme des Lichts in ungleichförmig durchsichtigen Massen, mit Anwendungen auf die Atmosphäre.
Der XXVII Abs. Fortsetzung dieser Untersuchung nach Hn. Lambert.
Der XXVIII Abs. Von der Klarheit der Atmosphäre, und der Erleuchtung die das Tageslicht verursacht.

Mathesis Theoretica Elementaris atque sublimior.

Geometria Elementaris.

Sectio I De lineis rectis et angulis planis rectilineis.
Sect. II De Figurarum planarum et in specie circuli perimetro generatim.
Sect. III De triangulis planis rectilineis et rectis parallelis.
Sect. IV De parallelogrammis eorumque comparatione et inter se, et cum triangulis planis.
Sect V De lineis rectis et angulis planis ad circulum relatis et circuli proprietatibus, quae inde pendent.
Sect. VI De comparatione extensorum geometrica generatim.
Sect. VII De Figurarum planarum rectilinearum similitudine.
Sect. VIII De comparatione figurarum planarum, et quae hinc pendent, problematum planorum constructionibus.
Sect IX De planarum atque rectarum linearum in respectu ad diversa plana situ.
Sect. X De planis ad superficiem sphaereae relatis et sphaerae proprietatibus, quae inde pendent.
Sect. XI De angulis solidis generatim et in specie de triangulis solidis.
Sect. XII De figuris solidis earumque superficiebus.

Arithmetica Elementaris.

Sect. I De numeris eorumque signis generatim.
Sect. II Algorithmus numerorum integrorum et fractionum decimalium.
Sect III Algorithmus fractionum.
Sect. IV De problematum quorundam arithmeticorum, quae proportionum theoria nituntur, solutione.
Sect. V Brevis introductio in Arithmeticam practicam.

Cal-

Calculus extenſorum.

Sect. I De menſuratione longitudinum et angulorum planorum rectilinearum, vulgo, de longimetria et trigonometria plana.
Sect. II De menſuratione ſuperficierum et ſolidorum, vulgo de planimetria et ſtereometria.

Analyſis Mathematica.

Sect. I De algorithmo ſpecioſo.
Sect. II De ſolutione problematum ſimplicium.
Sect. III De calculo analytico-trigonometrico.
Sect. IV De aequationibus non ſimplicibus puris.
Sect. V De aequationibus quadraticis non puris.
Sect. VI De quantis variabilibus et limitibus rationum.
Sect. VII De proprietatibus radicum in aequationibus, quae ſunt quadratica altiores.
Sect. VIII De ſolutione problematum determinatorum ſecundo ordine altiorum arithmetica.
Sect. IX De functionum, quae unam vel plures involunt variabiles, palmariis quibusdam proprietatibus.
Sect. X De ſolutione problematum indeterminatorum et doctrinae ſerierum principiis.
Sect. XI De ſolutione problematum indeterminatorum geometrica.
Sect. XII De ſolutione problematum non ſimplicium determinatorum geometrica.
Sect. XIII De ſectionibus angulorum et arcuum circularium.
Sect. XIV De inveſtigatione radicum aequationis impoſſibilium.
Sect. XV De calculo differentiali functionum unius variabilis algebraicarum.
Sect. XVI De uſu calculi differentialis in doctrina ſerierum.
Sect. XVII De maximis et minimis functionum unius variabilis.
Sect. XVIII De uſu calculi differentialis in aequationibus reſolvendis.
Sect, XIX De methodo tangentium directa,

Bayerische Staatsbibliothek München

Sect.

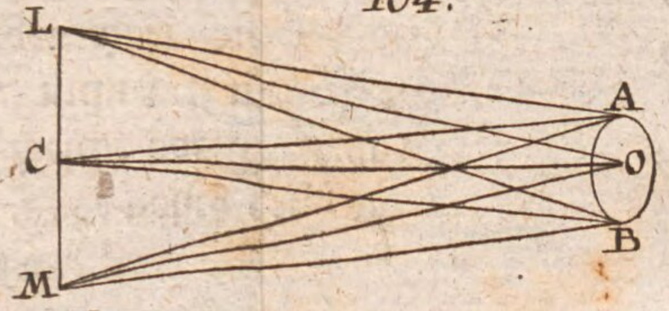
Sect. XX De integratione differentialium unius variabilis algebraicorum incomplexorum et usu serierum in calculo integrali.
Sect. XXI De logarithmis et quantis exponentialibus.
Sect. XXII De quantis transcendentibus, quae a circulo pendent
Sect. XXIII De reductione integralium ad hyperbolae et circuli quadraturam.
Sect. XXIV De integratione differentialium algebraicorum unius variabilis complexorum.
Sect. XXV De integratione functionum unius variabilis transcendentium
Sect. XXVI De calculo differentiali functionum, quae una plures involvunt variabiles.
Sect. XXVII De aequationibus differentialibus.
Sect. XXVIII De integratione functionum plurium variabilium et aequationum differentialium.
Sect. XXIX De integratione aequationum differentialium secundi et altiorum ordinum.
Sect. XXX De methodis quibusdam integrandi, quae ad aequationes differentiales primi et altiorum ordinum pari cum successu adplicantur.

Geometria Sublimior.

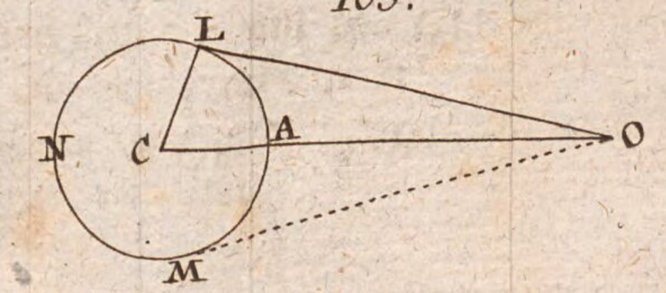
Sect. I De ramis curvarum in infinitum extensis eorumque asymtotis.
Sect. II De diversis linearum tertii ordinis speciebus.
Sect III De figuris curvarum in spatio finito.
Sect. IV De tangentibus et punctis multiplicibus curvarum.
Sect. V De curvatura curvarum.
Sect. VI De similitudine, diametris et centris curvarum.
Sect. VII De investigatione curvarum ex datis proprietatibus.
Sect. VIII De curvis transcendentibus.
Sect. IX De evolutione curvarum.
Sect. X De superficiebus, solidis rotundis et curvis duplicis curvaturae.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

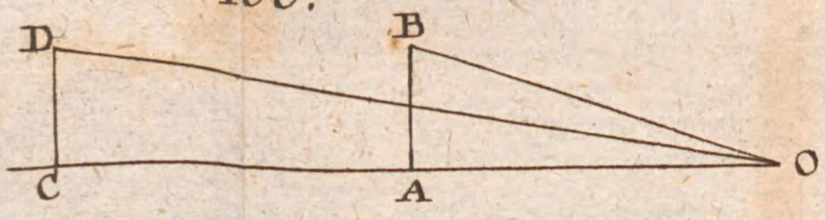
164.



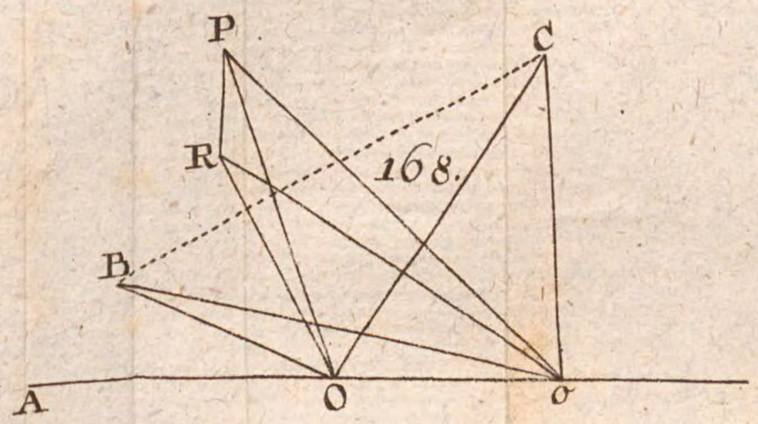
165.



166.

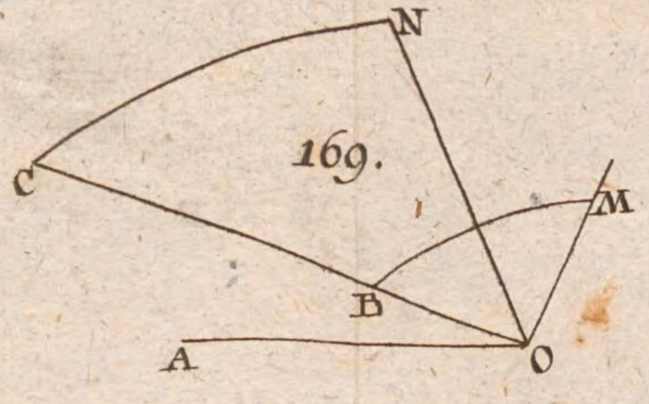


168.

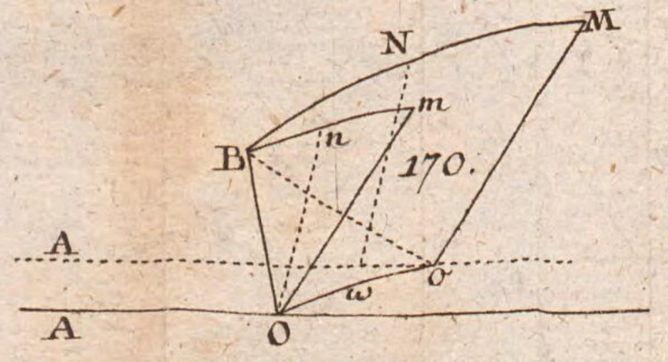


167.

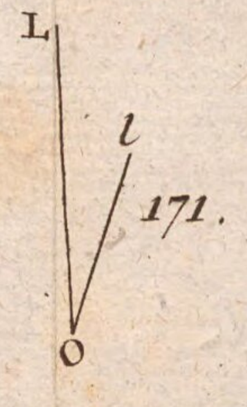
169.



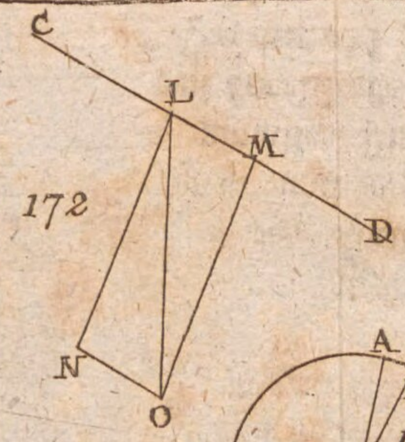
170.



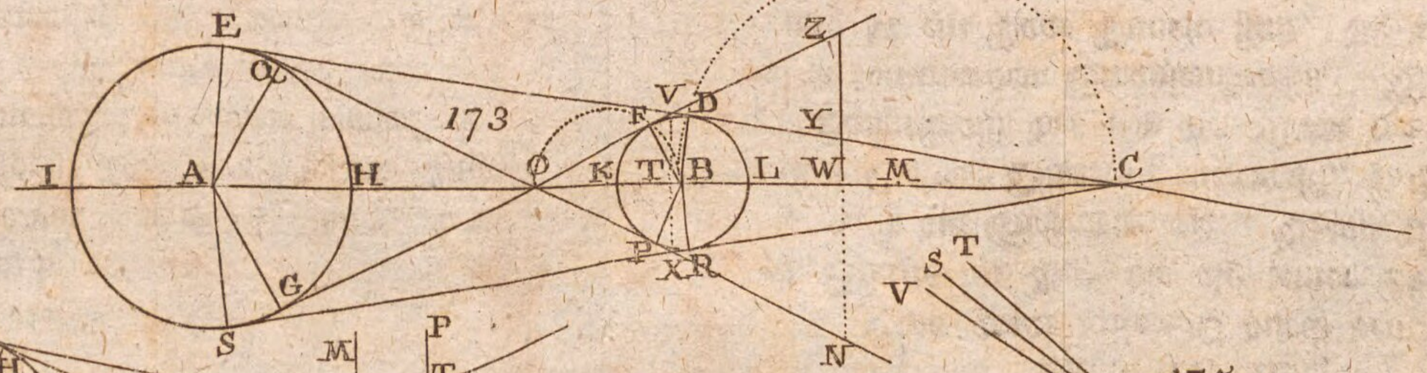
171.



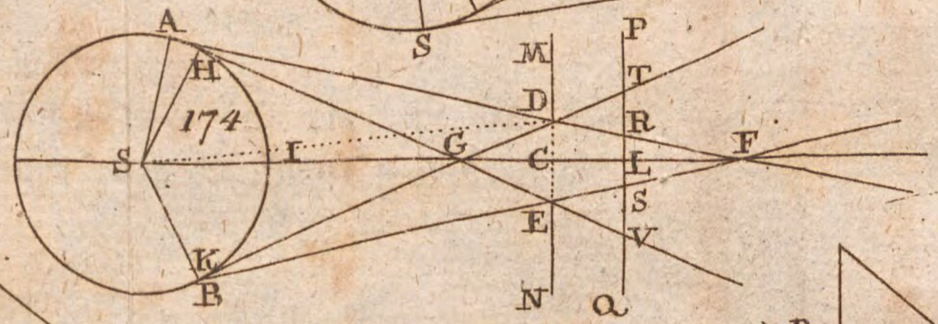
172



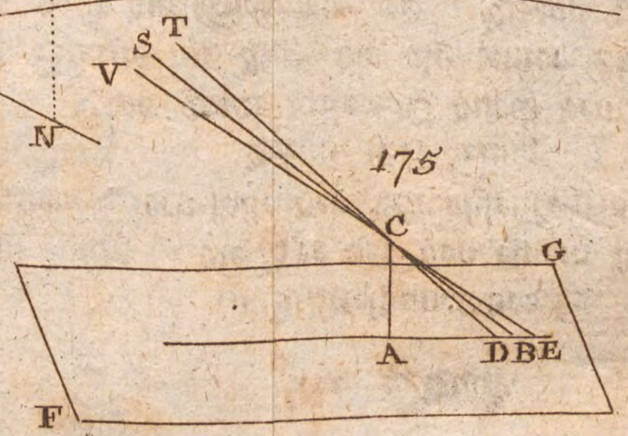
173



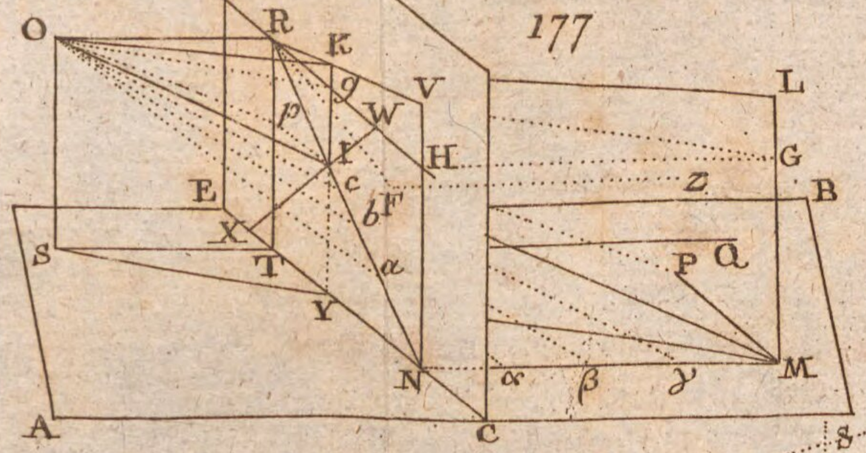
174



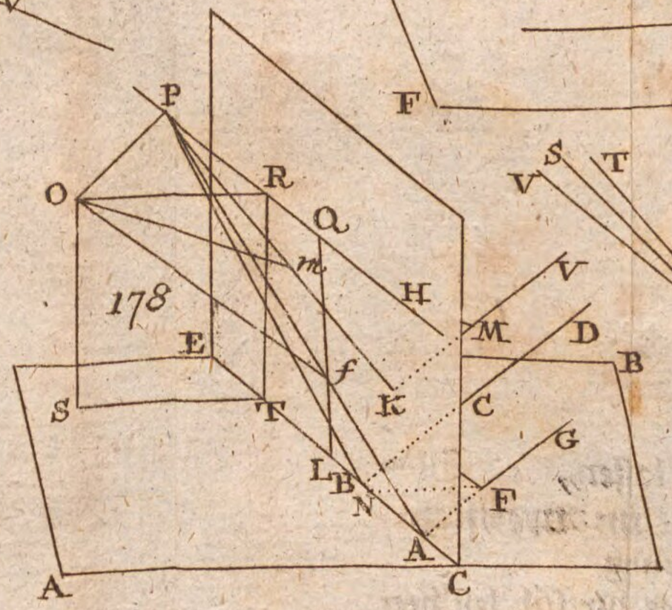
175



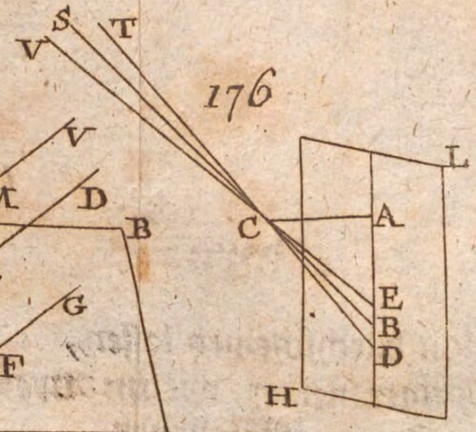
177



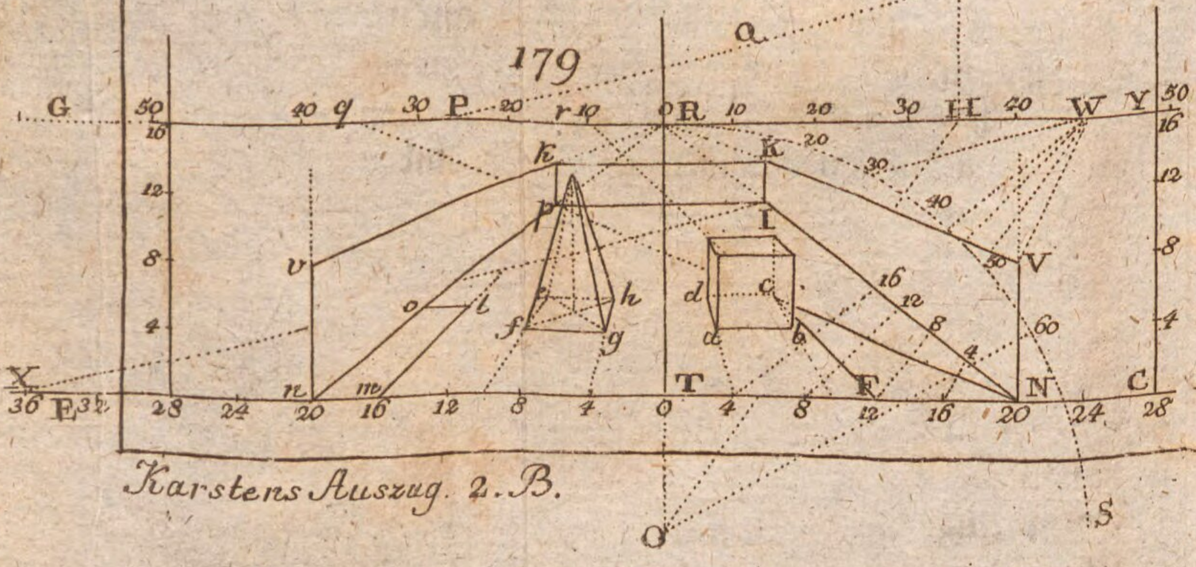
178



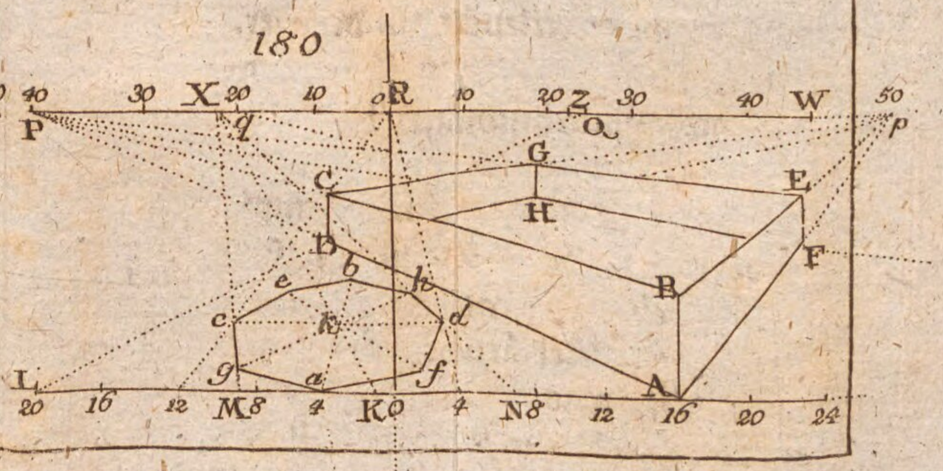
176



179



180

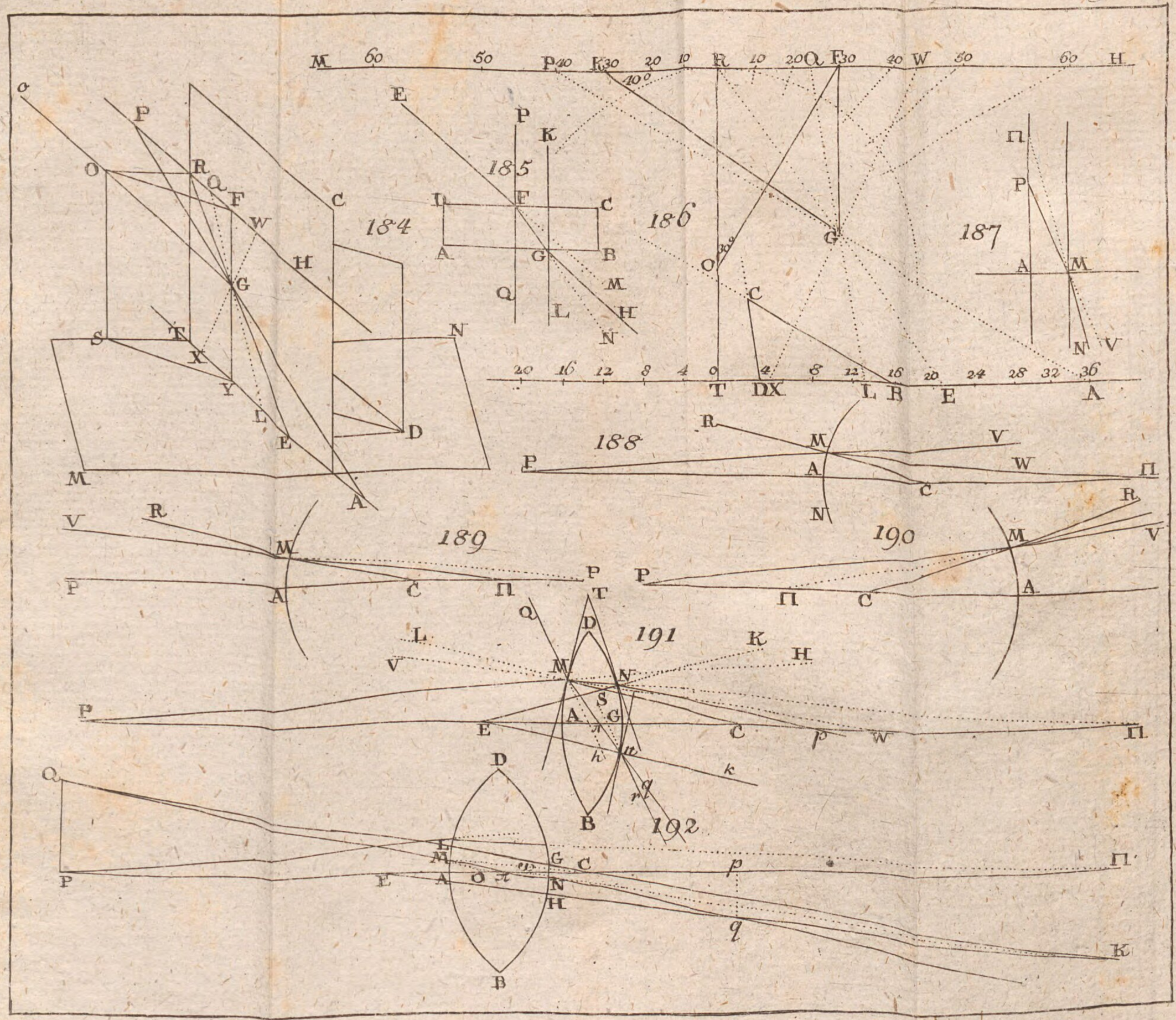


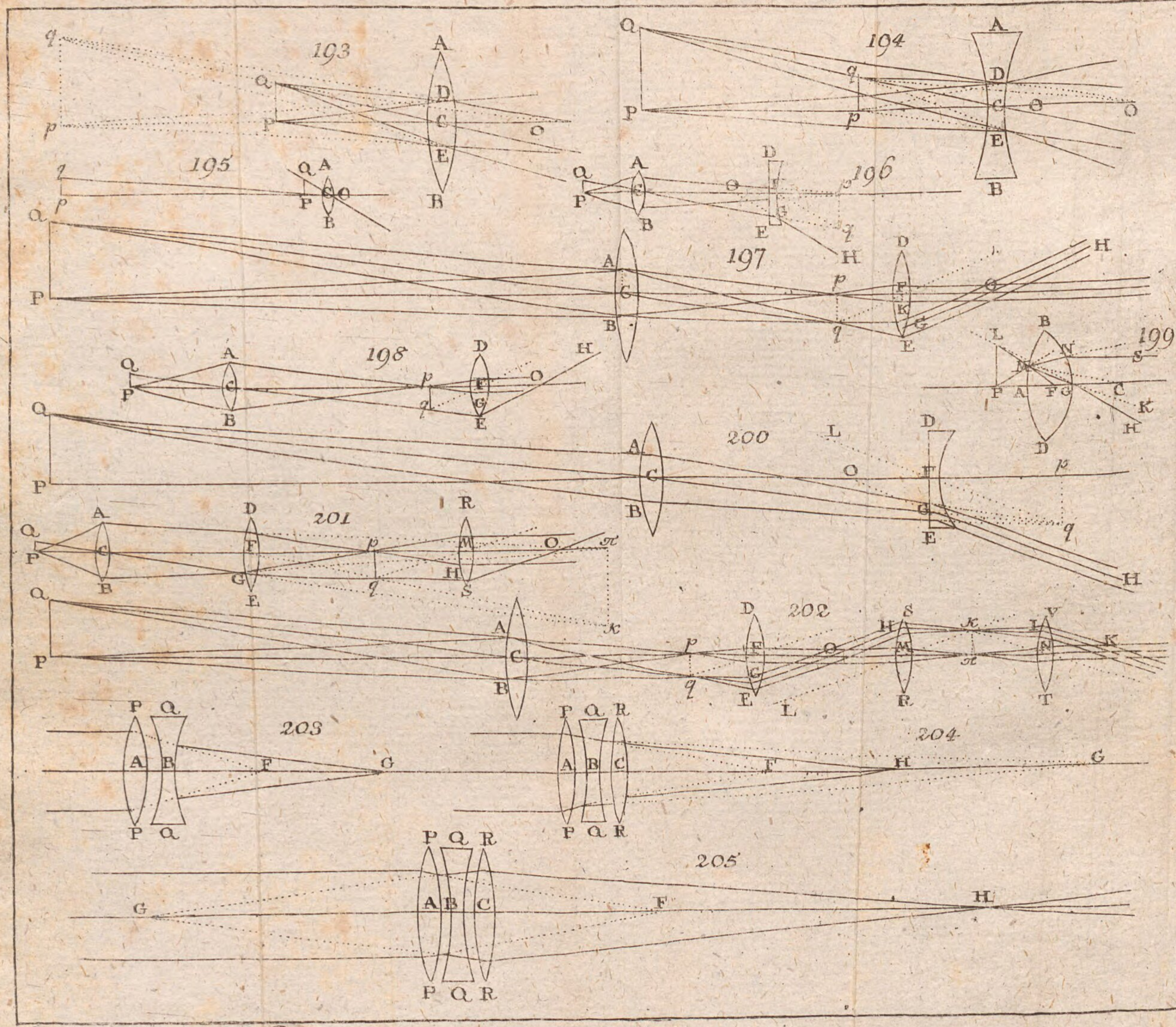
181

182

183

Karstens Auszug 2. B.


184
185
186
187
188
189
190
191
192


193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205

206

207

208

209

210

211

212

213

214

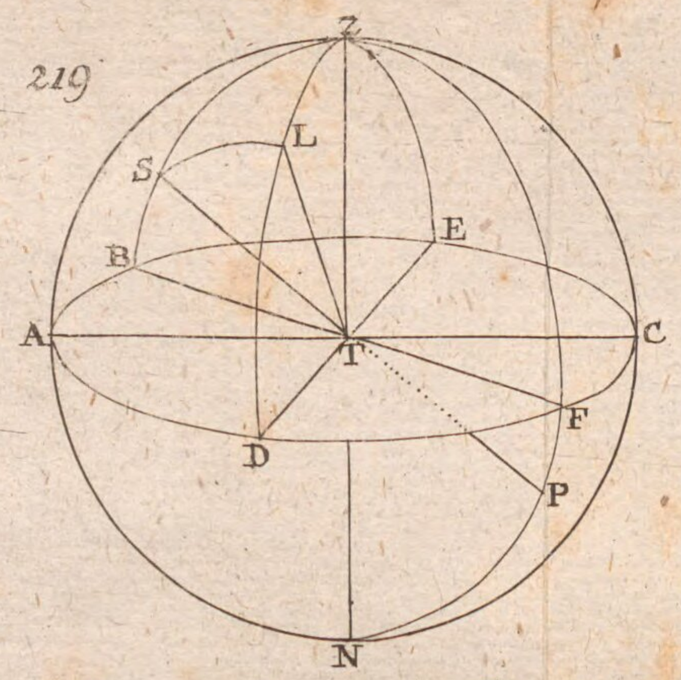
215

216

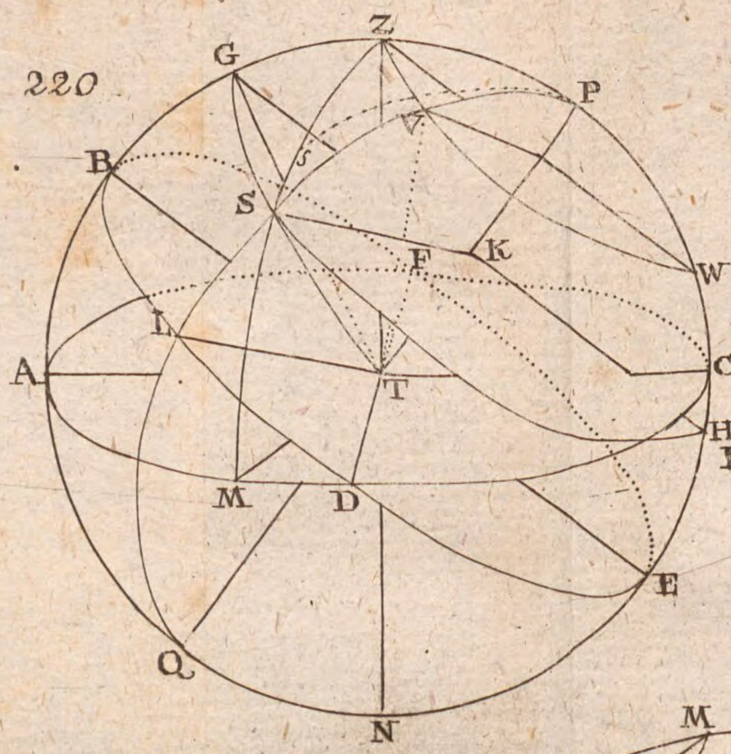
217

218

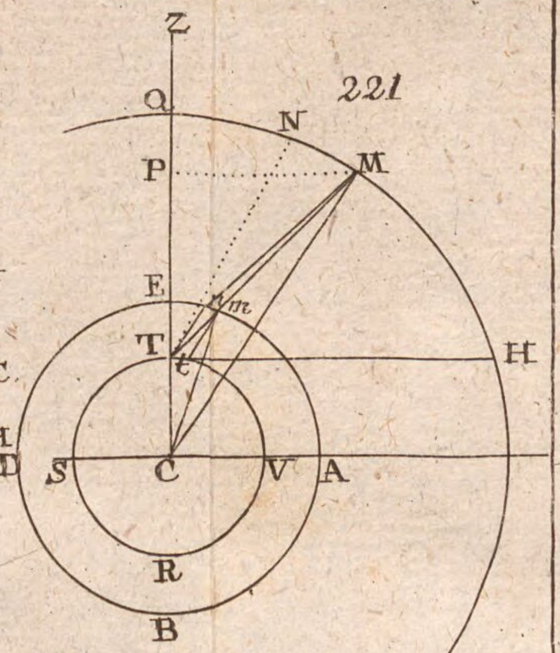
219



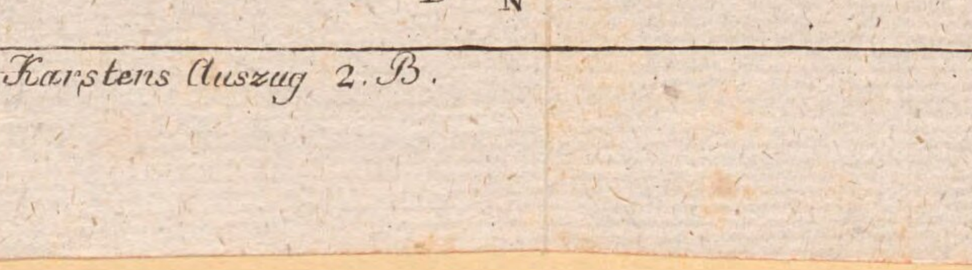
220



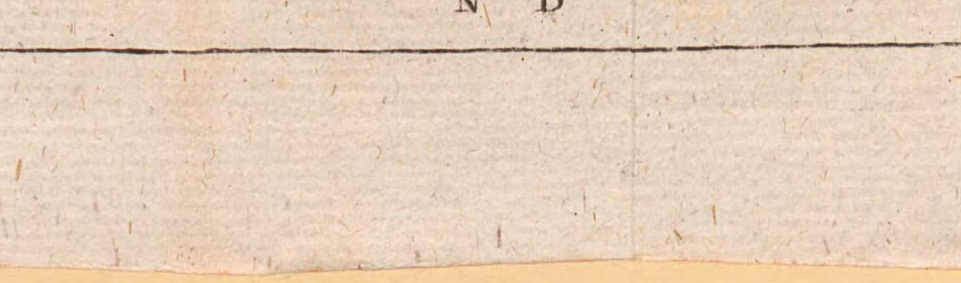
221



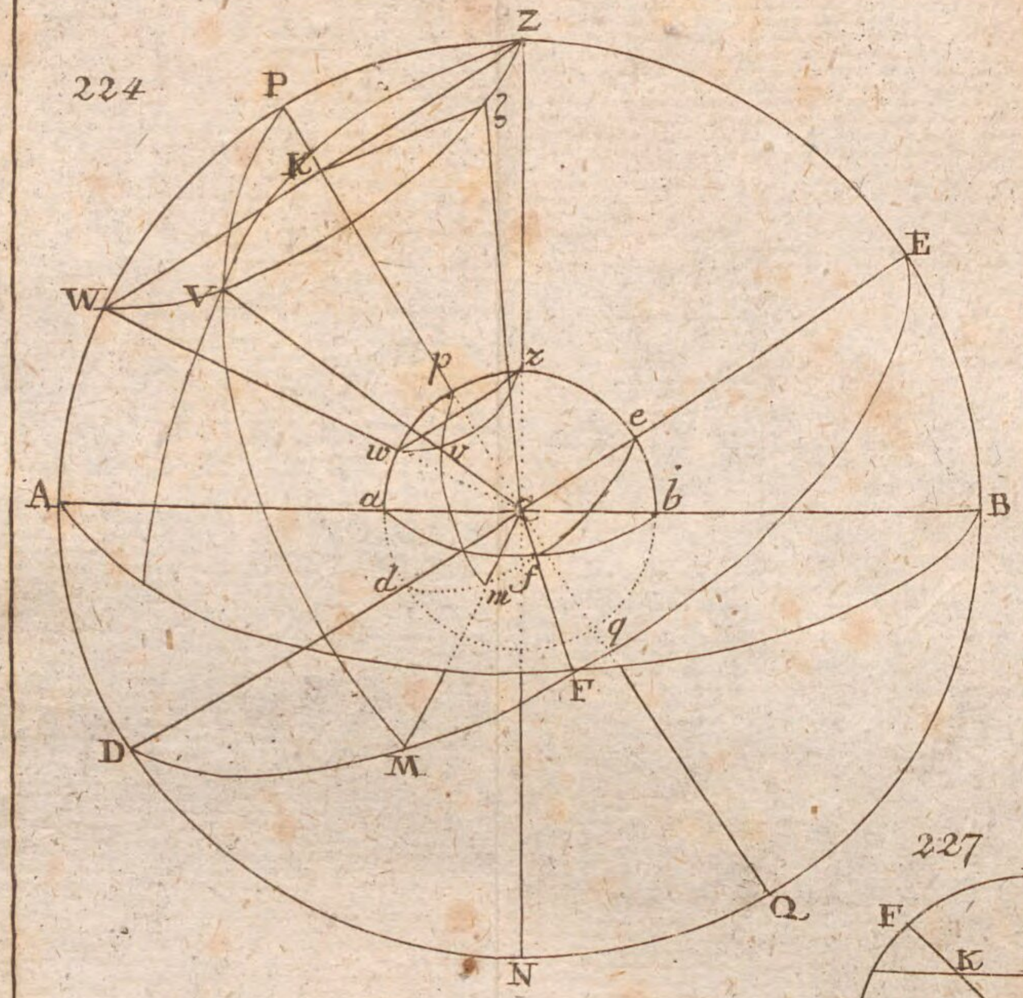
222



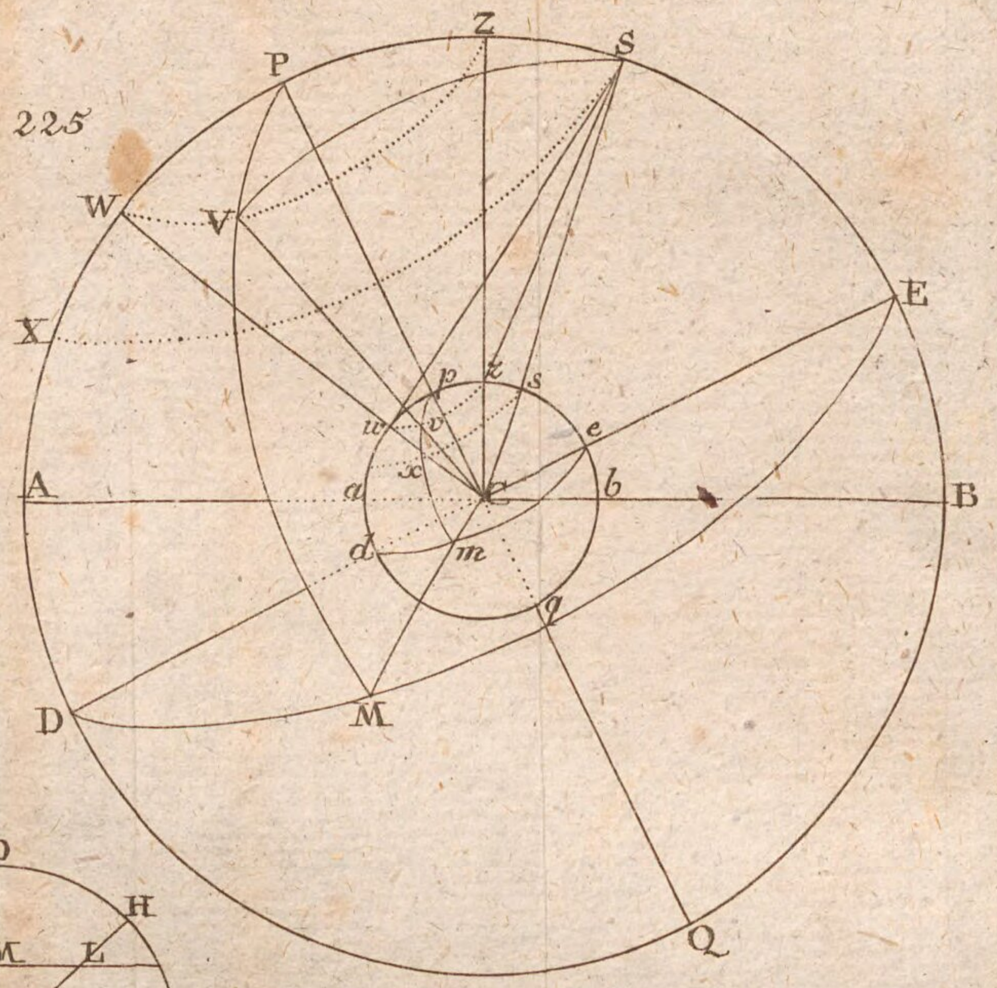
223



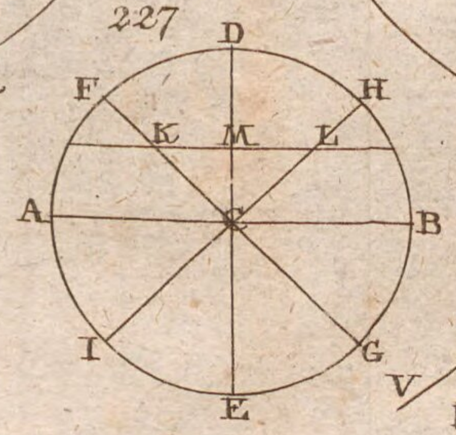
224



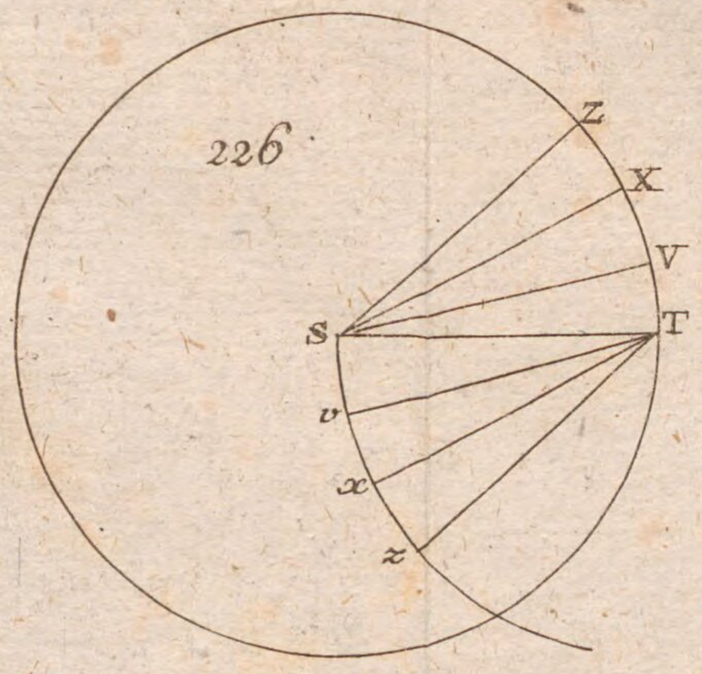
225



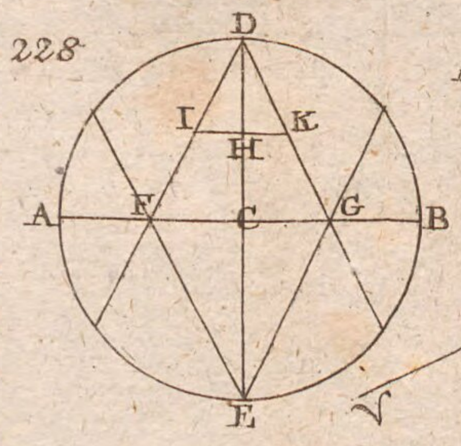
227



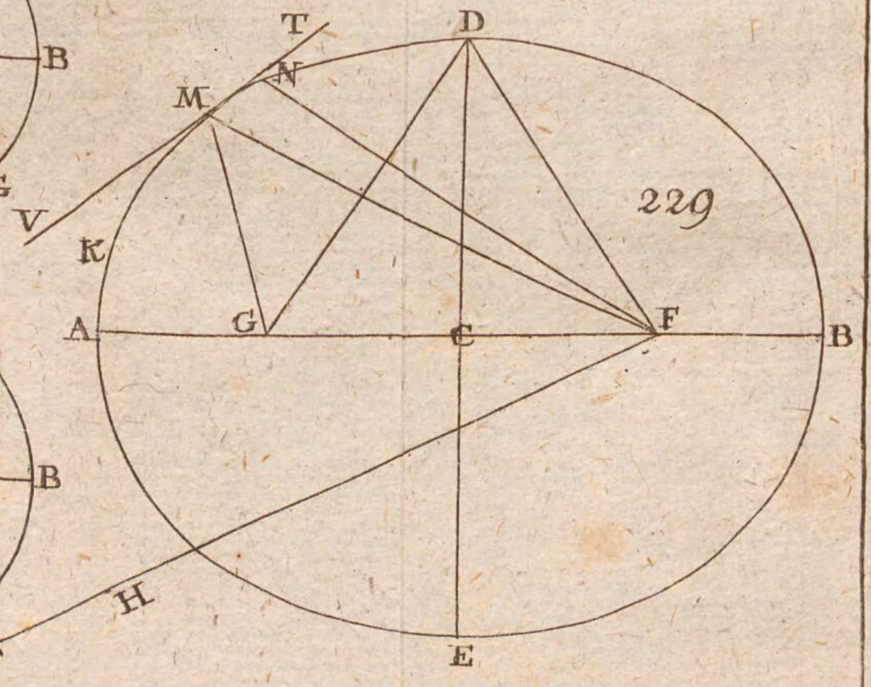
226



228



229



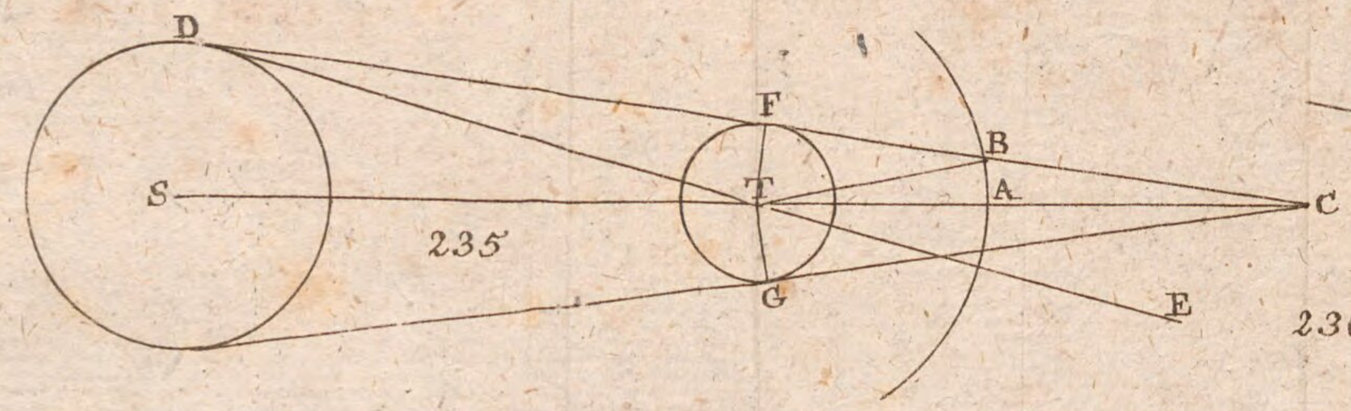
230

231

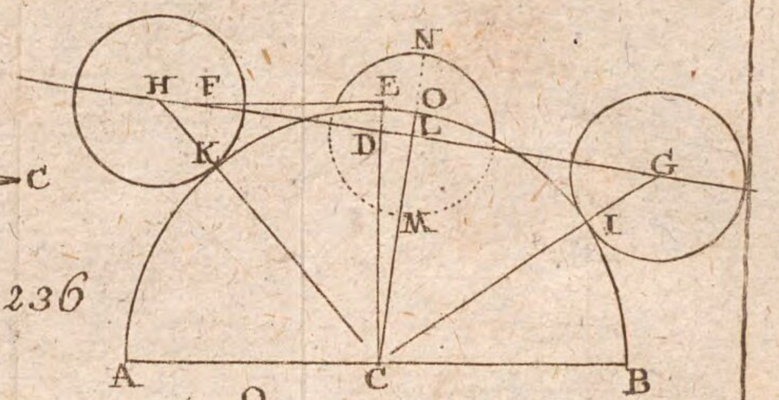
232

233

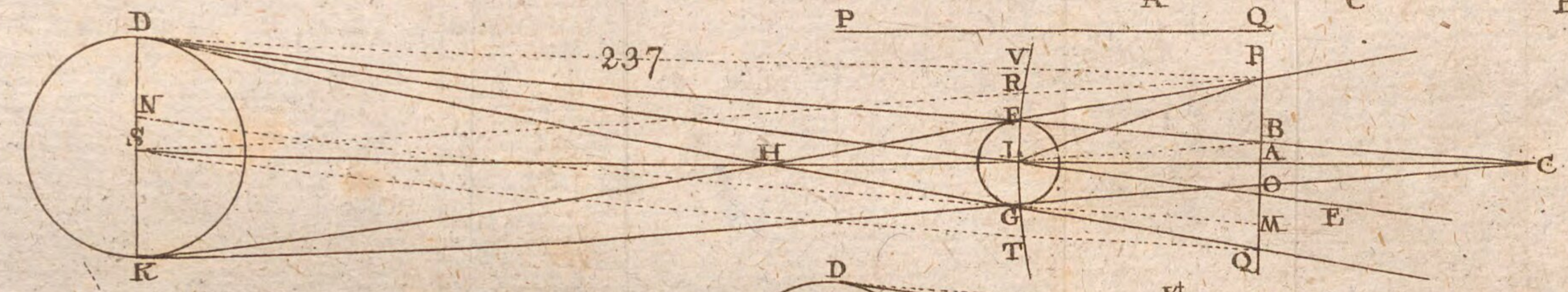
234



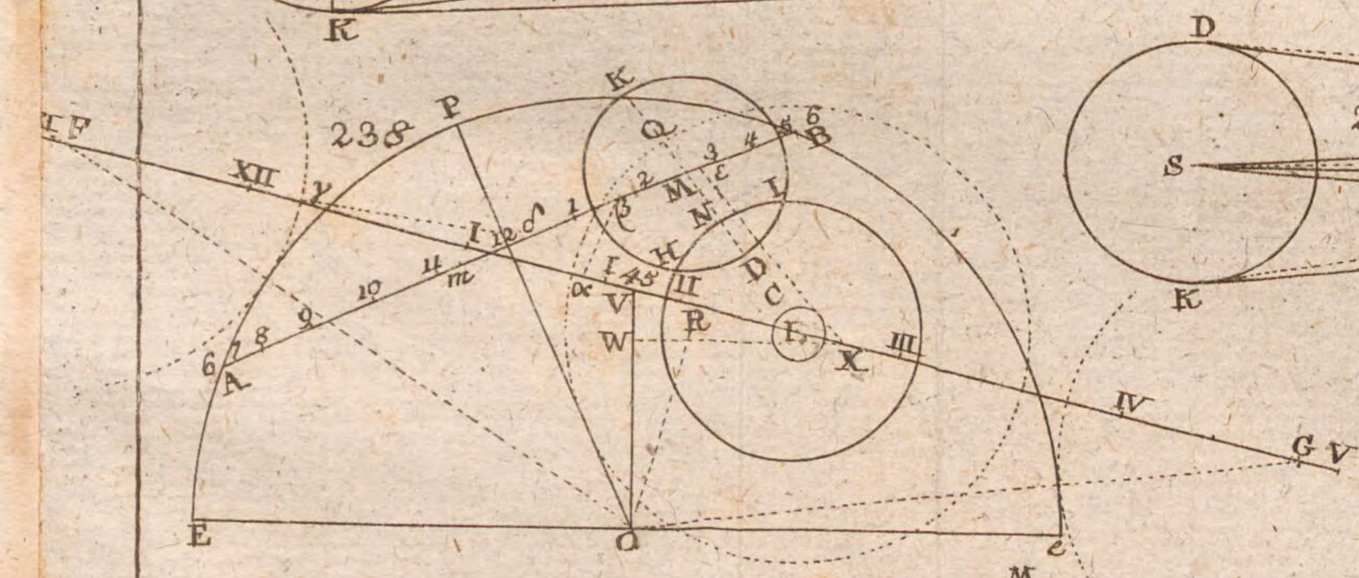
235



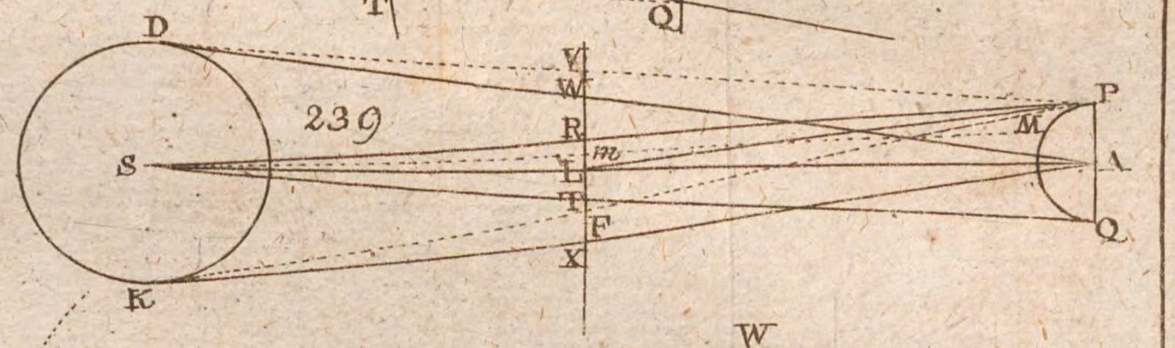
236



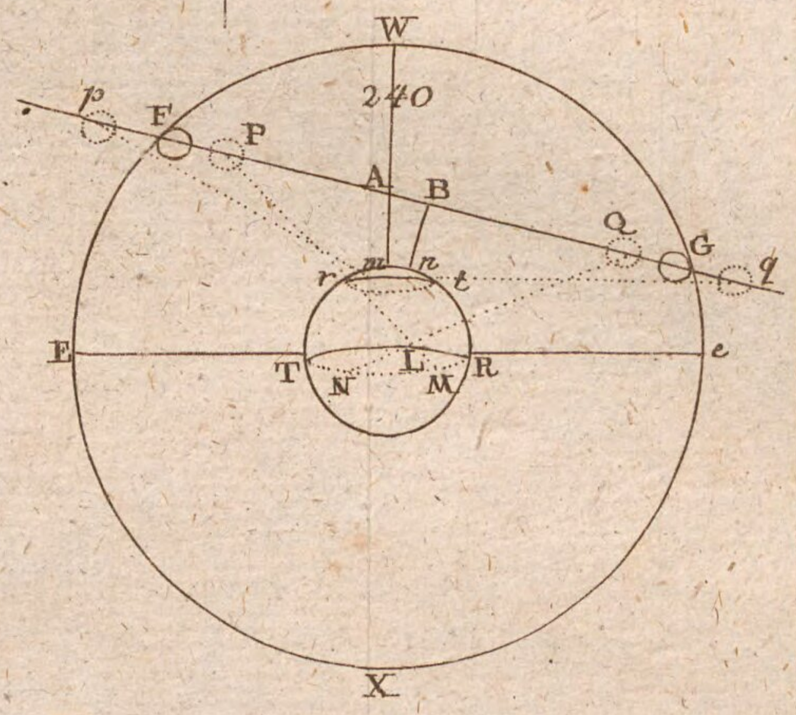
237

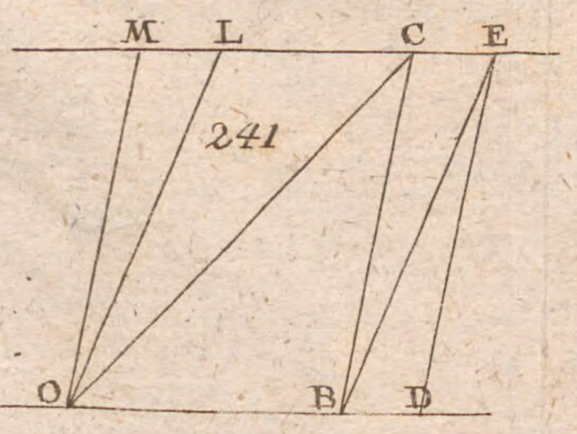


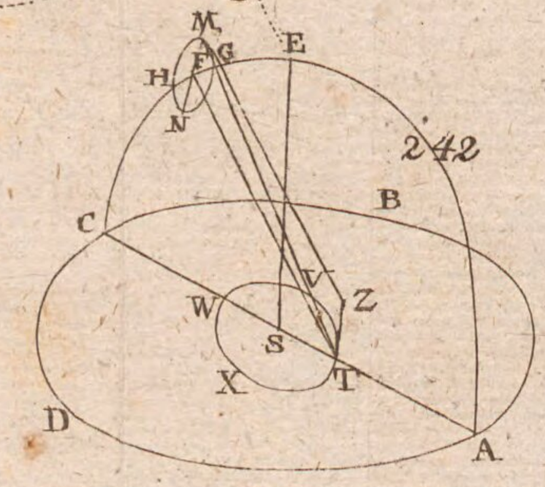
238



239







243

244

245. a.

245. b.

245. c.

246.

247.

248.

249

250.

251

252.a

252.b

253.

254

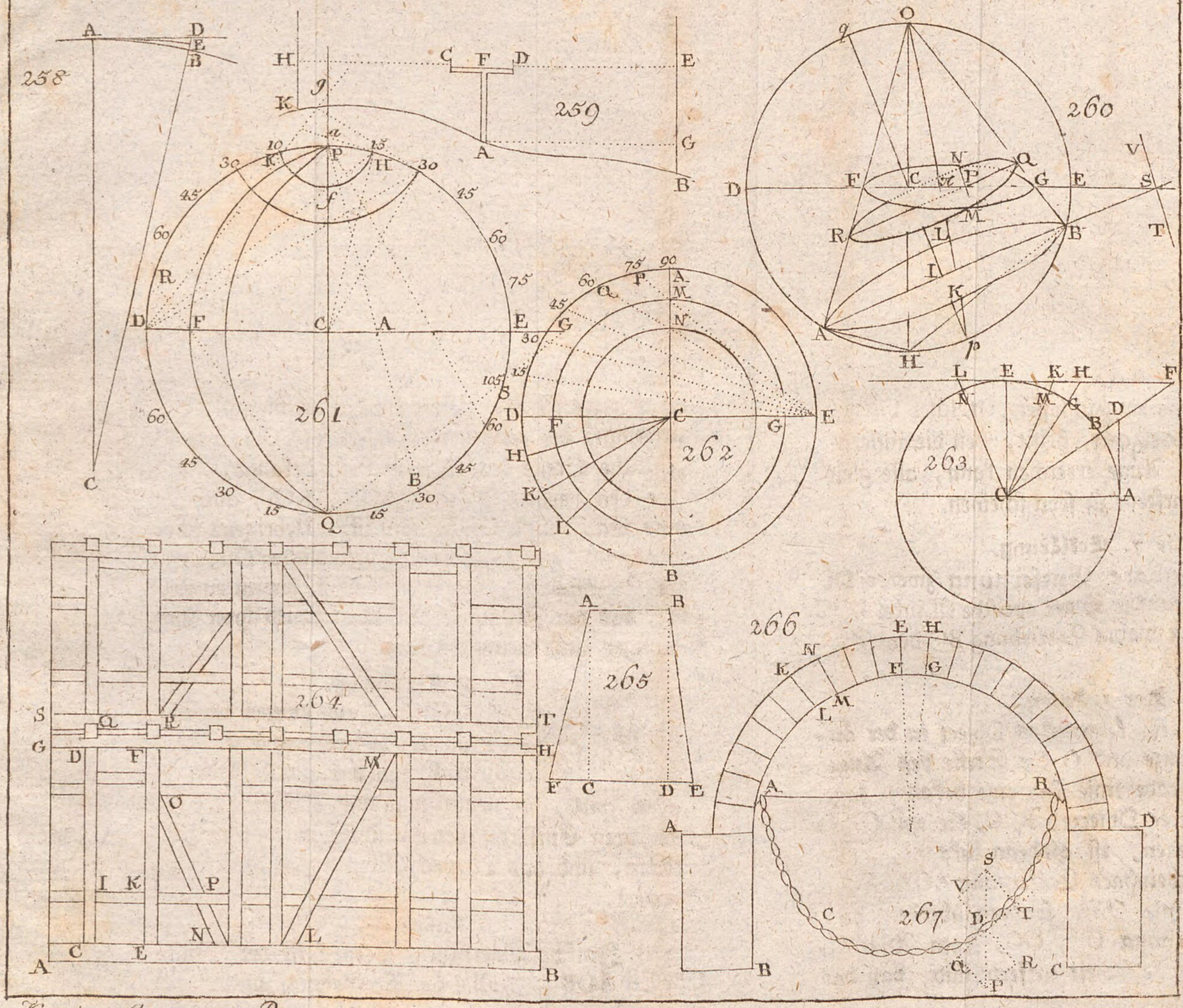
255

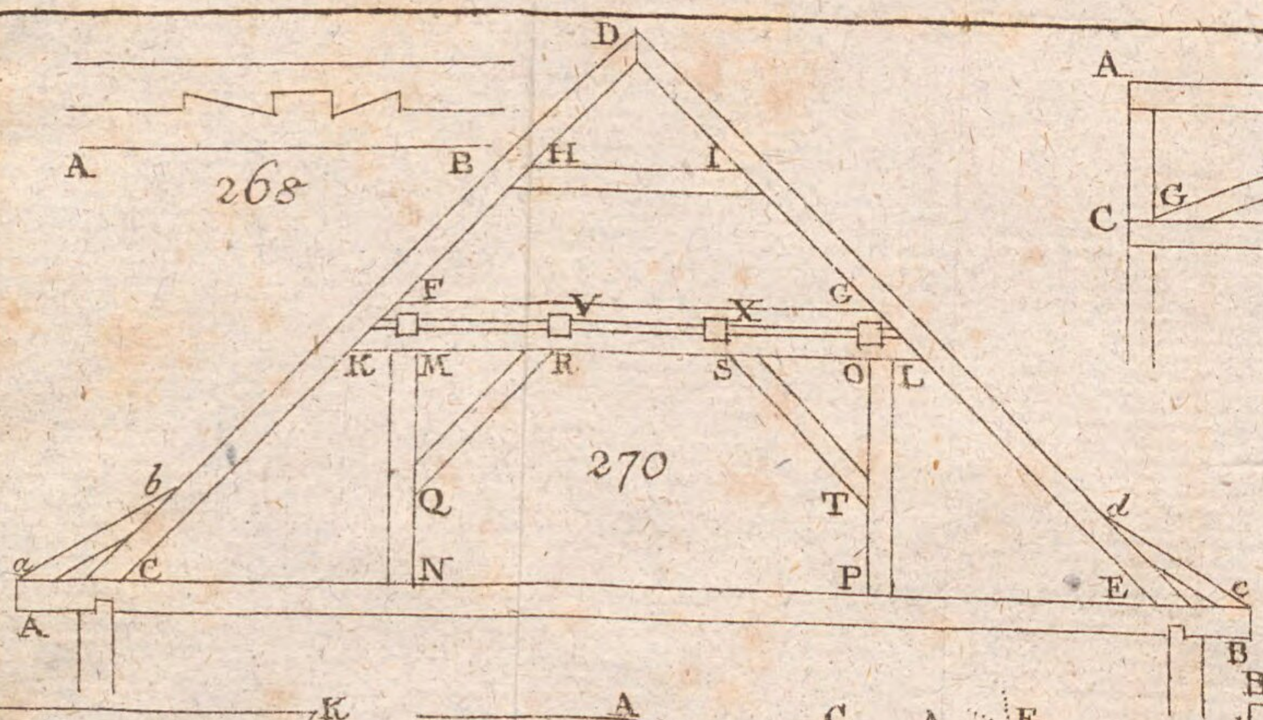
256

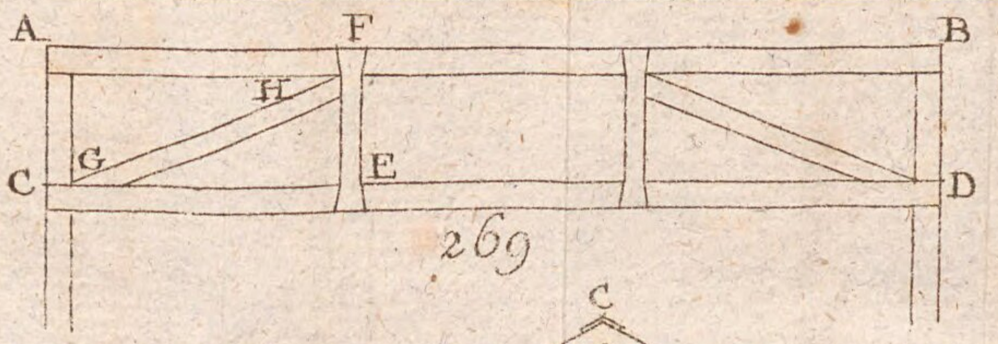
257.

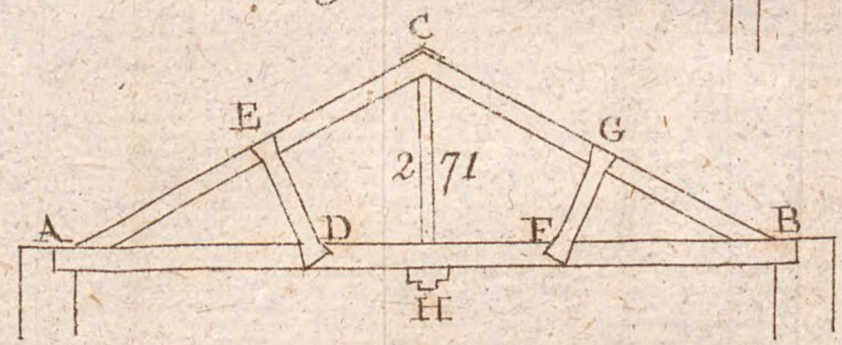
258

258.b

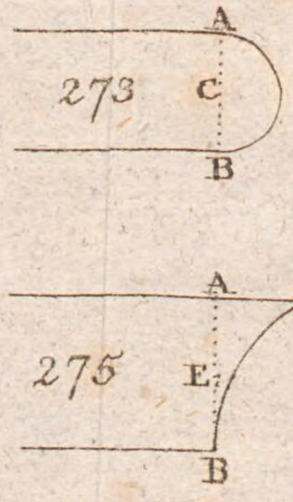

258
259
260
261
262
263
264
265
266
267

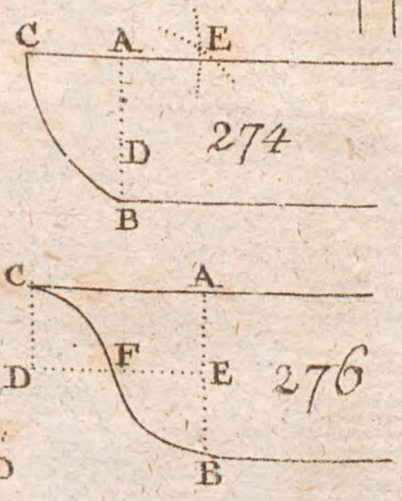

A
B
H
I
D
F
V
X
G
K
M
R
S
O
L
Q
T
N
P
E
C
a
b
c
d
268
270

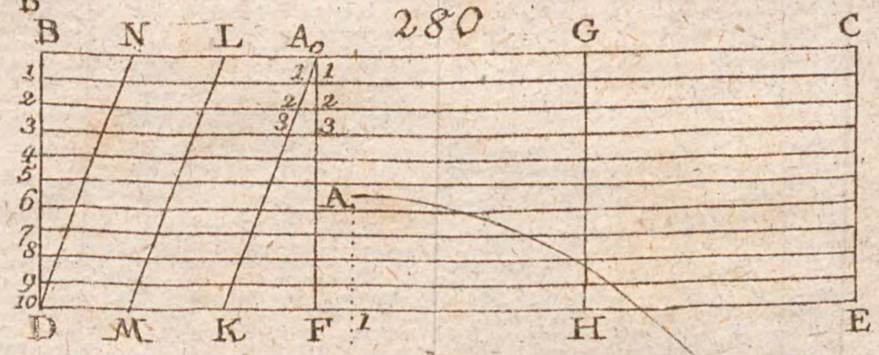

A
F
B
H
G
E
C
D
269


C
E
G
271
A
D
F
B
H

K
I
H
G
F
E
D
C
B
A
272


A
C
273
B

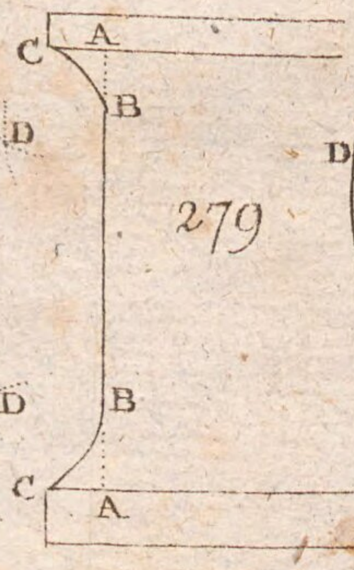

C
A
E
D
274
B

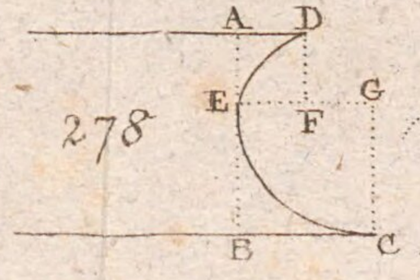

B
N
L
A
G
C
D
M
K
F
H
E

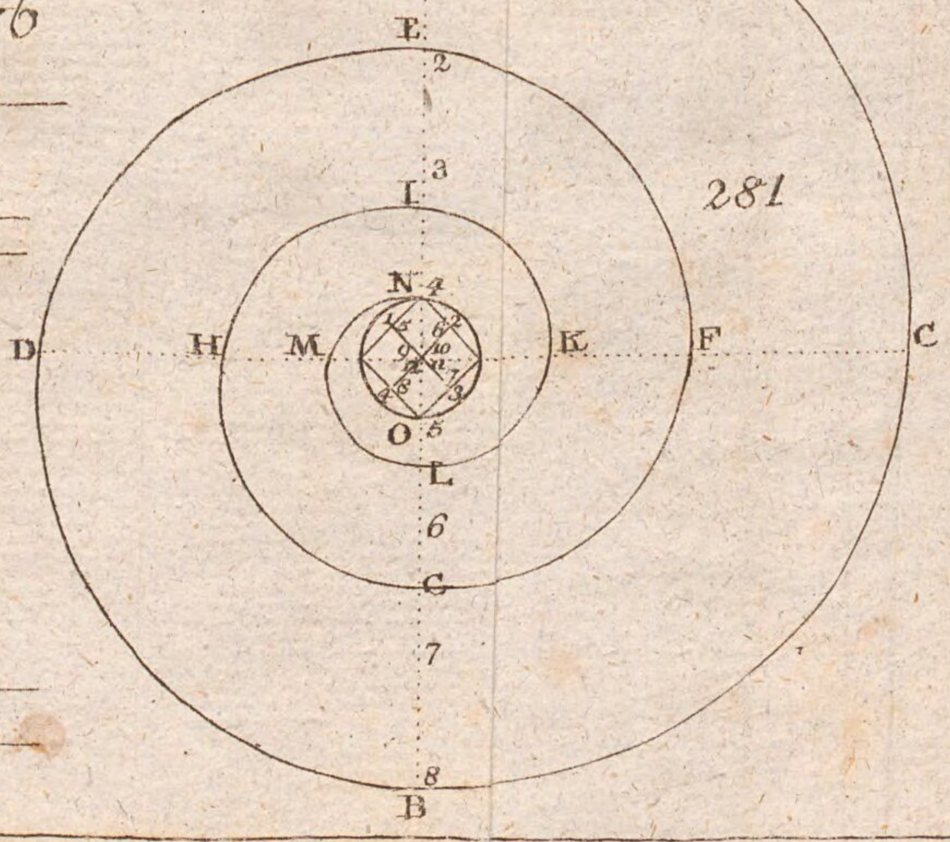
A
C
275
E
B

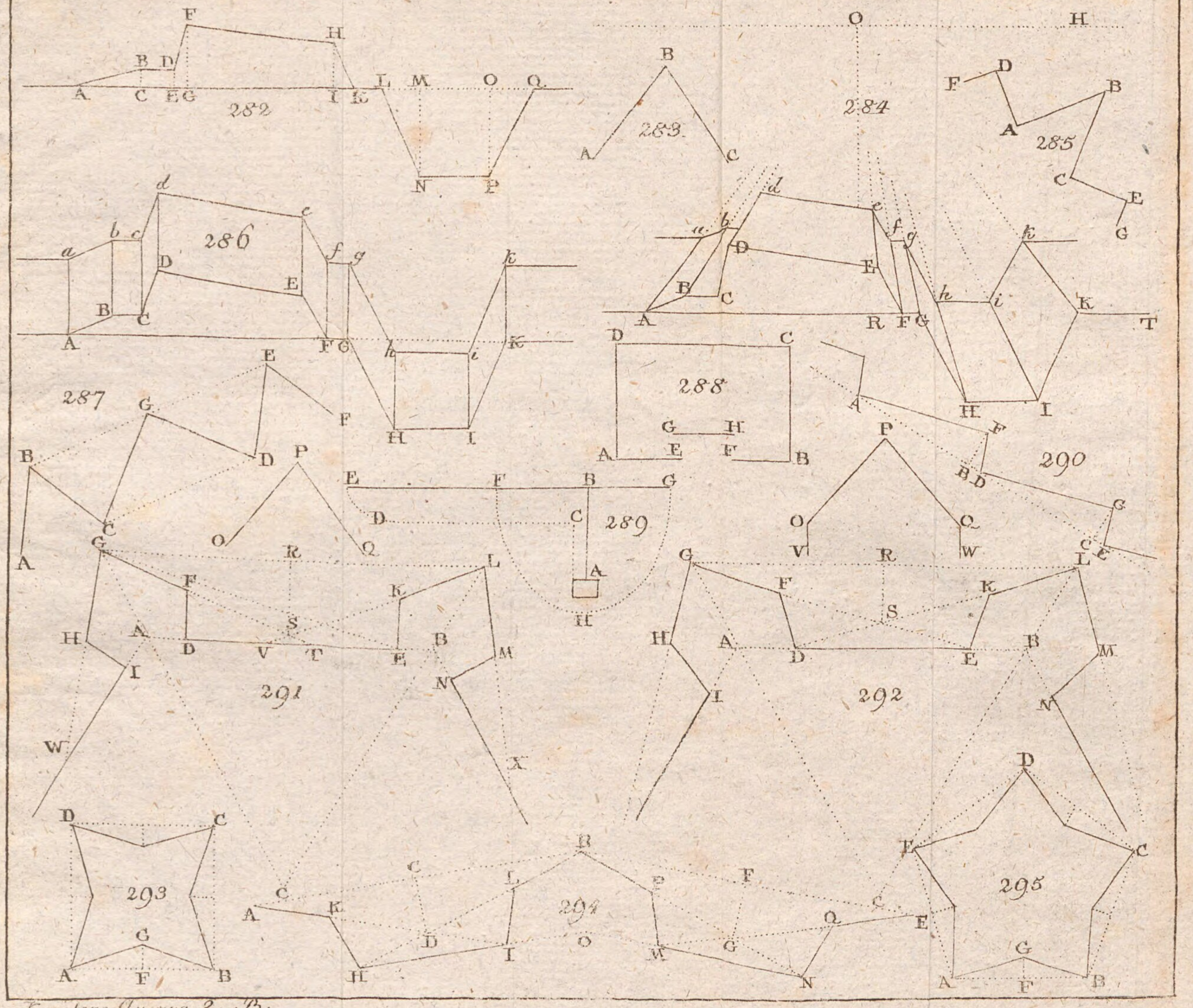
C
A
D
F
E
276
B

F
A
C
277
D
E
B
G


C
A
B
D
279


A
D
E
F
G
278
B
C


E
2
I
3
N
4
H
M
K
F
C
O
5
L
6
7
8
B
281


282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295

Bayerische
Staatsbibliothek
München

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Karsten, Wenceslaus Johann Gustav,

Auszug aus den Anfangsgründen und dem Lehrbegriffe der Mathematischen Wissenschaften

Bd.: 2

Greifswald 1785

Math.u. 83-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10625447-2
VD18 12058319-001